ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCXCIV.

1897

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME VI.

1° Semestre

ROMA
TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1897

RENDICONTI
DELLE SEDUTE
DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 3 gennaio 1897.

F. Brioschi Presidente.

MEMORIE E NOTE
DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Astronomia. — *Sulla distribuzione in latitudine dei fenomeni solari osservati al R. Osservatorio del Collegio Romano nel 3º trimestre del 1896 e considerazioni sulla corona solare osservata in Agosto.* Nota del Socio P. Tacchini.

Dalle latitudini calcolate per ciascuna delle 322 protuberanze, dei 119 gruppi di facole e 47 di macchie osservate nel trimestre, ho ricavato i seguenti dati per la frequenza relativa dei diversi fenomeni in ciascuna zona degli emisferi solari:

3° trimestre 1896.

Latitudine	Protuberanze		Facole		Macchie	
90° + 80°	0,000					
80 + 70	0,000					
70 + 60	0,000					
60 + 50	0,042					
50 + 40	0,099	0,472	0,000			
40 + 30	0,127		0,000			
30 + 20	0,105		0,047	0,244	0,037	
20 + 10	0,065		0,090		0,182	0,345
10 . 0	0,034		0,107		0,126	
0 — 10	0,082		0,146		0,182	
10 — 20	0,130		0,276		0,382	0,655
20 — 30	0,141		0,223	0,756	0,091	
30 — 40	0,093		0,094			
40 — 50	0,065	0,528	0,017			
50 — 60	0,011					
60 — 70	0,006					
70 — 80	0,000					
80 — 90	0,000					

Le protuberanze furono in questo trimestre un poco più frequenti nelle zone australi, e si presentarono anche a più elevate latitudini nell' emisfero sud. Come nel precedente trimestre, le protuberanze sono state sempre abbastanza frequenti dall'equatore a ± 50°, mentre mancarono da + 60° a + 90° e da — 70° a — 90°. Intorno poi all'equatore cioè fra ± 10° si verificò il solito minimo secondario e perciò le vere zone di maggiore frequenza restano fra ± 10° e ± 50° come nella precedente serie.

Le facole furono molto più frequenti nelle zone australi, e la differenza è anche più marcata in confronto del precedente trimestre. Le facole, come le protuberanze, raggiunsero nell'emisfero sud latitudini più elevate che al nord dell'equatore. Il massimo assoluto di frequenza sta nella zona (— 10° — 20°) come nella precedente serie; ma devesi notare che anche in quella di (— 20° — 30°) la frequenza è abbastanza rilevante, così che può dirsi che vi fu una zona larga di massima frequenza al sud fra — 10° e — 30°; è poi notevole che questa zona risulta la medesima anche per ogni mese, come solo massimo di frequenza, mentre per le protuberanze si ha un massimo per ciascun emisfero.

Le macchie, al pari delle facole, furono molto più frequenti nelle zone australi come nel trimestre precedente e presentano egualmente due massimi di frequenza nelle zone (± 10° ± 20°).

Anche in questo trimestre dunque troviamo per le protuberanze la maggiore estensione in latitudine, poi le facole e in fine le macchie limitate a ± 30°; oltre che le zone di massima frequenza vanno nello stesso ordine allontanandosi dall'equatore. Se dunque la corona solare, che osservasi durante gli eclissi totali di sole, presentar deve delle variazioni in rapporto al grande periodo dell'attività solare, il maggiore accordo dovrebbesi trovare fra la forma della corona e le regioni ove si manifestano le protuberanze idrogeniche; e perciò durante questo ultimo periodo la corona dovrebbe essere molto bassa nelle calotte polari fino intorno al parallelo di 60° e ancora rilevante da questa latitudine all'equatore, come in fatto lo dimostrano le fotografie dell' eclisse dell' ultimo agosto: e non può dirsi dunque che le variazioni della corona vanno d'accordo con quelle delle macchie, ma sibbene con quelle delle protuberanze e delle regioni del magnesio, come ho dimostrato altre volte.

Astronomia. — *Osservazioni della cometa Perrine (dic. 8) fatte all' equatoriale di $0^m,25$ del R. Osservatorio del Collegio Romano.* Nota del Corrispondente E. Millosevich.

L' ultima cometa, scoperta dal sig. Perrine l' 8 dic. decorso, fu osservata da me tre volte col micrometro filare e con amplificazione di 200 volte come segue:

	α apparente	δ apparente
1896 Dic. 22, 6^h 2^m 52^s R. C. R.	2^h 23^m 8^s 56 (9.383n)	$+1°$ 36′ 34″ 9 (0.757)
» Dic. 27, 6 37 28 »	2 52 35 25 (9.301n)	$+0$ 28 17 0 (0.766)
» Dic. 30, 6 26 54 »	3 8 38 24 (9.352n)	-0 1 10 1 (0.769)

I primi saggi d'orbita, che già possediamo, accennano alla probabilità che la cometa possa appartenere al gruppo delle periodiche a corto periodo; già l'inclinazione sull'eclittica è piccola e il moto è diretto, tuttavia conviene attendere nuovi calcoli per pronunziarsi. La cometa, nella prima settimana di dicembre, fu da noi distante appena 0,33; tuttavia fu scoperta come un oggetto telescopico, con nucleo di 8:va di grandezza e con una piccolissima coda.

Matematica. — *Sulle equazioni a derivate parziali del 2° ordine*. Nota del Socio U. Dini.

19. Applicheremo le formole precedenti specialmente alla integrazione delle equazioni (48) nel caso in cui mancano del termine $\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}\frac{\partial^2 U}{\partial y^2}-\left(\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y}\right)^2$; ma per questo giova prima dedurre altre formole generali da quelle che già abbiamo dato.

Ci serviremo perciò ancora delle notazioni F(U) e G(V) per rappresentare i polinomii (49) e (50); e avendo bisogno di tenere nei calcoli F(U) e G(V) senza richiedere, come ordinariamente si fà, che siano contemporaneamente soddisfatte le equazioni $F(U)=0$, $G(V)=0$, delle quali, la seconda, come già ricordammo, si dice allora la equazione aggiunta della prima, chiameremo d'ora innanzi per analogia G(V) *il polinomio aggiunto* di F(U).

Con queste notazioni per F(U) e G(V), e coll'altra per L:

$$(54)\quad L=\left(a\frac{\partial x}{\partial p}+b\frac{\partial y}{\partial p}\right)\left(V\frac{\partial U}{\partial x}-U\frac{\partial V}{\partial x}\right)+\left(b\frac{\partial x}{\partial p}+c\frac{\partial y}{\partial p}\right)\left(V\frac{\partial U}{\partial y}-U\frac{\partial V}{\partial y}\right)+ \\ +\left\{\left(2d-\frac{\partial a}{\partial x}-\frac{\partial b}{\partial y}\right)\frac{\partial x}{\partial p}+\left(2e-\frac{\partial b}{\partial x}-\frac{\partial c}{\partial y}\right)\frac{\partial x}{\partial p}\right\}UV,$$

ovvero:

$$(55)\quad L=\left\{\left(a\frac{\partial x}{\partial p}+b\frac{\partial y}{\partial p}\right)\frac{\partial U}{\partial x}+\left(b\frac{\partial x}{\partial p}+c\frac{\partial y}{\partial p}\right)\frac{\partial U}{\partial y}\right\}V- \\ -\left\{\left(a\frac{\partial x}{\partial p}+b\frac{\partial y}{\partial p}\right)\frac{\partial V}{\partial x}+\left(b\frac{\partial x}{\partial p}+c\frac{\partial y}{\partial p}\right)\frac{\partial V}{\partial y}\right\}U+ \\ +\left\{\left(2d-\frac{\partial a}{\partial x}-\frac{\partial b}{\partial y}\right)\frac{\partial x}{\partial p}+\left\{\left(2e-\frac{\partial b}{\partial x}-\frac{\partial c}{\partial y}\right)\frac{\partial y}{\partial p}\right\}UV,$$

la (46), dopo soppressivi i termini provenienti dal termine g_0 e dal

binomio $\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}\frac{\partial^2 U}{\partial y^2}-\left(\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y}\right)^2$, cioè facendovi $h=g_0=0$, potrà scriversi:

$$(56) \qquad -\iint V\, F(U)\, dx\, dy + \iint U G(V)\, dx\, dy = \int L\, ds\,,$$

e varrà qualunque siano le funzioni U, V, a, b ... purchè regolari in tutto C (il contorno incl.); e in L al posto di $\frac{\partial x}{\partial p}$ e $\frac{\partial y}{\partial p}$ potremo sempre quando si voglia sostituire $-\frac{\partial y}{\partial s}$, e $\frac{\partial x}{\partial s}$.

Questa, quando si supponga che U sia un integrale della equazione $F(U)=0$, ritorna la (52) pel caso di $h=g_0=0$; più generalmente poi, se si suppone che U sia un integrale regolare entro C della equazione generale del second'ordine:

$$\Phi\left(x, y, U, \frac{\partial U}{\partial x}, \frac{\partial U}{\partial y}, \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y}, \frac{\partial^2 U}{\partial y^2}\right)=0\,,$$

con Φ funzione, regolare al solito ma qualsiasi, di x, y, U, $\frac{\partial U}{\partial x}$ ... la stessa (56) darà luogo all'altra:

$$(57) \qquad -\iint V \left\{ F(U) - \Phi \right\} dx\, dy + \iint U G(V)\, dx\, dy = \int L\, ds\,,$$

che varrà per ogni integrale U della equazione precedente $\Phi=0$ regolare entro C; e se la funzione V che qui figura oltre essere regolare anch'essa entro C (il contorno inclus.) non sarà zero in nessuna porzione superficiale per quanto piccola di C, allora inversamente « ogni funzione U regolare in C « (il cont. inclus.) che soddisfi a questa equazione (57) per qualunque por- « zione anche arbitrariamente piccola di C sarà un integrale della equa- « zione $\Phi=0$ ».

Avendosi infatti la (56) e la (57) insieme, ne verrà sempre l'altra $\iint_{c_1} V\Phi\, dx\, dy=0$ per qualunque porzione c_1, comunque piccola, di C, e se $M(x_1, y_1)$, sarà un punto qualunque interno a C o sul contorno, in esso per quel valore di U dovrà essere $\Phi=0$, altrimenti se in quel punto fosse $\Phi=\lambda$, con λ diverso da zero, a causa della continuità esisterebbe un intorno c di M nel quale Φ sarebbe diverso da zero e del medesimo segno di λ, e allora se V in M non fosse zero prendendo in c un altro intorno c_1 sufficientemente piccolo di M, il prodotto $V\Phi$ in tutto c_1 sarebbe diverso da zero e dello stesso segno, e l'equazione $\iint_{c_1} V\Phi\, dx\, dy=0$ non sarebbe soddisfatta. E se V in M fosse zero, in alcuni punti m_1, m_2 ... di c comunque vicini ad M, nè V nè λ sarebbero

zero perchè V non è zero in nessuna porzione superficiale di C, e allora col ragionamento precedente si troverebbe che la equazione $\iint V\Phi \, dx \, dy = 0$ non sussisterebbe per intorni sufficientemente piccoli dei punti $m_1, m_2, \ldots$ contenuti in c.

Segue da ciò evidentemente che scrivendo la formola:

$$(58) \qquad \iint \left\{ UG(V) - VP(U) \right\} dx \, dy = \int L \, ds,$$

dove G(V) e L sono dati dalle (50) e (54) o (55), si può affermare che questa formola varrà sia per qualsiasi funzione U regolare entro C (il contorno inclus.), sia soltanto per gl' integrali U della equazione $\Phi = 0$ regolari essi pure entro C (il cont. incl.), secondochè sarà $P(U) = F(U)$, o $P(U) = F(U) - \Phi$, e lo stesso naturalmente avverrà delle formole che si dedurranno da queste; e così avremo formole che corrisponderanno a proprietà degli integrali delle equazioni a derivate parziali di second' ordine $\Phi = 0$, e anche varranno per la integrazione di questa almeno in casi speciali; e ciò sia partendo da un contorno s dato qualsiasi, sia partendo da contorni speciali che vengano scelti convenientemente in dipendenza della equazione stessa che si considera $\Phi = 0$.

20. Ciò premesso, senza presupporre nulla ora rispetto al contorno s di C, indichiamo con $M(x_1, y_1)$ un punto qualsiasi interno a C, e supponiamo che V sia una funzione sempre regolare in C, fuori che nel punto (x_1, y_1) dove ammetteremo che abbia una singolarità proveniente dalla presenza di un termine logaritmico $\log \varphi$, essendo φ una funzione regolare in ogni intorno del punto M e zero in questo punto.

La formola (58) non sarà allora applicabile altro che quando si escluda il punto M con un piccolo campo c di forma qualsiasi il cui contorno sia s_1 e non passi per M, e quindi perchè sia valida dovremo intendere che l'integrale doppio del primo membro sia esteso al campo $C - c$, e che da quello semplice del secondo membro ne sia tolto uno simile esteso al contorno s_1 di c percorso nel senso diretto, e colle normali volte allora verso l' interno di c, per modo che si avrà ora:

$$(59) \qquad \iint_{C-c} \left\{ UG(V) - VP(U) \right\} dx \, dy = \int_s L \, ds - \int_{s_1} L \, ds_1 .$$

Supponendo ora che nell' intorno di C si abbia:

$$V = A \log \varphi + B,$$

con A, B, φ funzioni regolari nell' intorno stesso, sarà:

$$\frac{\partial V}{\partial x} = A'_x \log \varphi + A \frac{\varphi'_x}{\varphi} + B'_x, \quad \frac{\partial V}{\partial y} = A'_y \log \varphi + A \frac{\varphi'_y}{\varphi} + B'_y,$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = A''_{x,x} \log \varphi + 2A'_x \frac{\varphi'_x}{\varphi} + A \frac{\varphi''_{x,x}\varphi - \varphi'^2}{\varphi^2} + B''_{x,x},$$

. . . .

ove cogli apici abbiamo indicato le derivate parziali di A, B, φ; e siccome A, B, φ sono regolari in tutto un intorno c_1 di M che possiamo supporre che comprenda nel suo interno l'intorno c, così è certo che esse e le loro derivate si comporranno di gruppi di termini omogenei in $x - x_1$, e $y - y_1$; e in φ mancherà sempre il termine di grado zero perchè φ deve annullarsi in M, per modo che indicando con φ_s questi gruppi omogenei di φ di grado s avremo:

$$\varphi = \varphi_n + \varphi_{n+1} + \varphi_{n+2} \cdots$$

con $n \geq 1$. E se nell'intorno di M introdurremo le coordinate polari ϱ, θ colle formole $x - x_1 = \varrho \cos\theta$, $y - y_1 = \varrho \operatorname{sen}\theta$, con che $dx\,dy = \varrho\, d\varrho\, d\theta$, $\frac{\varphi}{\varrho^n}$ sarà sempre finito entro c, e inoltre non si accosterà mai a zero più di una certa quantità data se φ_n, come supporremo, non si annullerà altro che in M, ciò che porterà ora anche la condizione che essa debba essere una forma definita di grado pari $n \geq 2$.

Prendendo ora a studiare l'integrale del primo membro della (59), osserviamo che onde essere certi che esso all'impiccolire in un modo qualsiasi di c abbia un limite, che allora sarà l'integrale stesso esteso nuovamente all'intero campo C, bisognerà assicurarsi che dato un numero comunque piccolo σ esiste un campo c_1 tale che per qualsiasi altro campo c_2 interno a c_1 e il cui contorno non passi per M, l'integrale stesso esteso alle porzioni comprese fra c_2 e c_1 è inferiore a σ; e evidentemente se, spezzandolo in più integrali nel modo che occorrerà, intenderemo ridotti positivi i loro elementi, basterà considerare invece del campo compreso fra c_2 e c_1 quello c' compreso fra i cerchi di centro M e di raggi r_2 e r_1, essendo r_2 la minima distanza dei punti di c_2 da M, e r_1 la massima distanza dei punti di c_1 pure da M.

Così, avuto riguardo al modo di composizione del polinomio aggiunto G(V) e ai valori dati sopra per le derivate di V, si vedrà subito che tutti i termini del primo membro della (59) all'impiccolire di c tenderanno verso gli integrali corrispondenti estesi all'intiero campo C, salvo per quelli provenienti dai termini $A\frac{\varphi''_{x,x}\varphi - \varphi_x'^2}{\varrho^2}$, ... che a calcoli fatti avranno ancora il denominatore ϱ, a meno che A non manchi del termine di grado zero in $x - x_1$, e $y - y_1$, cioè sia zero nel punto M, nel qual caso evidentemente non si avranno eccezioni neppure per questi termini.

Fuori di questo caso, cioè quando A non sia zero nel punto M, aggruppando insieme questi termini, si vede che essi differiranno tanto poco quanto si vuole dall'unico:

$$A_1 U_1 \iint \left(a_1 \frac{\partial^2 \log\varphi_n}{\partial x^2} + 2b_1 \frac{\partial^2 \log\varphi_n}{\partial x\, \partial y} + c_1 \frac{\partial^2 \log\varphi_n}{\partial y^2} \right) dx\, dy\,,$$

dove con A_1, U_1, a_1, b_1, c_1 sono indicati i valori di A, U, a, b, c nel punto M; e indipendentemente dal valore U_1 di U; questo termine sparirà senz'altro se la quantità fra parentesi sarà zero; dunque si può intanto evidentemente asserire che se per φ_n sarà presa una forma definita di grado $n \geq 2$ di $x - x_1$, $y - y_1$, e tale che la somma:

$$a_1 \frac{\partial^2 \log \varphi_n}{\partial x^2} + 2b_1 \frac{\partial^2 \log \varphi_n}{\partial x \, \partial y} + c_1 \frac{\partial^2 \log \varphi_n}{\partial y^2}$$

sia identicamente nulla, l' integrale del primo membro della formola (59) coll' impiccolire in qualsiasi modo di c avrà per limite l' integrale stesso esteso all' intero campo C; e lo stesso per quanto abbiamo detto, avverrà anche se φ_n non soddisfarà a questa condizione quando A si annullerà nel punto M.

Quanto poi agli integrali che figurano nel secondo membro della (59), sarà da considerarsi soltanto quello esteso al contorno s_1 del campo c; e poichè ora per le considerazioni precedenti potremo prendere s_1 circolare senz'altro e di raggio r, con chè su esso si avrà $d s_1 = r \, d\theta$, così è evidente che se A sarà zero nel punto M l' integrale stesso avrà per limite lo zero e non occorreranno considerazioni speciali; mentre se A non sarà zero in M allora bisognerà spezzarlo in varii integrali, e fermarsi a considerare quelli relativi ai termini che contengono $\frac{\partial V}{\partial x}$ e $\frac{\partial V}{\partial y}$; nè occorrerà tenere conto degli altri perchè saranno arbitrariamente piccoli.

Questi integrali poi, avendo riguardo ai valori dati sopra di $\frac{\partial V}{\partial x}$, e $\frac{\partial V}{\partial y}$ e all' essere $\frac{\partial x}{\partial p} = - \frac{\partial (x - x_1)}{\partial r}$, $\frac{\partial y}{\partial p} = - \frac{\partial (y - y_1)}{\partial r}$, si vede che a meno di quantità arbitrariamente piccole si riducono al seguente:

$$- A_1 U_1 \int_0^{2\pi} \left[(a_1 \cos\theta + b_1 \operatorname{sen}\theta) \frac{\partial \varphi_n}{\partial x} + (b_1 \cos\theta + c_1 \operatorname{sen}\theta) \frac{\partial \varphi_n}{\partial y} \right] \frac{r d\theta}{\varphi_n},$$

o anche all' altro:

$$- A_1 U_1 \int_0^{2\pi} \left[\Big(a_1 (x - x_1) + b_1 (y - y_1) \Big) \frac{\partial \varphi_n}{\partial x} + \Big(b_1 (x - x_1) + c_1 (y - y_1) \Big) \frac{\partial \varphi_n}{\partial y} \right] \frac{d\theta}{\varphi_n},$$

il quale, per essere $(x - x_1) \frac{\partial \varphi_n}{\partial x} + (y - y_1) \frac{\partial \varphi_n}{\partial y} = n \, \varphi_n$, potrà anche scriversi:

$$- A_1 U_1 \left\{ 2 n \pi a_1 + \int_0^{2\pi} \left[b_1 \left((x - x_1) \frac{\partial \varphi_n}{\partial y} + (y - y_1) \frac{\partial \varphi_n}{\partial x} \right) + (c_1 - a_1)(y - y_1) \frac{\partial \varphi_n}{\partial y} \right] \frac{d\theta}{\varphi_n} \right\},$$

e sarà zero sempre quando lo sia A_1; dunque si può ora evidentemente concludere che « se essendo $M(x_1, y_1)$ un punto *interno* a C si prende:

$$V = A \log \varphi + B, \tag{60}$$

« dove A, e B sono funzioni regolari qualsiansi entro C (il contorno incl.)
« e φ è anch'essa regolare in C, e oltre a ciò si annulla nel punto M, e
« nell'intorno di M si può scomporre in una somma di gruppi $\varphi_n, \varphi_{n+1}, \ldots$
« di termini omogenei dei gradi $n, n+1, \ldots$ in $x - x_1$, $y - y_1$, il primo
« dei quali φ_n è una forma definita di grado $n \geq 2$ e tale che per esso
« si ha:

$$a_1 \frac{\partial^2 \log \varphi_n}{\partial x^2} + 2 b_1 \frac{\partial^2 \log \varphi_n}{\partial x \partial y} + c_1 \frac{\partial^2 \log \varphi_n}{\partial y^2} = 0, \tag{61}$$

« allora si avrà la formola seguente:

$$A_1 U_1 \left\{ 2 n \pi a_1 + \int_0^{2\pi} \left[b_1 \left((y - y_1) \frac{\partial \varphi_n}{\partial x} + (x - x_1) \frac{\partial \varphi_n}{\partial y} \right) + (c_1 - a_1)(y - y_1) \frac{\partial \varphi_n}{\partial y} \right] \frac{d\theta}{\varphi_n} \right\} = - \iint \left\{ UG(V) - VP(U) \right\} dx\, dy + \int L\, ds, \tag{62}$$

« dove L è dato dalle (54) o (55), e A_1, U_1, a_1, b_1, c_1 sono i valori di
« A, U, a, b, c nel punto M (x_1, y_1), e la funzione P(U) corrisponde, secondo
« i casi, a F(U) o a $F(U) - \Phi$ ».

« E se la funzione A si annullerà nel punto M, allora non vi sarà
« bisogno di porre per φ_n la condizione di soddisfare alla equazione (61),
« e la formola precedente sussisterà ancora, ma si ridurrà alla (58) stessa,
« la quale resta così dimostrata anche nel caso in cui V in un punto
« $M(x_1, y_1)$ interno a C abbia una singolarità logaritmica tale che la stessa
« funzione V si possa porre sotto la forma (60) con A funzione regolare
« che si annulla nel punto stesso M ».

Questa formola (62) quando i coefficienti di U_1 nel primo membro sono diversi da zero, darà il valore della funzione U nel punto $M(x_1, y_1)$ espresso per gli elementi che figurano nel secondo membro, e varrà per qualsiasi funzione U regolare entro C se vi sarà posto $P(U) = F(U)$, mentre varrà soltanto per gli integrali regolari della equazione:

$$\Phi \left(x, y, U, \frac{\partial U}{\partial x}, \frac{\partial U}{\partial y}, \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y}, \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \right) = 0, \tag{63}$$

se vi sarà posto $P(U) = F(U) - \Phi$. In ogni modo esprimerà una proprietà di qualsiasi funzione U regolare in C o degli integrali regolari della (63), e varrà ad esprimere queste quantità per quelli fra i loro elementi che siano dati al contorno quando, profittando delle funzioni indeterminate che vi figurano o della arbitrarietà che si ha nel contorno, si potrà fare in modo che non vi restino altro che gli elementi dati stessi; e noi tenendo conto appunto di questo, faremo poi di quella formola interessanti applicazioni.

21. Il punto $M(x_1, y_1)$ da noi considerato finora era supposto interno al campo C. Se esso invece è sul contorno, occorrono considerazioni che differiscono leggermente dalle precedenti.

In questo caso potremo intendere escluso lo stesso punto M togliendo da C un campo c piccolo ad arbitrio limitato da due porzioni piccolissime $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ di s dalle due parti di M e da una curva s_1 interna a C pure piccolissima; e invece della formola (59) avremo l' altra:

$$\iint\limits_{C-c} \left\{ UG(V) - VP(U) \right\} dx\,dy = \int_{s-\varepsilon_1-\varepsilon_2} L\,ds + \int_{s_1} L\,ds. \tag{64}$$

Ora prendendo ancora V sotto la forma (60) con $\varphi = \varphi_n + \varphi_{n+1} + \dots$, e $n \geqq 1$, non importerà più porre la condizione che φ_n nelle vicinanze di M non si annulli in nessun punto fuori che in M, ma solo basterà richiedere che, fuori che in questo punto M, essa non si annulli *in nessun altro punto interno di c, nè sul contorno*, per modo che in tutto c il $\frac{\varphi_n}{\varrho^n}$ sia sempre discosto da zero più di un certo numero; in altri termini non verrà ora escluso che φ_n possa annullarsi anche nelle vicinanze di M *ma fuori del campo c*, e potrà quindi essere anche $n = 1$.

Con queste condizioni però e coll' altra data dalla (61), ma questa però pel caso soltanto che A non sia zero nel punto M, basterà ripetere i ragionamenti fatti pel caso precedente per vedere subito che all' integrale doppio del primo membro della formola (66) potremo ancora sostituire quello esteso a C all' infuori di quantità arbitrariamente piccole, e s_1 potrà supporsi circolare senz' altro.

Ciò supposto, se s' indica con θ_1 l' angolo che la tangente a M nella direzione degli archi s decrescenti (raggio iniziale di s_1) fa coll' asse della x, e con $\theta_1 - \gamma$ quello della tangente dall' altra parte di M (raggio finale di s_1), per modo che γ venga ad essere l' angolo delle due direzioni delle tangenti al contorno in M fra le quali cade il campo C, coi ragionamenti stessi del paragrafo precedente si vedrà subito che se in M la funzione A sarà zero, l' integrale $\int_{s_1} L\,ds$ tenderà a zero certamente coll' impiccolire di s_1, e l' integrale $\int_{s-\varepsilon_1-\varepsilon_2} L\,ds$ tenderà verso l' altro $\int_s L\,ds$ il quale verrà così ad avere un significato; mentre, se A non sarà zero in M, o, il che è lo stesso, se A_1 non sarà zero, la parte dell' integrale $\int_{s_1} L\,ds_1$ che giova di considerare si ridurrà alla seguente:

$$A_1 U_1 \left\{ n\gamma a_1 - \int_{\theta_1}^{\theta_1-\gamma} \left[b_1 \left((y-y_1)\frac{\partial \varphi_n}{\partial x} + (x-x_1)\frac{\partial \varphi_n}{\partial y} \right) + \right.\right.$$
$$\left.\left. + (c_1 - a_1)(y-y_1)\frac{\partial \varphi_n}{\partial y} \right] \frac{d\theta}{\varphi_n} \right\};$$

ma allora per l' integrale $\int_{s-\varepsilon_1-\varepsilon_2} L\, ds$ del secondo membro della (64) che pure, sotto le condizioni poste, avrà un limite, non potrà dirsi che questo limite sia l'integrale $\int_s L\, ds$, perchè, avendo supposto che s_1 sia circolare, ε_1 e ε_2 non sono più indipendenti, e sono invece uguali fra loro.

Ne segue che « se A si annullerà nel punto M del contorno la for- « mola (58) continuerà ancora a sussistere senz' altro ; se poi A non si an- « nullerà in M allora la formola (64) darà luogo all' altra:

$$(65)\quad A_1 U_1 \left\{ n\,\gamma\, a_1 - \int_{\theta_1}^{\theta_1-\gamma} \left[b_1 \left((y-y_1)\frac{\partial \varphi_n}{\partial x} + (x-x_1)\frac{\partial \varphi_n}{\partial y} \right) + \right.\right.$$
$$\left.\left. + (c_1-a_1)(y-y_1)\frac{\partial \varphi_n}{\partial y} \right] \frac{d\theta}{\varphi_n} \right\} = \iint \left\{ UG(V) - VP(U) \right\} dx\, dy - \lim_{\substack{\varepsilon_1=0\\ \varepsilon_2=0}} \int_{s-\varepsilon_1-\varepsilon_2} L\, ds\,,$$

« quando φ_n soddisfi alla condizione (61) e non si annulli in C altro che « nel punto M » ; ma se si vorrà all' ultimo termine sostituire l' integrale $\int_s L\, ds$ bisognerà assicurarsi che questo ha un significato.

Osservando al solito che la parte di questo integrale nell' intorno di M che può dare luogo a singolarità è soltanto quella che proviene dai termini che contengono $\frac{dV}{dx}$ e $\frac{dV}{dy}$, si riscontra subito che le indagini devono riportarsi sulla quantità:

$$\left\{ \left(a_1 \frac{\partial x}{\partial p} + b_1 \frac{\partial y}{\partial p} \right) \frac{\partial \varphi_n}{\partial x} + \left(b_1 \frac{\partial x}{\partial p} + c_1 \frac{\partial y}{\partial p} \right) \frac{\partial \varphi_n}{\partial y} \right\} \frac{ds}{\varphi_n},$$

ovvero sulla corrispondente:

$$\frac{1}{\varphi_n} \left\{ \left(-a_1\, dy + b_1\, dx \right) \frac{\partial \varphi_n}{\partial x} + \left(-b_1\, dy + c_1\, dx \right) \frac{\partial \varphi_n}{\partial y} \right\},$$

negli stessi intorni di M, comunque scelti ma arbitrariamente piccoli ; quindi evidentemente la indicata sostituzione dell' integrale $\int_s L\, ds$ all' ultimo termine della (65) potrà farsi soltanto quando il contorno s o la funzione φ_n siano tali che le quantità precedenti negli intorni sufficientemente piccoli di M sopra il contorno siano uguali a zero senz' altro, o almeno i loro integrali estesi a porzioni comunque piccole del contorno dalle due parti di M siano arbitrariamente piccoli.

In particolare, dunque, la cosa potrà farsi indipendentemente dal valore di φ_n quando il contorno sia tale che su esso si abbiano le due :

$$-a_1\, dy + b_1\, dx = 0\,, \quad -b_1\, dy + c_1\, dx = 0\,,$$

o dipendentemente da φ_n quando si abbiano le altre:

$$a_1 \frac{\partial \varphi_n}{\partial x} + b_1 \frac{\partial \varphi_n}{\partial y} = 0 \quad , \quad b_1 \frac{\partial \varphi_n}{\partial x} + c_1 \frac{\partial \varphi_n}{\partial y} = 0 \, ,$$

sulle tangenti al contorno dalle due parti di M, o più generalmente quando, si abbia la equazione:

$$\left(a_1 \frac{\partial \varphi_n}{\partial x} + b_1 \frac{\partial \varphi_n}{\partial y} \right) dy - \left(b_1 \frac{\partial \varphi_n}{\partial x} + c_1 \frac{\partial \varphi_n}{\partial y} \right) dx = 0 \, ,$$

in piccole porzioni del contorno dalle due parti di M.

22. Nelle formole dei due paragrafi precedenti avendo voluto conservare la maggiore generalità possibile nelle funzioni U e V, compatibilmente colle condizioni speciali che si avevano per esse, è stato poi necessario introdurre altre condizioni per ottenere le formole (62) o (65).

Se noi però ammettiamo che V, pure avendo una singolarità nel punto $M(x_1, y_1)$ che supporremo p. es. interno al campo C, in tutto il rimanente del campo soddisfi alla solita condizione di essere regolare ecc., e inoltre sia un integrale della equazione aggiunta $G(V) = 0$ della $F(U) = 0$, allora avremo sempre la formola (59), ma nell'integrale doppio del primo membro mancherà senz'altro il termine $UG(V)$ che era quello appunto che portava le difficoltà, e si vedrà subito che l'integrale rimanente $\iint_{C-c} VP(U)dx\,dy$ coll'impiccolire del campo c tenderà verso l'integrale $\iint_{C} VP(U)dx\,dy$ se l'ordine d'infinito di V nel punto M per l'introduzione delle solite coordinate polari non risulterà superiore a quello di $\frac{\tau(\varrho)}{\varrho}$, dove $\tau(\varrho)$ diviene infinitesimo con ϱ; e sotto la stessa condizione prendendo ancora s_1 circolare si troverà che nell'integrale $\int_{s_1} L ds_1$ del secondo membro tenderà a zero la parte che non contiene la derivata di V.

Se poi la quantità:

$$(66) \qquad \left\{ a(x - x_1) + b(y - y_1) \right\} \frac{\partial V}{\partial x} + \left\{ b(x - x_1) + c(y - y_1) \right\} \frac{\partial V}{\partial y}$$

col tendere del punto (x, y) verso il punto M avrà un limite determinato e finito α_0, allora l'altra parte di $\int_{s_1} L ds_1$ tenderà verso $2\pi\alpha_0\, U_1$; quindi si può anche evidentemente affermare che « se, senza richiedere ora che V sia « della forma (60), si saprà che essa è un integrale della equazione ag- « giunta $G(V) = 0$ della $F(U) = 0$ che, pure avendo una singolarità nel punto « $M(x_1 , y_1)$ interno a C, ivi colla introduzione delle coordinate polari (ϱ, θ)

« risulterà di un ordine d'infinito non superiore a quello di $\frac{\tau(\varrho)}{\varrho}$, dove $\tau(\varrho)$
« diviene infinitesimo con ϱ; e se la quantità (66) avvicinandosi il punto
« (x, y) in qualsiasi modo al punto M ha un limite determinato e finito α_0,
« avremo la formola:

$$(67) \qquad 2\pi\,\alpha_0 U_1 = \iint VP(U)dx\,dy + \int L ds,$$

« che corrisponde alla (62) pel caso appunto di $G(V) = 0$, e nella quale U
« sarà ancora una funzione regolare qualsiasi in U se $P(U) = F(U)$, e sarà
« un integrale della equazione (63) se $P(U) = F(U) - \Phi$ ».

Una estensione simile della formola (65), sempre pel caso di $G(V) = 0$, si avrebbe anche se il punto M fosse sul contorno di C.

23. Si comprende come tutte queste formole, a causa della arbitrarietà delle funzioni $a, b, c \ldots$, e V o A, B, e φ che vi figurano, e anche di U quando non vi è la condizione che sia un integrale della equazione $\Phi = 0$, come a causa della arbitrarietà del contorno, daranno luogo a formole svariatissime.

Lasciando ad es., qualsiasi il contorno, e sempre intendendo che per le funzioni che si considerano siano soddisfatte le condizioni generali precedenti, cioè di essere regolari in C, ecc. ..., potremo dare avanti ad arbitrio la funzione U supponendo $P(U) = F(U)$, e potremo poi prendere come meglio vorremo la funzione V o le tre A, B, φ e il polinomio $F(U)$, determinando in corrispondenza il suo aggiunto $G(V)$; come senza dare avanti U, o dando soltanto l'equazione $\Phi = 0$ cui dovrà soddisfare U nel caso di $P(U) = F(U) - \Phi$, potremo scegliere V, o A, B, e φ in modo da soddisfare a date condizioni, p. es.: al contorno; e così otterremo altre formole particolari che potranno talvolta essere utili.

Invece potremo anche scegliere avanti il contorno s di C in modo speciale, e lasciare ancora tutte le altre quantità indeterminate o prenderle nel modo che più troveremo conveniente; o infine, volendo, potremo prendere il contorno non più arbitrariamente ma in modo che su esso siano soddisfatte certe condizioni speciali in dipendenza delle funzioni U o V, o in relazione ai coefficienti $a, b, c \ldots$ del polinomio scelto $F(U)$, per modo ad es: che i coefficienti $a\frac{\partial x}{\partial p} + b\frac{\partial y}{\partial p}$, $b\frac{\partial x}{\partial p} + c\frac{\partial y}{\partial p} \ldots$ che figurano nei valori (54) o (55) di L, sul contorno al quale si riferiscono $\frac{\partial x}{\partial p}$, e $\frac{\partial y}{\partial p}$ abbiano particolarità speciali date.

24. Ci tratterremo poi sui casi nei quali si hanno date condizioni nell'interno del campo C o al contorno per le funzioni che figurano nelle nostre formole. Per ora conserveremo tutta la generalità che si aveva nei paragrafi precedenti per le funzioni stesse, e tratteremo alcuni casi di contorni particolari.

Supponiamo ad es. dapprima che il contorno s del campo C sia un rettangolo coi lati paralleli agli assi x e y, e coi vertici nei punti $A(x_0, y_0)$, $B(\xi, y_0)$, $C(\xi, \eta)$, $D(x_0, \eta)$.

Sul lato AB avremo

$$\frac{\partial x}{\partial p} = 0\,,\ \frac{\partial y}{\partial p} = 1\,,\quad ds = dx\,;\ \text{sul lato BC}\ \frac{\partial x}{\partial p} = -1\,,\ \frac{\partial y}{\partial p} = 0\,, ds = dy\,;$$

$$\text{sul lato CD}\ \frac{\partial x}{\partial p} = 0\quad \frac{\partial y}{\partial p} = -1\,,\quad ds = -\,dx\,;$$

$$\text{e sul lato DA}\ \frac{\partial x}{\partial p} = 1\,,\quad \frac{\partial y}{\partial p} = 0\quad ds = -\,dy\,;$$

e quindi indicando con L_1, L_2, L_3, L_4 i valori di L su questi lati rispettivamente avremo:

$$\int L\, ds = \int_{x_0}^{\xi} (L_1 + L_3)\, dx + \int_{y_0}^{\eta} (L_2 + L_4)\, dy\,,$$

con:

$$L_1 = \left\{ \quad b\,V \frac{\partial U}{\partial x} + c\,V \frac{\partial U}{\partial y} - U\left(-2\,e\,V + \frac{\partial (bV)}{\partial x} + \frac{\partial (cV)}{\partial y}\right)\right\}_{y_0}\,,$$

$$L_2 = \left\{ -a\,V \frac{\partial U}{\partial x} - b\,V \frac{\partial U}{\partial y} + U\left(-2\,d\,V + \frac{\partial (aV)}{\partial x} + \frac{\partial (bV)}{\partial y}\right)\right\}_{\xi}$$

e similmente L_3 e L_4.

Ora, con integrazioni per parti si vede subito che dalla formola precedente nel primo integrale si eliminano i termini che contengono $\frac{\partial U}{\partial x}$, e nel secondo si eliminano quelli che contengono $\frac{\partial U}{\partial y}$; quindi a calcoli fatti avremo evidentemente la formola seguente:

$$(68)\quad \int L\, ds = -2\left\{(bUV)_A - (bUV)_B + (bUV)_C - (bUV)_D\right\} -$$
$$-\int_{x_0}^{\xi}\left\{\left[UG_2(V) - cV\frac{\partial U}{\partial y}\right]_{y_0} - \left[UG_2(V) - c\,V\frac{\partial U}{\partial y}\right]_{\eta}\right\} dx +$$
$$+\int_{y_0}^{y}\left\{\left[UG_1(V) - aV\frac{\partial U}{\partial x}\right]_{\xi} - \left[UG_1(V) - aV\frac{\partial U}{\partial x}\right]_{x_0}\right\} dy\,,$$

dove nella prima parentesi del secondo membro figurano i valori di bUV nei quattro vertici del rettangolo, e si è posto per abbreviare:

$$(69)\ G_1(V) = \frac{\partial (aV)}{\partial x} + 2\,\frac{\partial (bV)}{\partial y} - 2\,V\,,\ G_2(V) = 2\,\frac{\partial (bV)}{\partial x} + \frac{\partial (cV)}{\partial y} - 2\,e\,V\,;$$

e ora sostituendo nella formola (58) questo valore di $\int L\, ds$ avremo la se-

guente:

$$(70)\quad 2(bUV)_{\xi,\eta} = 2\left\{(bUV)_B + (bUV)_D - (bUV)_A\right\} -$$

$$-\iint\left\{UG(V) - VP(U)\right\} dx\, dy -$$

$$-\int_{x_0}^{\xi}\left\{\left[U\,G_2(V) - c\,V\frac{\partial U}{\partial y}\right]_{y_0} - \left[UG_2(V) - c\,V\frac{\partial U}{\partial y}\right]_{\eta}\right\} dx +$$

$$+\int_{y_0}^{\eta}\left\{\left[U\,G_1(V) - aV\frac{\partial U}{\partial x}\right]_{\xi} - \left[UG_1(V) - a\,V\frac{\partial U}{\partial x}\right]_{x_0}\right\} dy\,.$$

che pel caso particolare delle funzioni U che soddisfano alle equazioni dal tipo iperbolico ridotte alla forma $s + ap + bq + cz = 0$, trovasi già nei lavori di Riemann, Du-Bois Reymond, Darboux, ecc.... mentre come qui viene data varrà sia per qualsiasi funzione U regolare entro il rettangolo ABCD, sia soltanto per gli integrali della solita equazione generale $\Phi = 0$, secondo chè sarà $P(U) = F(U)$, $P(U) = F(U) - \Phi$. E quando b e V non siano zero nel punto C (ξ, η) questa formola darà il valore di U in questo punto C (che potremo anche supporre variabile) espresso pei valori di U sui lati AB e AD del rettangolo e per gli altri elementi che figurano nella formola stessa; e di questa osservazione ci varremo più oltre.

Sostituendo invece il valore (68) di $\int_s L\, ds$ nella (62) si troverà l'altra:

$$(71)\,A_1U_1\left\{2n\pi a_1 + \int_0^{2m}\left[b_1\left\{(y-y_1)\frac{\partial\varphi_n}{\partial x} + (x-x_1)\frac{\partial\varphi_n}{\partial y}\right\} + (c_1-a_1)(y-y_1)\frac{\partial\varphi_n}{\varphi_n}\right]\frac{d\theta}{\varphi_n}\right\} =$$

$$= -2\left\{(bUV)\,A - (bUV)\,B + (bUV)\,C - (bUV)\,D\right\} - \iint\left\{UG(V) - VP(U)\right\} dx dy -$$

$$-\int_{x_0}^{\xi}\left\{\left[UG_2(V) - cV\frac{\partial U}{\partial y}\right]_{y_0} - \left[UG_2(V) - cV\frac{\partial U}{\partial y}\right]_{\eta}\right\} dx +$$

$$+\int_{y_0}^{\eta}\left\{\left[UG_1(V) - aV\frac{\partial U}{\partial x}\right]_{\xi} - \left[UG_1(V) - aV\frac{\partial U}{\partial x}\right]_{x_0}\right\} dy\,,$$

e formole simili si avrà dalle (65) e (67) sempre sotto le condizioni poste per φ_n nei respettivi casi. E anche questa formola potrà servire a determinare i valori delle funzioni U in un punto qualsiasi (x_1, y_1) in funzione di elementi dati al contorno, come pure mostreremo più oltre.

Fisica. — *Dell' azione dell' ozonatore sui gas attivati dai raggi X.* Nota del Socio Emilio Villari [1].

È ormai noto che i gas attraversati dai raggi X acquistano la proprietà di scaricare i conduttori elettrizzati. In una Nota letta il 6 di agosto al R. Istituto d'incoraggiamento di Napoli io, per ispiegare tale azione, accoglievo con la massima riserva l'ipotesi già fatta da altri, che gl' X attraversando i gas ne dissociassero le molecole; e le loro particelle divenute più numerose e leggiere, meglio si prestassero a dissipare l'elettricità. D'altra parte si sa, che l'effluvio elettrico o la così detta pioggia di fuoco degli ozonatori, ha la virtù di trasformare parzialmente l'ossigeno, O_2, in ozono, O_3. Così che l'effetto dell'effluvio sull'ossigeno sarebbe di associare gli atomi, e perciò contrario a quello supposto degl' X. Onde a me venne l'idea di studiare insieme l'azione dei raggi e dello effluvio sui gas.

Ed avanti tutto, l'ozono essendo ossigeno condensato non dovrebbe avere la proprietà scaricatrice, che si osserva nell'ossigeno attraversato dagl' X. Per verificare una tale supposizione costruii un ozonatore, indicato in sezione dalla fig. 1. Esso era fatto da una canna di vetro 3×60 cm., rivestita parzial-

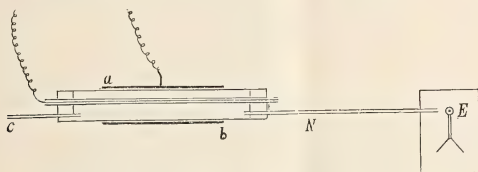



Fig. 1.

mente da un' armatura esterna *aa*, di stagnola. L' armatura interna, fatta da un filo di ferro, era incamiciata da un tubo di vetro, fissato alla canna con turaccioli di gomma. Pel tubo *c* si spingeva l'aria o l'ossigeno nell'ozonatore, e per N si conduceva all'elettroscopio E, chiuso nella sua gabbia di guardia unita al suolo. Riunendo con un forte induttore in attività le armature dell'ozonatore vi si produceva una energica pioggia di fuoco.

Assicuratomi contro ogni azione perturbatrice sull' elettroscopio, vidi che questo non si scaricava punto, spingendovi contro una corrente di aria o di ossigeno, disseccata al cloruro di calcio e fortemente ozonata dall' ozonatore. L' esperienza fu più volte ripetuta anche col gas-luce e sempre con risultato negativo, onde può dirsi:

(1) Presentata nella seduta del 20 dicembre 1896.

Che l'ozono non ha la proprietà di scaricare i conduttori elettrizzati, e che l'effluvio elettrico non ha l'attitudine di destare tale proprietà nell'aria, nell'ossigeno e nel gas-luce (1).

Ma assai più importante è di studiare l'azione condensante dell'effluvio sui gas, già supposti dissociati dagli X. Perciò disposi l'apparecchio come è indicato schematicamente nella figura 2. ZZ indica la parte anteriore di un'ampia cassa di zinco chiusa ed unita al suolo, contenente il Crookes C, chiuso in una cassa grosse lastre di piombo, ed il rocchetto induttore, non figurato. Così all'esterno delle due casse non manifestavansi punto induzioni o radiazioni perturbatrici. Le due casse avevano, ciascuna, un foro di 10 a 12 cm. in corrispondenza del fondo anticatodico di C: e lo esterno era ben chiuso dal vaso di zinco V (12 × 30 cm.) il cui fondo rivolto a C era di lastra d'alluminio di 0,3 mm. trasparentissima. Il gas da provare, spinto per la tubolatura *a* del vaso V e per l'ozonatore *bc*, perveniva pel tubo di piombo *c*E allo elettroscopio E, chiuso nella gabbia di guardia *gg*, unita al suolo. Erano, del pari, uniti al suolo, il vaso V, l'armatura interna dell'ozonatore pel filo *cs* ed uno dei poli dell'induttore. L'altro polo veniva pel filo *b* unito all'armatura esterna. La tubolatura *b* ed il tubo *c*E erano dello stesso diametro dell'ozonatore, col quale si univano direttamente con tubi di gomma. Così, esclusi i tappi precedentemente usati, i gas per gli ampî tubi fluivano più abbondantemente. Il cannello che involgeva l'armatura interna era con fili legato alla canna.

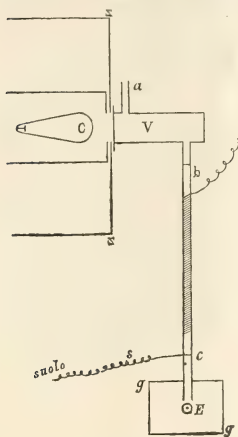



Fig. 2.

Dopo essermi assicurato, con osservazioni preliminari, che E non veniva turbato da azioni perturbatrici di nessuna maniera, misurai la durata delle scariche prodotte dalla corrente gassosa attivata in V dagli X; ed ottenni i tempi seguenti espressi in secondi:

Tabella I.

	Medie	Tempo di scarica di 1°
E perde 2° in 12″; 13″; 11″; 11″	12″	5″,4
5° 28″; 28″; 25″; 26″	27″	5″,4

Indi attivai l'ozonatore, e ricaricato l'elettroscopio, vi spinsi contro la corrente d'aria, attivata dagl'X, od Xata; e vidi che ogni minima scarica elettrica era soppressa, tanto che E rimase immobile per oltre i 180″, du-

(1) Il prof. Naccari fino dal 1888 aveva osservato che l'ozono non scarica i conduttori elettrizzati.

rante i quali l'ozonatore erasi mantenuto in attività. Questo fatto, moltissime volte confermato, mostra che la virtù scaricatrice acquistata dall'aria in V pei raggi X viene annullata dalla sua ozonizzazione in O. Interrotta in seguito la corrente attivante l'ozonatore, ottenni le durate delle varie scariche di E come appresso:

TABELLA II.

Scarica di E	Tempo di scarica	Tempo di scarica di 1°	
1°	5′,25″	5′,25″	
2	5 55	30	
2	6 12	17	Media 10″ per 1°
4	6 25	13	
5	6 40	15	
6	6 45	5	
7	7 4	19	
8	7 10	6	
9	7 20	10	
10	7 25	5	
11	7 35	10	
12	7 45	10	
13	7 55	10	
14	8 00	5	
15	8 10	5	

I numeri qui sopra mostrano, che dopo interrotta la corrente dell'ozonatore esso serbò, per un certo tempo, la proprietà d'annullare la virtù scaricatrice dell'aria. L'elettroscopio rimasto fermo per più minuti, perdè il primo grado in più di 5′. Indi l'attività residua dell'ozonatore s'andò man mano perdendo, e l'aria arrivando sempre più attiva su di E ne accelerò la scarica. Il secondo grado di scarica s'eseguì in soli 30″: e poscia la perdita di 1° s'ebbe in circa 10″, come rilevasi dalla terza colonna (¹). Ma neanche alla fine delle esperienze precedenti l'ozonatore era ritornato al suo stato neutro o normale; difatti ricaricai subito E e, senza riattivare O, ripetetti le due serie di misure seguenti:

TABELLA III.

Scariche di E		Tempo di scarica per 1°	
2°	in 19″	9″	
3	26	7	Media 6″,1
4	33	7	
5	39	6	
6	45	6	
2	51	6	
8	57	6	
9	62	5	
10	68	6	

TABELLA IV.

Scariche di E		Tempo di scarica per 1°	
1°	8″,8	8″,8	
2	15 0	9″,2	
3	20 0	5 0	Media 5″,6
4	25 5	5 5	
5	31 0	5 5	
6	36 5	4 5	
7	41 0	4 5	
8	46 0	5 0	
9	52 0	6 0	
10	57 0	5 0	

(¹) I numeri di questa colonna sono un poco saltuarî perchè, oltre ad essere le scariche abbastanza rapide, devevo osservarle insieme al cronometro e scrivere le osservazioni fatte. In seguito adoperai un cronografo puntatore a quinti di secondo, ed i numeri ottenuti furono più esatti e concordi.

Questi numeri mostrano che la proprietà residua dello ozonatore s' era pressochè annullata alla fine delle ultime misure, essendosi allora la scarica di 1° eseguita in 5 o 6″, come accade nelle esperienze della tabella I, ad ozonatore non per anco stato attivato.

I singolari fenomeni descritti pare rispondano alla ipotesi avanzata. L' ossigeno dell' aria dissociato in parte dagl' X scarica l' elettroscopio; ma condensato e ritornato allo stato naturale, ed in parte anche trasformato in ozono dall' ozonatore, perde la sua virtù scaricatrice. E cotesta proprietà dello ozonatore acquista maggiore importanza quando si considera, che essa non è limitata alla sola aria atmosferica.

Le mie ricerche si estesero al gas-luce, che spinto in grosso getto (alla pressione di 36 a 40 mm. d' acqua) e disseccato da una lunga colonna di cloruro di calcio veniva Xato in V, e per O soffiato contro di E. Le esperienze furono fatte come le precedenti ed i risultati medî di due serie di misure sono qui di seguito riportati:

Tabella V.

I Scarica di E	II Tempo di scarica		III Tempi medî di scarica	IV Tempo di scarica di 1°	
	Prima serie	Seconda serie			
1°	19″,0	18″,1	18″,6	18″,6	
2	36 6		34 6	16 0	
3	50 0	44 2	47 1	12 5	
4	64 8	58 4	61 6	14 5	
5	78 2	72 0	75 6	13 5	Media 12″,8
6	91 0	84 0	87 5	12 4	
7	103 4	95 8	99 6	12 1	
8	117 0	108 0	112 0	12 4	
9	129 8	120 0	124 9	12 9	
10	141 8	132 4	137 1	12 12	

Dalla IV colonna si scorge che la scarica di 1° di E, per effetto del gas Xato, s' eseguì in circa 13″, in media. È vero che in sulle prime la scarica fu più lenta, ma ciò deve attribuirsi al gas inattivo che riempiva l'apparecchio e che dovette prima essere eliminato: fenomeno che si riscontra sempre in queste misure.

In seguito attivai l' ozonatore per 10′, e spingendo sempre il gas attivato dagl' X, osservai che E, in detto tempo, perdè circa $\frac{1}{2}$ grado, per effetto, naturalmente, dell' ordinaria sua dispersione. Perciò possiamo affermare, che anche il gas-luce attivato dagl' X perde la sua proprietà scaricatrice passando per l' ozonatore O in attività.

Interrotto dopo 10′ la corrente di O, e seguitando l' efflusso del gas, attivato sempre dagl' X, si ebbero i seguenti tempi per le scariche dei primi 10° di E:

TABELLA VI.

Scarica di E	Tempo di scarica	Tempo di scarica di 1°
1°	21′,18″	21′,18″
2	23 00	1 52
5	24 01	1 01
4	24 47	46
5	25 28	53
6	26 6	36
7	26 40	34
8	27 9	29
9	27 38	29
10	28 9	31

Si vede che dopo l' interruzione della corrente dell'ozonatore, la scarica del primo grado di E impiegò oltre 21′ di tempo. Indi la scarica s' accelerò subito, ed il secondo grado s' eseguì in circa 2′ e l'ultimo, fra 9° e 10°, in soli 30″, ad un dipresso. Ma l' ozonatore, neanche dopo tutte le misure precedenti, era tornato al suo stato neutro normale, come mostrano i risultati seguenti, di esperienze fatte subito dopo le precedenti. Per brevità, di queste esperienze successive, do soltanto i numeri relativi alle scariche di 1°, 5° e 10°, includendovi, per confronto, anche quelli della tabella precedente V.

Senza attivare l' ozonatore, per corrente gas Xato:

				Tempo di scarica di 1°
E perde	1°	in	18″, 6	18″
	5°		75″, 6	13″, 5
	10°		137″, 1	12″, 1

Dopo attivato l' ozonatore per 10′:

E perde	1°		21′ 18″	21′ 18″
	5°		25′ 28	62″
	10°		28′ 09″	32″

Senza riattivare l' ozonatore e ricaricato E:

E perde	1°	in	35″	35″
	5°		2′ 17″	26″
	10°		4′ 6″	22″
»				
	1°		28″	28″
	5°		1′ 45″	19″
	10°		3′ 14″	18″
»	1°		25″	25″
	5°		1′ 35″	18″
	10°		2′ 53″	16″

Ripetute le misure dopo 20′:

E perde	1°	in	17″	17″
	5°		1′ 15″	12″
	10°		2′ 20″	13″

Questi risultati sono analoghi e più estesi di quelli ottenuti con l'aria. Essi mostrano che l'inizio della scarica di E, dopo attivato l'ozonatore per 10', cominciò tardissimo, tanto che il primo grado di scarica impiegò oltre 21' di tempo per verificarsi. Subito dopo la scarica s'accelerò man mano, come meglio vedesi dalla terza colonna; e nelle ultime misure la scarica di 1° s'eseguì in 12 o 13", come ad ozonatore affatto neutro. Se si sommano tutti i tempi delle varie serie di misure eseguite, insieme a quelli perduti fra una serie e l'altra, si troverà che l'ozonatore ha perduta la sua attività residua in una ora e mezza, circa.

Questa attività susseguente dell'ozonatore è dovuta, come vedremo, alla sua carica residua prodotta dall'effluvio, e deve naturalmente dipendere, dalla durata di questo. Per mettere in evidenza tale fatto, spingevo l'aria secca a velocità costante pel vaso V e per l'ozonatore O, ed attivavo questo con diverso numero di scintille. Indi attivavo il Crookes e misuravo il tempo delle scariche di E, grado per grado, fra 1° e 10°. Qui sotto do, per brevità, solo i risultati relativi alle scariche di 1°, 5° e 10°.

TABELLA VII.

N. scintille date all'ozonatore	Valore della scarica	Tempo della scarica	Tempo della scarica in 1°
0	1°	19"	19"
	5	1',18	15
	10	2 29	14
1	1	1 48	1',48
	2	1 58	10
2	1	2 6	2 6
	5	2 50	13
	10	3 31	8
3	1	2 33	2 33
	5	3 21	12
	10	4 2	8
10	1	3 7	3 7
	5	3 58	13
	10	4 42	9
30	1	4 1	4 1
	5	5 00	15
	10	5 43	9

Si vede che col crescere del numero delle scintille con cui si è attivato l'ozonatore se ne è prolungata l'attività residua. Però l'influenza è solo sensibile pei primi gradi della scarica, per essere stata brevissima la eccitazione dell'ozonatore.

Per ripetere ed estendere queste indagini, operai sul gas luce secco alla pressione di circa 40 mm. d'acqua, e caricai l'ozonatore facendovi andare, per un diverso numero di secondi, le scintille dell'induttore attivato dal consueto interruttore a mercurio, rapidamente oscillante. Così ottenni i numeri che seguono per le scariche di 1°, 5° e 10°.

TABELLA VIII.

N. d'ordine	Tempo di carica dell'ozonatore	E perde	Durata della scarica	Tempo della scarica di 1°
1	0	1°	21″	21″
		5	1′,23	15
		10	2 34	14
2	30″	1	7′,35″	7′,35″
		5	9 26	28
		10	11 00	19
3	1′,00	1	9′,30″	9′,30″
		5	11 42	33
		10	13 30	22
4	3′,00	1	12′,53″	12′,52″
		5		
		10	16 40	25
5	6′,00	1	17′,40″	17′,40″
		5	20 48	47
		10	23 4	27
6	0′,00	1	22″	22″
		5	1 25	16
		10	2 35	14
7	10′,00	1	18′,26″	18′,26″
		5	22 2	53
		10	24 40	31
8	15′,00	1	19′,22″	19′,22″
		5	23 46	66
		10	26 50	37
9	25′,00	1	19′,48″	19′,48″
		5	24 10	66
		10	27 5	35

Le esperienze fino alla 5ª inclusa furono fatte in un giorno, e le altre nel giorno seguente. Le misure 1 e 5, eseguite nei due giorni successivi, e ad ozonatore neutro mostrano, per l'identità dei risultati, che le condizioni erano identiche, e che i risultati sono tutti comparabili fra loro. Da essi risulta, come s'era veduto, che l'attività residua dell'ozonatore cresce con la durata della sua carica; ma in principio più rapidamente che in seguito; tanto che parrebbe probabile, che nella durata della attività residua vi debba essere un massimo. In queste esperienze, di maggior durata della carica dell'ozonatore, l'influenza della sua attività residua si estende a tutta la durata della scarica, da 1° a 10°.

La novità del fenomeno mi costrinse, per assicurarmi contro possibili errori inavvertiti, di ristudiarlo con un nuovo apparecchio. Costruii un nuovo ozonatore fatto con una canna di vetro come la precedente di 3×60 cm. In esso, al cannello che portava l'armatura interna, aperto da ambo i capi,

(1) In realtà la scarica dell' ultimo grado nelle successive serie di esperienze è un po' più rapida che nella prima serie, rispondente all'ozonatore neutro; e ciò credo debba attribuirsi all'aumentata attività del Crookes.

ne sostituii uno chiuso ad un estremo. L'armatura esterna la feci con un filo di ferro di 1 mm. avvolto a spire assai fitte, e la legai ad un elettrodo dell'induttore, mentre l'altro elettrodo e l'armatura interna dell'ozonatore comunicavano col suolo. Le esperienze fatte al solito modo dettero dei risultati, che riassumo qui sotto.

Esperienze col gas luce, solo Xato:

E perde 1° in 9″,5
5° » 43″,0

Attivato O per 60″ (E rimasto fermo); indi interrotto l'ozonatore si ebbe col gas Xato che:

		Prima serie	Seconda serie	Terza serie	IV serie
E perdè	1° in	20′,40″	1′,39″	54″	33″
	5	96 42	3 25	2′,17	1′,37
	9	99 52	4 50	3 28	2 28
	10		5 11	4 44	2 51

Dopo 8′

E perde 1° in 10″
5° » 43″
10° » 1′20″

Nelle ultime misure soltanto, l'ozonatore aveva ripreso il suo stato neutro o naturale; e ciò avvenne dopo più di 2 ore che era stato caricato. Del resto, i risultati ultimi, simili agli altri, mostrano solo, che l'attività residua di questo nuovo ozonatore fu di maggior durata dell'ozonatore precedente.

Questo fenomeno dell'attività residua dell'ozonatore è, come si disse, dovuto alle sue cariche elettriche penetrate ed ammassate nel vetro. Esse sono energiche perchè l'ozonatore si carica, con le sue armature, come un vero condensatore; esse aumentano con la durata dell'efflusso, disperdonsi lentamente come in tutti i coibenti elettrizzati, e danno così luogo alla attività residua dell'ozonatore.

Per mettere in evidenza queste cariche interne degli ozonatori, ne ho costruito uno con due lastre di ebanite, viste in sezione in A e B, fig. 3, grosse 5 mm., affacciate e distanti fra loro 5 a 10 mm. Sulla faccia esterna di ciascuna era attaccata una armatura di stagnola più piccola della lastra: e, mentre la superiore, ab comunicava con un elettrodo dell'induttore, la inferiore cd, comunicava con l'altro elettrodo e col suolo. Facevo passare un certo numero di scariche fra le due lastre; e poscia separate soffiavo sulle loro facce interne le note polveri, ed ottenni delle figure belle e nettissime.

Fig. 3.

Supponiamo che ad ab si comunichi una carica negativa —; essa penetra un po' nell'ebanite sottostante e richiamerà sulla faccia inferiore, e pro-

priamente in rs, dall'aria, una carica positiva $+$. La lastra inferiore B, sotto l'influenza di A riceverà in cd, dal suolo e dall'armatura, carica $+$; e questa attrarrà in lt, per influenza, elettricità negativa $-$. Così che, se fra le due lastre non fossero scattate scintille, esse, dopo un certo tempo,

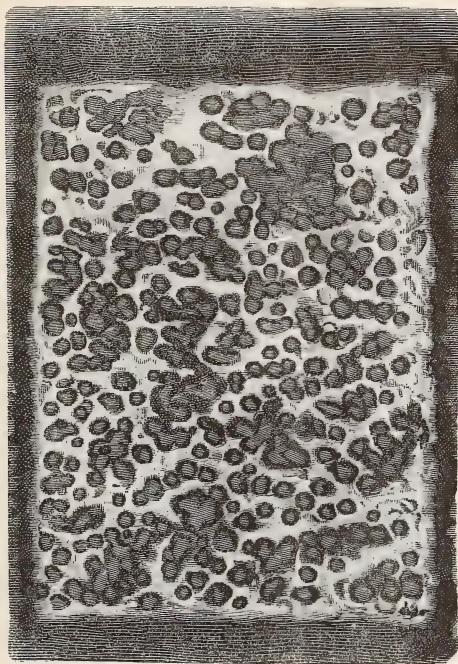



Fig. 4.

si troverebbero con le cariche indicate dalla figura. Ma quando opera il rocchetto e l'influenze sono energiche, si producono fra le lastre delle piccole scintille, che neutralizzano quei punti delle lastre dai quali saltano. E, se molte ne sono scattate, si avrà in rs una superficie con carica positiva $+$, intarsiata da macchie o spazî neutri; ed in lt una superficie negativa intarsiata da macchie neutre. Soffiando le polveri sulla faccia inferiore di A, sarà attratto il solfo nelle regioni $+$ di rs, e nelle plaghe neutre vi accorrerà minio, attrattovi dalla carica negativa sottostante all'armatura superiore ab. Le figure che così s'ottengono (fig. 4) sono spesso assai vaghe e di bello aspetto, ed alcune ricordano quasi la pelle della pantera, figurando come un intarsio

a fondo giallo di solfo intramezzato da macchie rosse di minio, in dischi di qualche centimetro, isolati o riuniti in parecchi. Naturalmente il solfo, che qualche volta è un po' dentellato, riman separato dal minio da zone o contorni neutri, privi di polveri. Intorno intorno alla regione *r s* vi è una

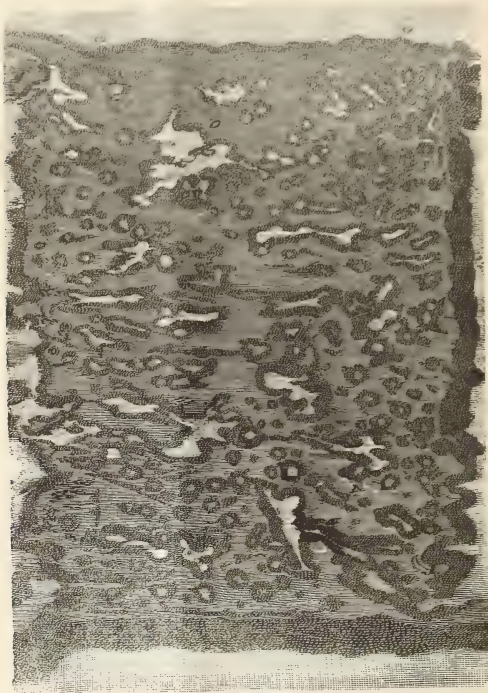



Fig. 5.

zona o cornice tersa o neutra, e più all' esterno ve n' ha una più ampia coperta di minio e degradata, attrattovi sempre dalla carica negativa — di *a b*.

La fig. 5, che si forma sulla faccia superiore della lastra B, è in un certo modo simile alla precedente, ma meno bella, forse per essere la sua armatura *c d* unita al suolo; e le sue tinte sono come rovesciate, rispetto alla precedente. Il fondo della figura è di minio, attrattovi dalla carica — di *l t*: gli spazî neutri si ricoprono di solfo per la carica + sottostante alla stagnola *c d*; ed esso è separato dal solfo da sottili zone neutre. Tutta la figura è incorniciata da una fascia neutra irregolare; e quindi da una zona degradata, coperta di poco solfo, attrattovi dalla carica + di *c d*.

Questa interpretazione, assai semplice e naturale, è simile a quella di analoghe figure prodotte sui condensatori e già studiate altra volta da me [1]. Essa viene confermata dal fatto, che le figure d'una medesima coppia di lastre sono, per così dire, reciproche l'una dell'altra. Cioè a dire dove sulla faccia *rs* di A ci è solfo, in corrispondenza su *lt* di B ci è minio, per le loro rispettive cariche proprie positive e negative. Nei siti dove in *rs* vi è minio, rispondente alle parti scaricate dalle scintille, corrisponde precisamente, nella regione *lt* della lastra opposta B, una figura simile, neutra anche essa, ma coperta di solfo. Lo che ci dice, che i punti dai quali scattarono, sopra e sotto, le scintille, si corrispondono perfettamente. Essi devono essere neutri perchè scaricati dalle scintille; e perciò sono atti a subire la influenza delle cariche penetrate al disotto delle armature rispettive.

Su lastre d'ebanite grosse 10 a 15 mm. ottenni delle figure simili alle precedenti, salvo quella prodotta su *lt*, della lastra B unita al suolo. Tale figura era formata di solo minio disposto come in larga rete a maglie quasi rotonde e terse, rispondenti alle regioni neutre, scaricate dalle scintille; nelle quali regioni, forse per la spessezza della lastra, la non forte carica di *cd*, unita al suolo, fu insufficiente ad attrarvi il solfo.

Su lastre di vetro grosse 1 a 2 mm. possono ottenersi figure consimili, ma sono a maglie più piccole, più fitte e delicate. Esse s'ottengono di preferenza sulla lastra ad armatura isolata; ed occorre che le lastre sieno asciutte e verniciate di fresco. Con alcune lastre state più volte adoperate e riscaldate, per iscaricarle, non fu possibile ottenere le figure.

Riprendendo lo studio coll'ultimo ozonatore di canne di vetro, dirò che le sue cariche residue possono parzialmente distruggersi, inviandovi delle correnti elettriche di segno contrario. Difatti, dopo averlo caricato con 30 scintille indotte di una certa direzione, che dirò destra D, vi inviai un diverso numero di scintille contrarie o sinistre, S. Spinsi poscia per esso, ed alla maniera consueta, il gas luce attivato dagl' X, ed ottenni i dati qui riassunti:

N. delle scintille		E perde	Tempo di scarica	Tempo di scarica di 1°
D	S			
30	0	1°	4′, 1″	4,′ 1″
		5	5 00	15
		10	5 43	9
30	1	1	3 31	3 31
		5	4 13	11
		10	5 1	10
30	2	1	3 2	3 2
		5	4 7	16
		10	5 3	11
30	4	1	3 4	3 4
		5	4 3	15
		10	4 52	10

[1] E. Villari, *Sulle figure elettriche dei condensatori.* Atti d. Acc. d. S. di Bologna, 1882.

I numeri della quinta colonna mostrano che i tempi delle scariche, e con essi la durata della attività residua dell' ozonatore decrebbe, quando lo si fece attraversare da scintille contrarie a quelle che lo avevano caricato; e tanto più quanto più numerose furono le scintille contrarie. Le esperienze seguenti vennero eseguite col primo ozonatore, che caricai per 10′ con scintille D, e poscia con diverso numero di scintille S.

N. d'ordine	N. scintille contrarie	E perde	Tempo di scarica	Tempo di scarica di 1°
1	0	1°	24′,35″	24′, 5″
		5	29 8	76
		10	32 18	38
2	15	1	20 14	20 24
		5	24 12	60
		10	26 48	31
3	60	1	16 40	16 40
		5	23 35	1 11
		10	26 42	37
4	200	1	13 24	13 24
		5	16 47	1 21
		10	19 10	33
5	400	1	16 12	16 12
		5	21 46	1 24
		10	25 31	45

Questi risultati, simili ai precedenti, sono più completi. La durata della scarica di E, e l'attività residua dell'ozonatore scemarono, fino ad un certo limite, col numero delle scintille contrarie inviate per l'ozonatore medesimo. Così la durata di 10° di scarica, da 32′ 18″ si ridusse a 19′ 10″, per 200 scintille contrarie; risalì a 25′ 39″ per 400 scintille contrarie. Lo che ci conduce ad ammettere, che le scintille contrarie, in parte annullano la carica residua ed in parte caricano per loro conto le superficie dell'ozonatore. Per piccolo numero di esse scintille contrarie prevale il primo effetto, e per un numero maggiore prevale il secondo.

Nelle esperienze precedenti, con le scintille D e S, ho sempre inviate per l'ozonatore le due indotte, di chiusura e di interruzione; giacchè l'efficacia della indotta di chiusura era affatto trascurabile, come si vede dai seguenti numeri riassuntivi.

Inviata nell'ozonatore la sola indotta diretta di D si ebbe con la corrente di gas luce Xato che

E perdè 10° in 55′,8″

Dopo circa un quarto d'ora l'ozonatore si ridusse quasi allo stato neutro ed

E perdè 10° in 1′,43″

Inviata nell'ozonatore la sola indotta inversa di D si ebbe col gas luce Xato che E perdè 10° in 1′,55″

Così che per la indotta inversa la durata della scarica di 10° s'accrebbe da 1′ 43″ ad 1′, 55″ cioè di soli 12″; e perciò la sua influenza nei fenomeni studiati è pressochè nulla.

Fisica. — *Come i raggi* X, *così pare che si pieghino dietro gli ostacoli i raggi luminosi.* Nota preliminare del prof. A Ròiti.

Nella Nota che presentai all' Accademia il 1° marzo si legge (¹) che, osservando certe ombre portate dai raggi di Röntgen e fissate colla fotografia, si penserebbe alla prima di avere davanti un fenomeno di diffrazione, perchè si vedono nelle penombre delle alternative di maggiore e minore intensità; ma che bisogna andar guardinghi nel giudicarle sapendo come i raggi catodici interni si riflettano sul metallo e sul vetro.

Il prof. E. Villari dal canto suo teneva parola per la prima volta il 14 marzo davanti all' Accademia di Napoli (²) d'un' osservazione consimile da lui fatta studiando il potere elettrodispersivo dei raggi X, e riferiva di aver anche riscontrato, mediante la fotografia, che questi raggi si ripiegano dietro i corpi opachi.

Parimenti il prof. A. Righi, fin dalle sue prime esperienze (³), si accorse che i raggi X provocano una debole dispersione, anche dentro l' ombra geometrica di un diaframma che li arresta, ed il 3 maggio fece conoscere ai Lincei (⁴) alcune sue osservazioni in proposito.

Più oltre (⁵) nella stessa Nota del 1° marzo, io diceva che, esplorato il campo col criptoscopio (il quale era un tubo col fondo circolare spalmato di platinocianuro di bario), questo presentava il proprio diaframma più luminoso nel mezzo che alla periferìa fin che si trovava vicino al tubo; ma quando n' era discosto, appariva più scuro nel mezzo: e ciò qualunque fosse la sua orientazione rispetto all' asse del tubo. Io mi sono limitato a questi semplici cenni, sebbene avessi fatto di poi altre osservazioni confermanti che l' ombra criptoscopica di un disco opaco, in certe posizioni, è più chiara nel mezzo, e viceversa che l' ombra di un grandissimo diaframma forato è più chiara in vicinanza del contorno del foro di quel che non sia in corrispondenza del centro. Ma il Villari ed il Righi studiarono, com' è noto, il fenomeno con molta diligenza, ed entrambi furono condotti a distinguere fra gli effetti elettrodispersivi e gli effetti fotografici.

Per produrre i primi basta che i raggi X incontrino le linee di forza elettrica (⁶) che partono dal corpo sul quale operano la dispersione, ed essi

(¹) Rendiconti, vol. V, ser. 5ª, pag. 156.

(²) Rendiconti della R. Acc. di Napoli, fasc. 4°, Aprile 1896.

(³) Memorie della R. Accad. di Bologna, serie 5ª, tomo VI, p. 247 in calce (31 maggio 1896).

(⁴) Rendiconti, serie 5ª, vol. V, p. 342.

(⁵) Rendiconti, serie 5ª, vol. V, p. 162.

(⁶) Vedi anche J. Perrin, *Journal de Physique* 3ª sér., T. V, p. 350 (Août 1896).

trovano una plausibile spiegazione nella dissociazione dell'aeriforme interposto. Per ispiegare i secondi s'invoca una specie di diffusione prodotta dall'aria che si comporterebbe rispetto ai raggi X come un mezzo torbido.

Occupato da altre cose, ho seguíto queste interessanti ricerche senza prendervi parte attiva, fino a che mi capitò sott'occhio una Nota di M. G. Sagnac ([1]) dalla quale riceveva appoggio la mia prima opinione che si trattasse di una pseudodiffrazione originata dal riflettersi dei raggi catodici nell'interno del tubo, e dal conseguente moltiplicarsi dei luoghi d'onde emanano i raggi X.

Il sig. Sagnac denunzia i contorcimenti inattesi che presenta l'ombra di un oggetto alla quale si sovrapponga quella di un altro, quando la sorgente ha una certa estensione: e li giustifica considerando che, all'avvicinarsi dei due oggetti, le regioni d'ombra piena si estendono a spese delle regioni in penombra, e quindi sembra che le ombre di quegli oggetti si deformino come se fra loro si esercitasse un'attrazione. Indica poi come, trovandosi associato a quella prima sorgente un centro d'emissione più intenso, l'ombra netta proiettata da questo debba essere illuminata internamente dalla penombra proiettata da quella, e ciò sopra una zona di chiarezza decrescente dalla periferìa verso il centro: e suggerisce che in tal modo si possono spiegare le fotografie ottenute coi raggi X dal Villari e da altri.

Mentre io leggeva questa Nota del sig. Sagnac, la tavola era illuminata da una lampada sospesa, col suo riflettore emisferico bianco: e mi riuscì facile riscontrare che, allontanando a poco a poco una moneta da un foglio, l'ombra era da principio a contorni abbastanza netti, poi sfumati con una distinta corona scura che circondava un circolo meno scuro; più oltre si estendeva molto ed impallidiva la penombra esterna, mentre la corona oscura si restringeva abbracciando sempre un campo meno cupo; in appresso questa corona si riduceva ad un punto nero per poi dileguarsi; e finalmente sul campo illuminato del foglio rimaneva visibile una sola corona grigia sfumata esternamente ed internamente, e circondante un campo chiaro. Avrei detto quasi che era l'ombra di un toro.

Con un diaframma opaco forato, i vari aspetti dell'ombra sul foglio apparivano all'incirca complementari di quelli prodotti dal disco, e ad una certa distanza una corona chiara circondava un campo relativamente scuro.

Pensai che la fiamma facesse le veci della lastrina di platino anticatodica, ed il riflettore rappresentasse le pareti di vetro del tubo colpite dai raggi catodici riflessi dal platino; oppure che il riflettore facesse le veci del fondo dei soliti tubi piriformi, e che la fiamma rappresentasse il disco d'alluminio sul quale devono arrivare i raggi catodici riflessi dal fondo, o più probabilmente che rappresentasse il piccolo cerchio del fondo ove son più densi i raggi catodici incidenti.

([1]) *Comptes rendus de l'Academie des sciences* (23 novembre 1896, t. 123, p. 880).

Mi venne il desiderio di mettere in chiaro queste circostanze, e pregai il mio assistente dott. Ercolini di prendere delle misure illuminando con un becco di Auer diversi setti pellucidi messi in fila, più o meno trasparenti per macchie d' unto o per fori praticati in alcuni di essi, ed osservando sopra uno schermo bianco le ombre di dischi o di diaframmi forati.

Sarebbe prematuro riferire i risultati ancora manchevoli delle misure fatte dall' Ercolini; ma stimo opportuno di pubblicare senz' altro un fatto osservato da me medesimo, e che a me par nuovo e degno di attenzione, quantunque sia meno appariscente.

Il lume d' Auer ha lo scartoccio di vetro spulito e si trova in un involucro nero che sul davanti ha un foro circolare chiuso da una lamina pellucida. Davanti a questa, e centrato con essa, si può spostare un disco opaco e nero, maggiore del foro.

L' ombra portata è anche in questo caso diversa dalle previsioni : non è il circolo oscuro in ombra piena digradante continuamente colla penombra verso il fondo chiaro; ma è circondato da due anelli relativamente chiari separati da uno scuro, i quali cambiano di larghezza e di chiarezza a seconda delle distanze, presentando aspetti varî: l' anello chiaro esterno è più illuminato del fondo e probabilmente è dovuto alla circostanza che la luce diffusa dal setto pellucido è più intensa in prossimità dell' asse, il secondo anello chiaro è debolissimo e può estendersi fino al centro, l' anello scuro è alquanto più cupo della regione circolare interna.

I varî aspetti comprendono le figure ottenute dal Villari, dal Righi, da me e da altri col mezzo dei raggi X.

Si può ben credere che ho cercato di evitare tutti gli effetti di riflessione, che ho provato dei setti pellucidi svariatissimi, applicandoli ora ad una faccia ora all' altra faccia dello schermo opaco forato, che ho curato che i margini del foro e del disco fossero ben levigati, che ho sostituito alla lampada di Auer altre sorgenti luminose, e fra esse la luce del sole riflessa dall' eliostata affinchè il setto riuscisse uniformemente illuminato; ma gli strani aspetti dell' ombra si sono sempre manifestati.

Viene spontaneo il raffronto colle meteore denominate corone, aloni, parelî, antelî, aureole e simili ; ma le circostanze varie che sono state invocate via via per ispiegare questi fenomeni naturali non intervengono nel fatto che ho creduto di segnalare con la presente Nota e che non m' arrischio oggi di spiegare, ma che forse coll' andar del tempo sarà rammentato per dar ragione d' alcuno di tali fenomeni.

Aggiunta il 6 gennaio nel rivedere le bozze. — Bisogna stare in guardia contro i fenomeni soggettivi delle imagini consecutive e del contrasto simultaneo, i quali possono rendere più spiccata e più complicata la figura che si osserva. Anzi, una volta messi in sull' avviso, viene il dubbio intorno alla realtà oggettiva del fatto che ho segnalato di sopra. Ma essa è sicura, per-

chè l' ho accertata colla fotografia racchiudendo in una cassetta opaca e annerita una lampada ad incandescenza che, col suo globo spulito e col suo asse perpendicolare ad una lastra di vetro-porcellana, illuminava un circolo del diametro di 16 mm. avente davanti a sè un disco opaco e nero di 24 mm., e più in là una lastra del Lumière messa a nudo.

Fisica. — *Misure dirette di pressione osmotica.* Nota del Corrispondente A. Naccari.

1. *Del modo di preparare gli osmometri.* Benchè il metodo da me seguito differisca pochissimo da quello del Pfeffer, che trovai migliore delle modificazioni proposte da altri, indicherò il modo, in cui preparai gli osmometri, perchè anche piccole particolarità possono influire notevolmente sui risultati.

I vasi porosi da me adoperati provengono in parte dalla casa Richard di Milano, in parte da una fabbrica inglese, della quale ignoro il nome. Hanno 6,5 cm. di altezza, 2,3 cm. di diametro interno. In generale tutti i vasi usati, salvo poche ecccezioni, si mostrarono adatti alla formazione delle membrane.

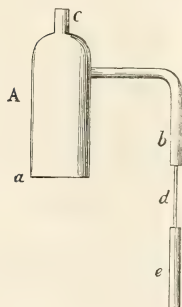
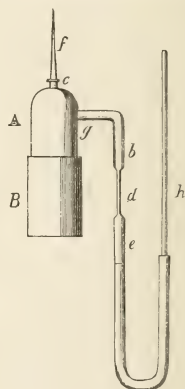



Fig. 1. Fig. 2.

Ogni vaso poroso vien lasciato per qualche giorno in una soluzione di idrato potassico, poi nell' acqua pura. Indi lo si pone per qualche tempo in acido cloridrico diluito, poi di nuovo nell' acqua. Si asciuga, si riscalda sopra una fiamma Bunsen, poi vi si adatta con ceralacca la parte inferiore *a* del cilindro di vetro *A* (fig. 1). Al tubo *c* con cui termina superiormente il cilindro, si applica pure con ceralacca un cannello *f* (fig. 2) affilato di vetro.

All' estremità del tubo ricurvo congiunto al cilindro si attacca con ceralacca un tubo sottile *d* di vetro e al capo libero del tubo sottile un pezzo di tubo di vetro dello stesso diametro del tratto *b*.

Per impregnare di soluzione di solfato di rame le pareti del vaso poroso, questo viene immerso in una soluzione di quel sale, la quale ha una concentrazione del 3 per 100. Si chiude a fuoco il cannello *f* e adattando un tubo di gomma al tubo *e*, si estrae l' aria con la macchina pneumatica dall' interno dell' osmometro. Allora la soluzione entra nel vaso poroso attraverso le pareti. Quando ve n' è entrata una certa quantità, rotta la punta del cannello *f*, si vuota l' osmometro, lo si lava con acqua e lo si lascia vuoto per un quarto d'ora circa nell' aria. Per formar la membrana s' introduce poi fino al livello *g* una soluzione di ferrocianuro potassico, che ha la concentrazione del 3 per 100. La si aspira per *f* dopo aver immerso la estremità del tubo *e* in un vaso contenente la soluzione. Il vaso poroso si immerge allora nell' acqua. Si adatta quindi il manometro all' osmometro. Un tubo di gomma viene applicato in *e* stringendolo con un pezzo di filo di rame. L' altro capo si adatta all' estremità inferiore di un tubo verticale *h*, di vetro sorretto da un sostegno di ferro. Nel tubo si versa poi del mercurio in modo che esso col suo livello giunga nei tubi di vetro. La fig. 2 rappresenta l' osmometro così composto. Al tubo sottile *d* si adatta una scala di carta per poter facilmente avvertire i piccoli spostamenti del mercurio nel tubo stesso.

Per riempire interamente l' osmometro si procede così. Il cannello *f* si circonda con un tubo di vetro del diametro di due centimetri circa, chiuso inferiormente con un tappo di sovero. Lungo l' asse di questo è praticato un foro, nel quale s' infila il cannello *f*. Nel tubo si versa la soluzione di ferrocianuro potassico. Se il cannello *f* è più corto del tubo che lo circonda e il liquido empie interameute il tubo, si può fare in modo che il liquido entri nell' osmometro. Alzando il tubo *h* del manometro, l' aria esce per *f* attraversando lo strato del liquido che sta sopra la punta del cannello *f*; abbassando quel tubo si fa che il liquido entri in causa della rarefazione che si produce nell' osmometro. Alla fine, quando tutta l'aria è uscita, si fa in modo che il livello del mercurio nel braccio chiuso del manometro arrivi verso la parte più alta del cannello *d* e si chiude con un colpo di fiamma la punta *f*. Allora si sostituisce al vaso d' acqua in cui durante questa operazione si tiene immerso il vaso poroso, un vaso pieno della soluzione di solfato di rame sopra indicata.

Comincia tosto in generale ad abbassarsi il mercurio nel tratto *d*. La sottigliezza del cannello e la scala applicatavi permettono di vedere anche i più piccoli movimenti. Si può allora aumentare la pressione che si esercita nell' interno dell' osmometro innalzando il tubo *h* e fissandolo ad altezze successivamente crescenti. È bene andar gradatamente e non troppo ra-

pidamente in questo aumento perchè altrimenti può guastarsi la membrana.

Quando una membrana sostiene la pressione di un' atmosfera, si può esaminare se essa sia atta a dare la pressione osmotica dello zucchero, ponendovi, ad esempio, una soluzione di 1 % di zucchero. Prima però d' introdurre questa soluzione nell' osmometro, è necessario lavarlo con acqua pura, anzi è bene esaminare, se ponendovi acqua pura, si palesi pressione osmotica. Senza questa avvertenza si può incorrere facilmente in errore. In certi casi io ebbi dei valori della pressione che giunsero a 60 e 70 cm. di mercurio dopo aver lavato con acqua tre o quattro volte l' osmometro e avervi poi messo acqua pura. Quando si vede che con acqua pura non si ha pressione sensibile, si introduce nell' osmometro una soluzione di zucchero e si osserva se si ottiene la pressione osmotica normale.

Il manometro con un braccio mobile permette di fare l' esperienza molto più sollecitamente che non col manometro fisso ad aria compressa usato dagli altri sperimentatori. Il cannello sottile *d* provveduto di scala permette di osservare anche piccolissime variazioni del liquido interno. Di mano in mano che si vede abbassarsi il mercurio in *d*, si può, alzando il braccio mobile del manometro, aumentar la pressione e così contrastare l' ingresso dell' acqua nell' osmometro. Bisogna naturalmente tener conto delle variazioni di temperatura, le quali producono da sole degli spostamenti nel livello del mercurio, e anche di un altro fatto, che può venire erroneamente interpretato e condurre in errore. Sia che si ponga acqua pura nell' osmometro, sia che vi si ponga una soluzione, in generale dopo chiuso l' osmometro, si palesa una dilatazione, ossia un abbassamento del mercurio in *d*, che non deve dipendere da pressione osmotica. Questo fenomeno si va attenuando ben presto, ma può prolungarsi per sei o sette ore. Esso mi impedì di applicare a sostanze disciolte, che possono passare attraverso la membrana, lo stesso metodo che applicai a sostanze che non l' attraversano. Seguendo i moti anche piccoli del mercurio in *d* ed alzando il braccio *h* del manometro finchè si veda che il mercurio si abbassa, pareva possibile di ottenere in breve tempo la pressione osmotica d' una soluzione qualunque, anche quella d' una sostanza che potesse attraversar la membrana. Invece per il fatto accennato occorre lasciar passare qualche ora prima di determinare la pressione osmotica, e se la sostanza disciolta può attraversar la membrana, in quel tempo la soluzione può essersi notevolmente alterata.

In generale il tempo necessario per preparare una buona membrana semipermeabile non è breve. Esso può variar molto a seconda della qualità del vaso poroso. Spesso poi avviene, che nel corso dell' esperienze le membrane si guastino e conviene restaurarle rimettendo i liquidi membranogeni dentro e fuori dell' osmometro e lasciandoveli per più giorni. Di qui e dalla necessità di provare ciascun osmometro con lo zucchero prima di adoperarlo

per una determinazione, viene che tali esperienze esigono molto tempo. I pochi numeri, che io riferisco in questa nota, sono frutto di molti mesi di esperienze.

Le cause d' errore che ho indicate, l' influenza cioè che può esercitare un avanzo della soluzione di ferrocianuro potassico rimasto nell' osmometro, e le imperfezioni che possono esistere nella membrana, fanno sì che non è facile determinare con precisione il valore della pressione osmotica. La prima di quelle cause tende a produrre valori troppo alti, l' altra a produrre valori troppo piccoli.

2. *Risultati sperimentali.* In tutte le esperienze che riferisco qui sotto, il valore della pressione fu ottenuto cercando anzitutto un limite superiore della pressione stessa, vale a dire una pressione tale che il mercurio cominci ad alzarsi nel tubo *d*. Allora si diminuiva alquanto la pressione fino ad avere un movimento in senso opposto nel livello del mercurio in *d*. Si può così restringere entro limiti abbastanza vicini il valore della pressione osmotica. Sei osmometri erano continuamente in attività. Scelsi in generale le sostanze da studiare in modo che dessero la pressione osmotica normale senza alterazione prodotta da dissociazione.

Glucosio. — Soluzione di 4 $^0/_{00}$. Osmometro IV. Pressione osmotica calcolata 37,6 cm. a 0°. I esp. Pressione osmotica effettiva 40 cm. a 16°. Ammesso il coefficiente 0,00367 di variazione di pressione per grado, si ha la P. O. effettiva a 0° 37,7.

II.	esp. Osmometro	VI.	P. O. effettiva a 0°	37.0
III.	» »	VI.	» » »	37,8
IV.	» »	VI.	» » »	37,8

Il medio dei valori trovati è 37,6 che s' accorda bene col valore calcolato.

Salicina. — I. Serie. Concentrazione 4 $^0/_{00}$. P. O. calcolata a 0° 23,7.

I.	esp. Osmometro	III.	P. O. effettiva a 0°	23,1
II.	» »	V.	» » »	23,1

II. Serie. Concentrazione 6 $^0/_{00}$. P. O. calcolata a 0° 35,6.

I.	esp. Osmometro	V.	P. O. effettiva a 0°	35,6
II.	» »	VI.	» » »	35,6

III. Serie. Stessa concentrazione.

I.	esp. Osmometro	IV.	P. O. effettiva a 0°	36,8
II.	» »	VI.	» » »	37,5
III.	» »	VI.	» » »	37,2

IV. Serie. Stessa concentrazione.

I.	esp. Osmometro	III.	P. O. effettiva a 0°	34,6
II.	» »	III.	» » »	34,8
III.	» »	III.	» » »	34,1

Se per le due concentrazioni si prendono le medie si ha:

Concentrazione	Calcolata	P. O. effettiva
4 $^0/_{00}$	23,7	23,6
6 $^0/_{00}$	35,6	35,8

Si può dunque asserire che per la salicina il valore medio della pressione osmotica osservata concorda bene col valore teorico.

Mannite. — Tutte le soluzioni di mannite avevano la concentrazione di 4 $^0/_{00}$ alla quale spetta la pressione osmotica calcolata a 0° di 37,3 cm.

I. Serie.

I. esp.	Osmometro	IV.	P. O.	effettiva	a 0°	38,1
II. "	"	VI.	"	"	"	37,3
III. "	"	VI.	"	"	"	36,4
IV. "	"	VI.	"	"	"	37,6

II. Serie.

I. esp.	Osmometro	II.	P. O.	effettiva	a 0°	37,9
II. "	"	IV.	"	"	"	37,5
III. "	"	IV.	"	"	"	36,7

III. Serie.

I. esp.	Osmometro	III.	P. O.	effettiva	a 0°	37,0
II. "	"	III.	"	"	"	37,0
III. "	"	V.	"	"	"	36,3
IV. "	"	III.	"	"	"	36,3

La media 37,1 concorda col valore calcolato.

Antipirina. — Tutte le soluzioni adoperate avevano la concentrazione del 4 $^0/_{00}$. Pressione osmotica calcolata 36,1.

I. Serie.

I. esp.	Osmometro	II.	P. O.	effettiva	a 0°	36,8
II. "	"	VI.	"	"	"	37,7
III. "	"	V.	"	"	"	37,8
IV. "	"	VI.	"	"	"	37,8

II. Serie.

I. esp.	Osmometro	VI.	P. O.	effettiva	a 0°	37,2
II. "	"	V.	"	"	"	35,8
III. "	"	IV.	"	"	"	36.2
IV. "	"	IV.	"	"	"	38,5
V. "	"	II.	"	"	"	37,6

Medio valore della pressione osmotica effettiva a 0° 37,3. La differenza tra questo valore e il calcolato 36,1 è notevole. Per accertare che ciò non dipendesse da impurità delle sostanze usate, determinai il punto di congelamento di una soluzione diluita e trovai il valore normale.

3. *Esperienze con altre sostanze.* Feci molte esperienze con parecchie altre sostanze, ma quasi tutti i tentativi fallirono. Così, ad esempio, una soluzione di acido citrico fu ripetutamente usata per misurarne la pressione osmotica, ma ottenni valori bassissimi. Pare che l' acido citrico guasti le membrane, perchè gli osmometri dopochè erano stati usati con quelle soluzioni, non servivano più nemmeno per lo zucchero.

Per la stessa ragione dovetti abbandonare l' esperienze incominciate con alcune altre sostanze. In generale tra le sostanze che non danneggiano le membrane quelle che si prestano per tali esperienze hanno un peso molecolare grande, le altre passano facilmente attraverso le membrane.

Notevoli sono i risultati ottenuti con la glicerina. Nello stesso giorno una soluzione di glicerina che conteneva 1,591 di glicerina pura in 800 di soluzione fu quasi contemporaneamente introdotta in quattro osmometri che avevano dato immediatamente prima una pressione osmotica normale per lo zucchero. La pressione osmotica calcolata era 36,7. Un solo osmometro diede la pressione effettiva eguale alla calcolata, gli altri diedero rispettivamente 24, 23, 16. Pare che il primo osmometro solo avesse una membrana non permeabile per la glicerina, mentre tutti e quattro servivano per lo zucchero.

L' anno dopo feci una esperienza consimile. Una soluzione che conteneva 1,931 di glicerina pura in 1000 e quindi aveva la pressione osmotica calcolata di 35,6, fu introdotta quasi contemporaneamente in cinque osmometri che erano diversi da quelli prima adoperati e servivano bene per lo zucchero. Uno solo diede un buon risultato, cioè 35,1 valore prossimo al calcolato. Gli altri diedero valori così piccoli da far credere che le membrane non fossero impermeabili per la glicerina.

Di qui si deduce che più membrane possono essere semipermeabili in egual grado per una soluzione di zucchero, e avere diversi gradi di permeabilità per altre sostanze. Esse possono quindi essere o non essere atte alla misura della pressione osmotica di un' altra sostanza.

Anche col fenolo ottenni buoni risultati da un osmometro solo. Con una soluzione che conteneva 1,275 per mille ebbi 23,3, mentre la pressione osmotica calcolata sarebbe 23,0.

Le mie esperienze fatte per verificare l' accordo tra le misure dirette dalla pressione osmotica e quelle fondate su altre proprietà fisiche delle soluzioni confermano tale accordo, lasciando naturalmente da parte la questione della vera essenza del fenomeno.

Questo studio non è compiuto, nemmeno entro i limiti che volevo assegnargli. Cominciai già da tempo dell' esperienze con altre membrane, p. e. con quelle di ferrocianuro di zinco, ma sono ancora in numero insufficiente. Avendo veduto che una società scientifica straniera pose a premio il tema della misura diretta della pressione osmotica per sostanze non dissociabili, ho pensato di pubblicare l' esperienze già fatte da qualche tempo con membrane di ferrocianuro di rame, perchè altri non pubblichi simili esperienze prima di me.

Fisica. — *Intorno ad alcune reazioni dei fluoruri metallici.* Nota del Socio E. Paternò e del dott. U. Alvisi.

Biologia. — *Sopra lo sviluppo della parte anteriore del corpo delle Salpe.* Nota del Socio F. Todaro.

Meccanica. — *Sulla deformazione della sfera elastica.* Nota del dott. E. Almansi, presentata dal Corrispondente Volterra.

Chimica. — *Ancora delle relazioni tra il peso molecolare e la densità ne' corpi solidi e liquidi.* Nota del dott. U. Alvisi, presentata dal Corrispondente R. Nasini.

Chimica. — *Base dell' ipnoacetina e derivati.* Nota di Goffredo Vignolo, presentata dal Socio Cannizzaro.

Le Note precedenti saranno pubblicate nel prossimo fascicolo.

Biologia. — *Sull'azione biologica dei raggi X* [1]. Nota II. del prof. Stefano Capranica, presentata dal Socio Tommasi-Crudeli.

Terminate le esperienze della 1ª serie, già comunicate alla R. Accademia dei Lincei (Vol. V, 1° sem., serie 5ª, fasc. 10 Seduta del 17 Maggio 1896) uno dei topi che ad esse avevano servito (*Mus Musculus var.*, Albina), fu trovato morto. L'autopsia praticata dall'A. e dal sig. Dott. Fausto Faggioli, rivelò come causa della morte, *enterite pura.* Cioè, infezione causata dal bacillo dell'enterite acuta, senza nè lesioni nè disturbi allo stomaco o ad altri visceri. Furono immediatamente fatte culture del bacillo, ed isolato coi soliti metodi (culture su placche, ecc.). E con quello che riproduceva la malattia per la quale il topo era morto, furono inoculati tre topi. Questi furono sottoposti nel medesimo apparecchio con le istesse modalità sperimentali descritte nella 1ª Nota; prima alla luce diffusa; poi alle luci artificiali; quindi ai raggi condensati e direttamente projettati sugli animali, finalmente ai raggi Röntgen, ottenuti non solo con i tubi impiegati nella

[1] Lavoro eseguito nel Laboratorio di Chimica fisiologica di Genova.

1ª serie di ricerche; ma anche con dei palloni speciali costruiti dai signori Gundelach di Gehlberg, a specchio di platino [1].

Ecco i risultati ottenuti, seguendo il metodo già esposto, ossia determinando i coefficienti d'eliminazione del CO^2, nella medesima unità di tempo.

1.° Gli animali, inoculati col bacillo dell'*enterite acuta*, alla luce diffusa, od alla oscurità, dettero la medesima quantità di CO^2 sotto qualunque condizione meteorologica.

2°. Gli animali inoculati, non potendo alimentarsi come i sani, danno una curva irregolare per CO^2, durante il tempo della malattia. Nei primi giorni, la curva è normale; dopo 5 giorni essa cade; si rialza al 7° giorno, quindi circa al 10° l'animale, dopo presentati fenomeni congestivi (arrossamento delle orecchie ecc.), s'abbandona alla prostrazione preagonica morendo nelle 24 ore successive.

3°. Con qualunque luce, (solare, elettrica, lampada d'Auer ecc.) condensata direttamente sull'animale, CO^2 aumenta nei topi inoculati, come nei sani.

4°. L'impulso dei raggi X sui topi inoculati, in qualunque epoca (dall'inoculazione fino alla morte) non ha assolutamente alcuna influenza. I topi assoggettati per 4 ore al giorno consecutive (con i palloni Gundelach) morivano con i medesimi sintomi (congestione ecc.) e nel medesimo tempo di quelli tenuti fuori dall'influenza dei raggi X.

5° È accertato così, non avere i raggi X alcuna efficacia, nè in bene nè in male, sugli organismi infetti da bacilli patogeni.

6°. L'azione eccitante, che si manifesta nei topi sani (Vedi Nota 1ª, conclusione 6ª e 7ª) si osserva nei topi infettati soltanto nei primi giorni della malattia. Nel periodo finale dell'infezione, rimangono inerti.

PERSONALE ACCADEMICO

Il Presidente Brioschi dà il doloroso annuncio della morte del Socio straniero Emilio Du Bois Reymond, mancato ai vivi il 26 dicembre 1896; apparteneva il defunto Socio all'Accademia, sino dal 26 luglio 1883.

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Il Segretario Blaserna presenta le pubblicazioni giunte in dono, segnalando quelle inviate dai Soci Taramelli, Millosevich, Riccò, Gegenbaur,

[1] Questi 'palloni Crookes' sono stati costruiti dalla fabbrica Gundelach, per il Laboratorio di Jena, e sono assolutamente i migliori finora adoperati. Ho potuto con essi, ottenere la fotografia che unisco a tale memoria in 17 secondi, adoperando un rocchetto Ruhmkorff, capace di dare scintille di 35 centimetri di lunghezza, alimentato da circa 28 volts.

e il 1° volume delle *Opere scientifiche* di L. Lorenz. Presenta inoltre un fascicolo contenente il *Rendiconto generale delle onoranze al prof. S. Cannizzaro — 3 luglio 1896* ed il volume, *Scritti intorno alla teoria molecolare ed atomica ed alla notazione chimica*, di S. Cannizzaro, pubblicato in occasione delle onoranze suddette.

CONCORSI A PREMI

Il Segretario Blaserna dà comunicazione dei seguenti elenchi dei lavori presentati ai concorsi al premio Reale per l'*Astronomia*, e a quello del Ministero della Pubblica Istruzione per le *Scienze fisiche e chimiche*, scaduti col 1896.

Elenco dei lavori presentati per concorrere al premio di S. M. il Re per l'*Astronomia.*

(Premio L. 10,000. Scadenza 31 dicembre 1896).

1. Favaro Antonio. — *Vent'anni di studi galileiani* (100 lavori stampati dei quali 72 sono ammessi a concorrere).

2. Filomuso Onorio. — *Principii di astronomia razionale per uso del popolo* (ms).

3. Millosevich Elia e Peyra Domenico. — *Catalogo di circa 2500 stelle australi osservate tutte due volte in ambedue le coordinate al Circolo Meridiano del R. Osservatorio del Collegio Romano* (ms.).

4. Rabitti Paolino. — *Dualismo delle forze fisiche. Saggio di filosofia naturale* (ms.).

5. Saija Giuseppe. 1) — *Determinazione speditiva delle coordinate geografiche di un luogo colle culminazioni della Luna e di un altro astro* (st.). — 2) *Le projezioni per ribaltamento* (st.). — 3) *Il problema dei due circoli di posizione o di Summer* (st.). — 4) *Nuova projezione polare per planisferi celesti, e sue applicazioni* (st.). — 5) *I problemi della navigazione ortodromica risoluti graficamente collo* Station-Pointer (st.). — 6) *Contributo alla trigonometria sferica grafica* (ms.). — 7) *Determinazione di variazione magnetica con bussola a liquido Magnaghi in Catania* (st.). — 8) *Il metodo centrobarico di Guldin impiegato per la generalizzazione della projezione sinussoidale di Flamsteed.*

6. Anonimo. (Orbes qui versantur contrario motu). *Sull'origine del sistema planetario* (ms.).

Elenco dei lavori presentati per concorrere al premio del Ministero per le *Scienze fisiche e chimiche.*

(Premio L. 1500. Scadenza 31 dicembre 1896).

1. Bartolotti Pietro. — 1) *Kamàla e Rottlerina* (st.). — 2) *Azione del permanganato potassico e dell'acido jodidrico e fosforo rosso sulla Rot-*

tlerina (st.). — 3) *Derivati del Benzofenone* Note I (st.). II-III (ms.). — 4) *Triclorotrimetilfloroglucina e triclorotrimetilpirogallolo* (ms.).

2. Bonacini Carlo. — 1) *Il problema dell' isocromatismo nella cromofotografia interferenziale* (st.). — 2) *Sulle cromofotografie Lippmann-Lumière* (st.). — 3) *La cromofotografia interferenziale ed un nuovo caso di sensibilità pei colori* (st.). — 4) *La lastra isocromatica nelle riproduzioni a chiaroscuro* (st.). — 5) *Esperienze spettrografiche* (st.). — 6) *Sulla riflessione dei raggi Röntgen* (In collaborazione col prof. R. Malagoli) (st.). — 7) *Le radiazioni di Röntgen e la fotografia* (st.). — 8) *La fotografia ortocromatica* (st.). — 9) *La fotografia dei colori* (st.).

3. Cattaneo Carlo. — 1) *Sulla conducibilità elettrica dei sali in vari solventi* (st.). — 2) *Coefficiente negativo di temperatura per la conducibilità elettrica delle soluzioni eteree* (st.). — 3) *Sulla conducibilità elettrica dei sali disciolti in glicerina* (st.). — 4) *Sulla conducibilità elettrica dei sali in vari solventi* (st.). — 5) *Dell' influenza del solvente nella velocità degli joni* (st.).

4. Manzi Aurelio. — 1) *Nuovo Ohmmetro* (st.). — 2) *Ricerche intorno la forza elettromotrice delle pile campione e alla loro polarizzazione* (st.). — 3) *Nuovi metodi di misura della resistenza interna degli elettromotori* (st.). — 4) *Ricerche intorno alle forze elettromotrici di contatto e alla loro misura* (ms.). — 5) *Nuove resistenze elettriche allo zolfo* (ms.). 6) *Nuovo manometro misuratore delle piccolissime differenze di pressione, della tensione superficiale dei liquidi e dell' intensità delle correnti alterne* (ms.). — 7) *Apparecchio di resistenza per la messa in moto e l'arresto dei motori elettrici* (ms.).

5. Perotti Pierluigi. — *Sulla formola di Mayer per l' equivalente dinamico di una caloria* (ms.).

6. Sandrucci Alessandro. — 1) *Le teorie su l' efflusso dei gas e gli esperimenti di G. A. Hirn.* — 2) *Sulla azione fotografica dei raggi Röntgen e la diffusione prodotta dai corpi cui passano attraverso* (st.). — 3) *Primo saggio di ricerche sperimentali sulla misura della densità dei liquidi e sull' effetto capillare con un nuovo areometro di precisione* (ms.).

7. Anonimo (*προβαλλόμενος ἀγαθὴν ἐλπίδα*). — 1) *Macchina ad acqua ed a vapore* (ms.). — 2) *Macchina rotativa ad acqua ed a vapore* (ms.). — 3) *Nuova ruota idraulica* (ms.).

CORRISPONDENZA

Il Segretario Tommasi-Crudeli presenta un piego suggellato, inviato dal prof. G. Sanarelli dell' Università di Montevideo, affinchè venga conservato negli Archivi accademici.

Il Segretario Blaserna dà conto della corrispondenza relativa al cambio degli Atti.

Ringraziano per le pubblicazioni ricevute:

La R. Accademia delle scienze di Lisbona; la Società Reale di Londra; la Società geologica di Manchester; la Società geologica di Calcutta.

Annunciano l' invio delle proprie pubblicazioni:

La Società zoologica di Londra; l' Università di Cambridge; la Scuola politecnica di Berna.

OPERE PERVENUTE IN DONO ALL'ACCADEMIA

presentate nella seduta del 3 gennaio 1897.

Bertini E. — Le tangenti multiple alla Cayleyana di una quartica piana generale. Torino, 1896. 8°.

Boccardo E. C. e *Baggi V.* — Trattato elementare completo di geometria pratica. Disp. 45, 46. Torino, 1896. 8°.

Brough B. H. — Mining at great depths. London, 1896. 8°.

Cannizzaro S. — Scritti intorno alla teoria molecolare ed atomica ed alla notazione chimica. Palermo, 1896. 8°.

Honors to James Hall at Buffalo (Science, nov. 13, 1896). N. York, 1896. 4°.

Lorenz L. — Oeuvres scientifiques. T. I, 1. Copenhague, 1896. 8°.

Macchiati L. — Ancora sui microbi della flaccidezza dei bachi da seta. Firenze, 1896. 8°.

Mascari A. — Sulla frequenza e distribuzione in latitudine delle macchie solari osservate all' Osservatorio di Catania nel 1895. Roma, 1896. 4°.

Meli R. — Alcune notizie di geologia riguardanti la provincia di Roma. Roma, 1896. 8°.

Id. — Notizie sopra alcuni resti di mammiferi quaternarî rinvenuti nei dintorni di Roma. Roma, 1896. 8°.

Id. — Pirite e pirrotina riscontrati come minerali accessori nel granito tormalinifero dell' Isola del Giglio. Roma, 1896. 8°.

Millosevich E. — Discussione delle Osservazioni astronomiche fatte su Lugh e Sancurar. Roma, 1896. 8°.

Id. — La previsione del tempo. Roma, 1896. 8°.

Morselli E. — Osservazioni critiche sulla parte antropologico-preistorica del recente Trattato di paleontologia di C. Zittel, Firenze, 1896. 8°.

Newman K. — Il kambio de komposizion ke esperimenta el agua de el-Salto durante el imbierno. 1896. 8°.

Onoranze al professore Stanislao Cannizzaro (XIII luglio 1896). Rendiconto generale. Roma, 1896. 8°.

Riccò A. — Stato presente dei fenomeni endogeni delle Eolie. Modena, 1896. 8°.

Id. e *Saija G.* — Saggio di meteorologia dell' Etna. Roma, 1896. 4°.

Salvioni E. — Ricerche di Criptocrosi. Sul potere penetrante dei raggi X. Perugia, 1897. 8°.

Sars G. O. — An Account of the Crustacea of Norway. Bergen, 1896. 8°.

Taramelli E. — Alcune osservazioni stratigrafiche nei dintorni di Clusone e di Schilpario. Milano, 1896. 8°.

P. B.

// RENDICONTI
DELLE SEDUTE
DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 17 gennaio 1897.

A. Messedaglia Vicepresidente.

MEMORIE E NOTE
DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Matematica. — *Sulle equazioni a derivate parziali del 2° ordine* (1). Nota del Socio U. Dini.

25. Un' altra formola importante si ottiene quando si prende il contorno s formato da linee che si determinano in modo speciale dipendentemente dai coefficienti a, b, c dei termini del 2° ordine nei polinomii F(U) e G(V).

Si osservi perciò che il valore di $L\,ds$ quando a $\frac{\partial x}{\partial p}$ e $\frac{\partial y}{\partial p}$ si sostituiscano $-\frac{\partial y}{\partial s}$ e $\frac{\partial x}{\partial s}$, può scriversi sotto le due forme seguenti:

$$L\,ds = V\left\{-a\frac{\partial U}{\partial x}dy + (c\,dx - 2b\,dy)\frac{\partial U}{\partial y} + b\,dU\right\} + UG_3(V)\,ds\,,$$

$$L\,ds = V\left\{-(a\,dy - 2b\,dx)\frac{\partial U}{\partial x} + c\frac{\partial U}{\partial y}dx - b\,dU\right\} + UG_3(V)\,ds\,,$$

avendo posto per abbreviare:

$$(72)\quad G_3(V) = \left\{\frac{\partial(aV)}{\partial x} + \frac{\partial(bV)}{\partial y} - 2d\,V\right\}\frac{dy}{ds} - \left\{\frac{\partial(bV)}{\partial x} + \frac{\partial(cV)}{\partial y} - 2e\,V\right\}\frac{dx}{ds} =$$
$$= \left\{G_1(V) - \frac{\partial(bV)}{\partial y}\right\}\frac{\partial y}{\partial s} - \left\{G_2(V) - \frac{\partial(bV)}{\partial x}\right\}\frac{dx}{ds}\,,$$

con $G_1(V)$ e $G_2(V)$ date dalle (69); e i differenziali essendo presi sul contorno.

(1) V. pag. 5.

Ora, evidentemente, quando sul contorno non sia $dx = 0$, o $dy = 0$, i primi due termini dei moltiplicatori di V in queste espressioni di $L ds$ possono scriversi respettivamente:

$$-a\frac{dy}{dx}\frac{\partial U}{\partial x}dx + \left(c\frac{\partial x}{\partial y} - 2b\right)\frac{\partial U}{\partial y}dy, \quad -\left(a\frac{dy}{dx} - 2b\right)\frac{\partial U}{\partial x}dx + c\frac{dx}{dy}\frac{\partial U}{\partial y}dy;$$

quindi se le linee del contorno potranno essere scelte in modo che per esse siano sempre uguali fra loro i coefficienti di $\frac{\partial U}{\partial x}dx$ e $\frac{\partial U}{\partial y}dy$ nella prima o nella seconda di queste espressioni, allora ponendo pel primo caso $\frac{\partial y}{\partial x} = \lambda_1$, e pel secondo $\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{1}{\lambda_2}$, avremo su alcune delle linee del contorno:

$$(73)\quad \begin{cases} L\,ds = V(b - a\lambda_1)\,dU + UG_3(V)\,ds, \\ \text{e sulle altre:} \\ L\,ds = V(c\lambda_2 - b)\,dU + UG_3(V)\,ds, \end{cases}$$

con $-a\lambda_1 = \frac{c}{\lambda_1} - 2b$, $c\lambda_2 = -\frac{a}{\lambda_2} + 2b$; per modo che λ_1 e $\frac{1}{\lambda_2}$ saranno le due radici della equazione di 2° grado:

$$a\lambda^2 - 2b\lambda + c\lambda = 0.$$

Ne segue che le linee del contorno faranno parte del sistema di linee:

$$a\,dy^2 - 2b\,dx\,dy + c\,dx^2 = 0,$$

che sono le caratteristiche delle equazioni a derivate parziali $F(U) = 0$, o $G(V) = 0$; dunque evidentemente dovremo limitarci al caso in cui queste caratteristiche sono reali, ciò che richiederà che a, b, c siano scelte in modo che si abbia $ac - b^2 < 0$, se si vorrà che le linee stesse (λ_1) e (λ_2), oltre essere reali, siano anche distinte fra loro.

Questi risultati poi varranno anche sulle porzioni del contorno per le quali si abbia $dx = 0$ $(\lambda_2 = 0)$, o $dy = 0$ $(\lambda_1 = 0)$, purchè sulle porzioni stesse corrispondenti sia contemporaneamente $a = 0$, o $c = 0$, senza di che per quelle porzioni per le quali fosse $dx = 0$ si avrebbe invece:

$$L\,ds = -bV\,dU - a\frac{\partial U}{\partial x}dy + UG_3(V)\,ds,$$

e per quelle per le quali fosse $dy = 0$ si avrebbe:

$$L\,ds = bV\,dU + c\frac{\partial U}{\partial y}dx + UG_3(V)\,ds.$$

Ciò premesso, si supponga che le dette caratteristiche siano appunto reali e differenti, almeno in una porzione del campo C che si considera, e si prenda

il contorno s formato da due linee del sistema λ_1, e da due del sistema λ_2, ammettendo che questo sia possibile; e analogamente a quanto si fece nel paragrafo precedente, indichiamo con A, B, C, D i quattro vertici del quadrilatero (ordinariamente curvilineo) così formato, e con (ξ, η) le coordinate del vertice C; e ammettiamo che le linee AB e CD appartengano al sistema (λ_1), mentre le due BC e DA apparterranno al sistema (λ_2).

Ponendo allora $\sqrt{b^2 - ac} = \Delta$, e intendendo che sia preso $\lambda_1 = \frac{b - \sqrt{\Delta}}{a}$, si troverà subito con calcoli facili:

$$(74) \qquad \int \mathrm{L}\, ds = -2 \left\{ (\Delta \mathrm{UV})_{\mathrm{A}} - (\Delta \mathrm{UV})_{\mathrm{B}} + (\Delta \mathrm{UV})_{\mathrm{C}} - (\Delta \mathrm{UV})_{\mathrm{D}} \right\} +$$
$$+ \int_{\mathrm{AB}} \mathrm{U} \left\{ \mathrm{G}_3(\mathrm{V}) - \frac{\partial (b - a\lambda_1)\mathrm{V}}{\partial s} \right\} ds + \int_{\mathrm{BC}} \mathrm{U} \left\{ \mathrm{G}_3(\mathrm{V}) - \frac{\partial (c\lambda_2 - b)\mathrm{V}}{\partial s} \right\} ds +$$
$$+ \int_{\mathrm{CD}} \mathrm{U} \left\{ \mathrm{G}_3(\mathrm{V}) - \frac{\partial (b - a\lambda_1)\mathrm{V}}{\partial s} \right\} ds + \int_{\mathrm{DA}} \mathrm{U} \left\{ \mathrm{G}_3(\mathrm{V}) - \frac{\partial (c\lambda_2 - b)\mathrm{V}}{\partial s} \right\} ds,$$

e quindi sostituendo nella formula (58) avremo la seguente:

$$(75) \quad 2(\Delta \mathrm{UV})_{\xi,\eta} = 2\left\{ (\Delta \mathrm{UV})_{\mathrm{B}} + (\Delta \mathrm{UV})_{\mathrm{D}} - (\Delta \mathrm{UV})_{\mathrm{A}} \right\} - \iint \left\{ \mathrm{UG}(\mathrm{V}) - \mathrm{VP}(\mathrm{U}) \right\} dx\,dy +$$
$$+ \int_{\mathrm{AB}} \mathrm{U} \left\{ \mathrm{G}_3(\mathrm{V}) - \frac{\partial (b - a\lambda_1)\mathrm{V}}{\partial s} \right\} ds + \int_{\mathrm{BC}} \mathrm{U} \left\{ \mathrm{G}_3(\mathrm{V}) - \frac{\partial (c\lambda_2 - b)\mathrm{V}}{\partial s} \right\} ds +$$
$$+ \int_{\mathrm{CD}} \mathrm{U} \left\{ \mathrm{G}_3(\mathrm{V}) - \frac{\partial (b - a\lambda_1)\mathrm{V}}{\partial s} \right\} ds + \int_{\mathrm{DA}} \mathrm{U} \left\{ \mathrm{G}_3(\mathrm{V}) - \frac{\partial (c\lambda_2 - b)\mathrm{V}}{\partial s} \right\} ds,$$

che varrà al solito sia per qualsiasi funzione U regolare entro il quadrilatero A B C D, sia soltanto per gli integrali della solita equazione $\Phi = 0$, secondochè sarà fatto $\mathrm{P(U)} = \mathrm{F(U)}$ o $\mathrm{P(U)} = \mathrm{F(U)} - \Phi$; e anche questa potrà servire a determinare il valore di U in un punto qualsiasi $\mathrm{C}(\xi, \varphi)$, che potremo supporre variabile, in funzione dei valori di U su due caratteristiche λ_1, λ_2, e di altri elementi che figurano nelle formole stesse.

Merita poi di essere notato espressamente che qui si suppone che le linee del contorno si trovino in regioni del piano nelle quali $ac - b^2 < 0$, ma non si esclude che in alcuni punti, linee o porzioni superficiali nell' interno del quadrilatero A B C D possa questa condizione non essere sempre soddisfatta, purchè però i coefficienti a, b, c, d, e, e le funzioni U, V, Φ si mantengano sempre regolari nel campo stesso C.

Ed è pure degno di nota che negli integrali semplici della formola precedente la funzione U non ci comparisce che coi suoi valori al contorno; il che concorda pienamente con alcuni risultati generali ottenuti dal Du Bois Reymond pel caso che in tutto C sia soddisfatta la condizione $ac - b^2 < 0$; come la formola stessa pel caso degli integrali delle equazioni della forma $s + ap + bq + cz = 0$ concorda con quella che fu data per lo stesso caso dal Du Bois Reymond e da altri, e che risulta pure dalla (70).

26. Accennando ora brevemente anche al caso in cui, avendosi $ac - b^2 = 0$, le due caratteristiche si confondono in una sola, osserveremo che allora, supposto ad es. a diverso da zero, dalle formole (54) o (55) avremo sempre:

$$(76)\quad L\,ds = \frac{1}{a}\left(-a\,dy + b\,dx\right)\left\{a\left(V\frac{\partial U}{\partial x} - U\frac{\partial V}{\partial x}\right) + b\left(V\frac{\partial U}{\partial y} - U\frac{\partial V}{\partial y}\right)\right\} + \left\{\left(\frac{\partial a}{\partial x} + \frac{\partial b}{\partial y} - 2d\right)dy - \left(\frac{\partial b}{\partial x} + \frac{\partial c}{\partial y} - 2e\right)dx\right\}UV,$$

e sulle linee caratteristiche $dy = \frac{b}{a}dx$ avremo:

$$(77)\qquad L\,ds = \left\{\left(\frac{\partial a}{\partial x} + \frac{\partial b}{\partial y} - 2d\right)dy - \left(\frac{\partial b}{\partial x} + \frac{\partial c}{\partial y} - 2e\right)dx\right\}UV;$$

talchè su queste linee in L non compariranno più le derivate di U nè quelle di V; e quindi se il contorno s sarà composto in parte di queste linee, allora nelle formole corrispondenti a questo caso l' integrale $\int L\,ds$ non conterrà le derivate di U o quelle di V in quelle parti nelle quali è esteso a linee caratteristiche, e le conterrà per le altre parti. Queste ultime poi potranno essere scelte in modo che restino soddisfatte altre condizioni speciali, come potrà sempre sceglìersi la funzione V in modo che su queste parti del contorno vengano ad es. a restarci soltanto i termini che contengono le derivate della funzione U, ecc.

Non fermandoci più oltre sulle formole che abbiamo dato in queste Note, nè su questi varî casi, dovremmo ora passare ad applicare le formole stesse alla effettiva determinazione degli integrali delle equazioni a derivate parziali del second' ordine nei punti di un campo C, quando sono date condizioni speciali al contorno; ma per la natura di queste applicazioni e perchè esse hanno una certa estensione, meglio si conviene farne un lavoro completo a parte; e questo farò appunto in una Memoria che pubblicherò separatamente.

Fisica. — *Dell'azione dell'ozonatore sui gas attivati dai raggi X.* Nota del Socio E. Villari [1].

Effetto del riscaldamento. — Ancora si potè abbreviare la durata dell' attività residua dell' ozonatore scaricandolo per via del riscaldamento, che praticai in due modi differenti.

In una esperienza preliminare attivai l' ozonatore per 6′, e quindi spingendo, al solito modo, il gas luce Xato ottenni che

E perdè	1°	in	17′ 40″
	5°		20′ 48″
	10°		23′ 4″

[1] V. pag. 17.

Poscia, dopo che O era ritornato allo stato naturale, lo attivai di nuovo per 6′; e mentre lo riscaldavo esternamente con una grossa fiamma a gas a tre becchi, vi spinsi il gas Xato ed ottenni che

E perdè 1°	in	4′ 38″
5°		6′ 20″
10°		7′ 49″

Cosicchè riscaldando l'ozonatore, la sua attività residua era sensibilmente scemata, e la durata della scarica di E, per la corrente del gas, s' era ridotta ad $^1/_3$ od $^1/_4$ di quella che era ad ozonatore stato attivato, ma non riscaldato.

Ad ozonatore neutro la scarica pel gas Xato fu rapida, cioè:

E perdè 1°	in	24″
5°		1′ 32″
10°		2′ 48″

L'ozonatore precedente avendo l'armatura esterna di stagnola, non si potè riscaldar che poco. Per riscaldarlo di più vi sostituii, come dissi, un'armatura di filo di ferro e s'ebbero i seguenti risultati.

Ad ozonatore neutro e gas luce Xato

E perdè 1°	in	13″
5°		1′ 8″
10°		2′ 14″

Ad ozonatore attivato per 5′ e gas Xato

E perdè 1°	in	13′ 24″
5°		16′ 40″
10°		18′ 45″

Ad ozonatore ritornato neutro, indi attivato per 5′ e poi riscaldato fortemente, s'ebbe col gas Xato, che

E perdè 1°	in	
5°		3′ 16″
10°		4′ 39″

In una seconda serie di misure si ebbe col gas Xato ad O. attivato per 2′ 30″, che

E perdè 1°	in	12′ 30″
5°		15′ 51″
10°		18′ 31″

Ad O, attivato per 2′ 30″, e poi riscaldato

E perdè 1°	in	2″,17
5°		3′ 47″
10°		5′ 25″

In queste due ultime serie d'esperienze l'effetto del riscaldamento fu più sentito. La durata dell'attività residua di O diminuì in modo che la scarica di 1° e di 5° si ridusse fra $^1/_5$ ed $^1/_6$ di quella che era con O non riscal-

dato. L'effetto del riscaldamento sulla scarica di 10° è meno sentito, giacchè dopo i primi gradi della scarica l'ozonatore ha già perduto molta della sua efficacia. Nè devesi mancare di avvertire, che l'effetto del riscaldamente sarebbe assai più vistoso se, invece che lentamente, si potesse subito portare l'ozonatore ad elevata temperatura.

In una seconda maniera di operare, per riscaldare l'ozonatore lo ponevo per ritto sullo scartoccio della Carcel, così che l'aria calda vi passasse internamente; poscia lo riunivo all'apparecchio. Le esperienze che così feci furono le quattro seguenti:

Ad ozonatore non scaldato, neutro e con gas luce Xato

E perde 1°	in	33″ (1)
5°		2′ 20″
10°		4′ 21″

Dopo aver riscaldato l'ozonatore sulla lampada Carcel

E perde 1°	in	35″

Questi risultati mostrano come il semplice riscaldamento dell'ozonatore neutro non ne modifica le condizioni rispetto al tempo della scarica.

Attivato l'ozonatore per 2′ 30″ si ha spingendo il gas Xato che

E perde 1°	in	27′,5″
5°		36′ 30″

Attivato l'ozonatore per 2′,30″, riscaldato sulla Carcel per 60″, e poi spingendo il gas Xato si ha che

E perde 1°	in	6′ 10″
5°		12′ 15″
10°		16′ 25″

Risultati che mostrano che anche questo modo di riscaldamento scema la durata dell'attività residua dell'ozonatore. È vero che in questo modo di operare bisognerebbe, a ciascuno dei tre tempi precedenti aggiungere 2′ circa, spesi pel riscaldamento; ma anche con cotesto aumento di 2′ l'effetto del riscaldamento rimane sempre assai sensibile.

Essendo i fenomeni che studiamo dovuti alle cariche residue dell'ozonatore, cercai riprodurli in altro modo. Presi una canna di vetro 2,5 × 60 cm. e la caricai strisciandovi internamente uno degli elettrodi dell'induttore in attività, l'altro essendo unito al suolo. Dopo ponevo la canna al posto dello ozonatore e ripetevo le solite misure, spingendovi il gas luce Xato; ed ebbi i seguenti risultati:

Con canna neutra

E perdè 1°	in	6″ 5
5°		26″ 5
10°		53″ 5

(1) Il Crookes adoperato era resistentisssimo e poco attivo.

Con canna stata elettrizzata per 60″, con scintilla di circa 2 cm.

E perdè	1°	in	1′ 1″
	5°		2′ 40″
	10°		4′ 50

Con canna stata elettrizzata per 2′ con scintille di circa 15 cm.

E perdè	1°	in	6′ 33″
	5°		9′ 11″
	10°		10′ 30″

D'onde rilevasi che la canna caricata direttamente riesce a distruggere la virtù scaricatrice del gas come l'ozonatore con la sua carica residua.

Cercai in seguito, caricando la canna con cariche opposte, d'annullare la sua efficacia sul gas attivato dagl' X. All'uopo caricai internamente la canna, prima per 2′ con l'elettrodo negativo dell'induttore attivo, che dava scintille di circa 15 cm., e poi per altri 2′ con l'elettrodo positivo, ed osservai che

E perdè	1°	in	6′ 57″
	5°		8′ 46″
	10°		10′ 00″

Risultati pressochè eguali al precedente. Lo che mostra, come si vide con l'ozonatore, che non si riesce con le cariche contrarie a ridurre la canna allo stato neutro. Forse il vetro, in questo modo di operare, acquista cariche contrarie nei diversi punti della sua superficie, e per ciò non si scarica. In ogni modo questo fenomeno va meglio studiato e forse si potrà interpretare meglio per mezzo delle figure elettriche accennate più sopra, delle quali ora mi occupo. Se nella canna si fanno scattare scintille anche lunghe 15 cm., fra i due elettrodi, le cariche si neutralizzano e la canna rimane del tutto neutra ed inattiva.

Nell' ozonatore da me adoperato, le sue due superficie interne di vetro hanno cariche opposte, per cui il gas, che passandovi le trasporta via insieme, non potrà influire sensibilmente sulla rapidità della scarica di E, sia essa positiva o negativa. Tuttavia, da reiterate e precise misure, mi parve osservare che quando l'elettroscopio e l'interno della canna esteriore avevano cariche omologhe, la scarica di E era di solito alquanto più lenta. Ma la differenza non è, nè molta, nè sempre sensibile.

Finalmente ho voluto eseguire delle esperienze sui gas, prima ozonandoli e poi xandoli. Perciò disposi l'apparecchio in modo che l'aria, proveniente da una soffieria con regolatore di pressione passava prima per l'ozonatore e

poi il vaso di zinco V (v. fig. 2), sottoposto all'azione del Crookes C; e da esso il gas, per una canna di metallo, arrivava all'elettroscopio chiuso nella sua gabbia unita al suolo.

Le esperienze furono eseguite sull'aria ad 8 cm. di pressione d'acqua, prima soltanto Xata; ed in seguito prima ozonata e dopo Xata: i risultati medî di più misure sono i seguenti:

	Con aria	
	soltanto Xata	Ozonata ed Xata
E perde 1°	2″	3″
5°	8″	11″
10°	16″	25″
15°	24″	41″
20°	32″	67″

Questi numeri mostrano, che la scarica con l'aria soltanto Xata avviene in circa la metà del tempo che con l'aria stata prima ozonata e poscia Xata. Talchè sembrerebbe, che l'aria ozonata sia meno atta dell'aria ordinaria ad essere attivata dagl' X. Però la modificazione indotta dall'ozonatore pare sia poco persistente, giacchè basta prolungare l'azione dei raggi sull'aria ozonata, rallentandone l'efflusso, perchè essa s'attivi come l'aria non ozonata. Così rifeci le misure precedenti con una corrente di aria alla pressione di soli 4 cm. di colonna d'acqua, e le medie d'esperienze incrociate sono le seguenti:

	Con aria	
	Xata soltanto	Ozonata ed Xata
E perde 1°	7″	7″
5°	30″	26″
10°	60″	54″
15°	92	91″

Questi numeri mostrano che la corrente d'aria, sia allo stato naturale, sia dopo essere stato ozonata, s'attivò egualmente per l'azione delle radiazioni.

Identiche indagini feci su una corrente di gas luce ad una pressione di 43 mm. d'acqua, ed ottenni con esperienze incrociate le medie seguenti:

	Con gas luce	
	Xato soltanto	Ozonato ed Xato
E perde 1°	4″	4″
5°	16″	15″
10°	32″	32″
15°	49″	50″
20°	68″	74″

I tempi di scarica sono identici nei due casi; onde bisogna concludere, o che il gas luce non soffre modificazione dall' ozonizzazione, o che sia tale, nell' esperienze precedenti, da non influire sulla proprietà scaricatrice che dopo gli comunicano i raggi X.

Queste due serie di misure, con l'aria ed il gas luce, essendo state eseguite in condizioni simili e pressochè alle medesime pressioni, mostrano che la scarica fu assai più rapida col gas (15° in circa 50″) che con l' aria (15° in più di 90″).

Riassunto. — I gas esaminati da me (aria, ossigeno e gas luce), quando vengono attraversati dai raggi X acquistano la proprietà di scaricare i conduttori elettrizzati; e non l'acquistano se attraversati dall'effluvio elettrico od ozonati. Un gas attivato dagl' X in un recipiente, perde del tutto la sua virtù scaricatrice quando passa per un ozonatore in attività. Questa proprietà neutralizzante dell' ozonatore vi rimane per alcun tempo (fino ad una o due ore) dopo interrotta la corrente che lo attivava; sicchè, può dirsi, che l' ozonatore serba un attività *residua*.

La durata dell' attività residua cresce col numero delle scintille, e perciò con la durata della corrente che animò l' ozonatore.

Essa è dovuta alle cariche residue dell' ozonatore, le quali si sperdono lentamente e sono assai energiche, giacchè l' ozonatore si carica come un condensatore. Per mettere in evidenza coteste cariche elettriche adoperai un ozonatore di lastre sottili d' ebanite; e su di esse, dopo caricate, soffiai le polveri elettroscopiche, ed ottenni delle splendidi figure elettriche.

L' attività residua dell' ozonatore aumenta o scema con le sue cariche elettriche residue. Difatti la durata dell' attività residua cresce, sino ad un certo limite, col numero di scintille o con la durata delle cariche che animò l' ozonatore; scema invece se l' ozonatore, caricato prima con una corrente in una direzione, lo si scarichi poi parzialmente con scintille contrarie.

L' attività residua scema ancora se si scarichi l' ozonatore, riscaldandolo con una fiamma all' esterno od all' interno.

Detta attività residua dell' ozonatore può osservarsi con una semplice canna di vetro, che si carica all' interno, passeggiandovi un elettrodo d' un forte rocchetto in attività, e tenendo l' altro elettrodo unito al suolo.

Finalmente, mi è parso osservare, che l' aria ozonata sia più restìa dell' aria ordinaria, ad acquistare la virtù scaricatrice per l' azione dei raggi X; e sembra ancora che, a parità di condizioni, il gas luce acquisti e mantenga più energica la virtù scaricatrice dell' aria; ma questi risultati hanno bisogno di conferma.

Morfologia. — *Sopra lo sviluppo della parte anteriore del corpo delle Salpe.* Nota del Socio F. Todaro.

In una breve comunicazione all' Accademia [1] intorno agli occhi delle salpe, fondandomi sopra la struttura e lo sviluppo ontogenetico di questi organi, ho comparato gli occhi laterali e parietali dei vertebrati agli occhi secondarî e rudimentali delle salpe aggregate, ed ho espresso il parere che potrebbero essere derivati filogeneticamente, in entrambi, dall' occhio impari del loro comune progenitore, il quale doveva possedere un occhio a forma di ferro di cavallo, come ancora si conserva nelle salpe solitarie.

Le nuove investigazioni sullo sviluppo della parte anteriore del corpo delle salpe, le quali ho fatto nella *S. africana-maxima*, non solo mi hanno portato a confermare le rispettive omologie degli organi visivi di questi due gruppi d' animali, ma mi hanno anche dato occasione di trovare altri fatti che gioveranno ad una più esatta valutazione degli organi contenuti nella parte anteriore del corpo dei tunicati e dei cordati, ed alla soluzione di varî problemi concernenti la morfologia della testa dei vertebrati. Darò in modo peculiare la descrizione dei risultati di queste mie nuove ricerche in una Memoria che pubblicherò non appena terminate tutte le figure dichiarative del testo; intanto voglio fin d' ora accennare le cose principali.

Nelle salpe, nelle quali il tipo cordato è soppresso e quindi ontogeneticamente il tipo tunicato comincia a formarsi sia direttamente dall' ovo *(proles solitaria)*, sia per gemmazione stolonare *(proles aggregata)*, lo sviluppo, nell' uno e nell' altro caso, si può dividere in due periodi. Il primo abbraccia la formazione del primordio dell' intestino, l' entoderma del quale, chiuso completamente, viene circondato dall' ectoderma; fra queste due membrane del corpo embrionale, separate da un mesenchima, avviene la formazione del sacco peribranchiale o cloacale, della vescicola cerebrale, del sacco pericardico e, nel germoglio stolonare o embrione della catena, si trovano inoltre gli accenni degli organi genitali. Il secondo periodo si inizia colla formazione della cavità boccale primitiva, e comprende il differenziamento, di tutte le parti fin qui menzionate, negli organi della salpa adulta.

L' intestino, nel primo abbozzo embrionale di ambedue le forme di salpa *(prol. sol.* e *prol. agg.)*, rappresenta la parte anteriore dilatata (vescicola precordale di van Beneden e C. Joulin) dell' intestino primitivo della larva urodele delle ascidie, parte dalla quale si differenziano: l' intestino branchiale, in cui si stabiliscono le stigmate o fessure branchiali comunicanti con la

[1] F. Todaro, *Sull'organo visivo delle salpe*. Rendiconti della R. Acc. dei Lincei, vol. II, fasc. 12, 1893.

cavità peribranchiale; ed il nuovo intestino digestivo, proprio dei tunicati. L' intestino digestivo viene in seguito ad aprirsi dorsalmente, mercè l'ano, nella cavità peribranchiale la quale nei tunicati fa inoltre l' ufficio di cloaca; e l' intestino branchiale si mette ben presto anteriormente in larga comunicazione con la cavità boccale primitiva. Queste due cavità, che si aggiungono all' intestino, nel comune progenitore dei cordati, dei tunicati e dei vertebrati, debbono essersi formate per invaginazione dell'ectoderma.

La cavità peribranchiale, la quale nei vertebrati sembra essere andata totalmente perduta, nei cordati e nei tunicati costituisce un organo importante del corpo dell' adulto. Nell' *Amphioxus* e nella larva delle ascidie, essa si sviluppa per invaginazione ectodermica come nello stato originario; ma nelle salpe, come in altre specie di tunicati, il processo è divenuto così cenogenetico, che difficilmente, senza il lume della filogenesi, si potrebbe riconoscere la sua origine ectodermica.

La cavità boccale primitiva, in tutte e tre i gruppi d' animali menzionati, ha soltanto una esistenza embrionale e transitoria; epperò possiamo darle il nome di *paleostoma.*

Nell' embrione delle salpe aggregate, il processo dell' invaginazione dell' ectoderma, che dà luogo alla formazione del paleostoma, è palingenetico, vale a dire, si avvicina di più allo stato originario, ed io credo opportuno descriverlo quale l' ho osservato nell' embrione della catena della *S. maxima.*

Nell' embrione aggregato di questa salpa (*p s*), il paleostoma si forma contemporaneamente al primo accenno della distinzione dell' intestino in branchiale (*i b*) e digestivo (*i d*), e del differenziamento della vescicola cerebrale in due parti che si possono paragonare al cervello anteriore o *archencephalon* (*a e*) ed al cervello posteriore, o *metencephalon* (*m e*). La vescicola cerebrale situata dorsalmente fra l' ectoderma e l' entoderma nell' estremità anteriore del corpo prossimale allo stolone, nel differenziarsi cresce in volume e si allunga considerevolmente. Il cervello anteriore, che forma la parte più voluminosa, pare che in origine spinga innanzi l' ectoderma il quale, crescendo, fa una sporgenza sull' estremità anteriore del corpo. In questa sporgenza si viene ad accumulare il mesenchima ed al tempo stesso le cellule ectodermiche entrano in una più attiva moltiplicazione. Quindi la predetta sporgenza cresce e, ricurvandosi sempre più ventralmente, si viene a formare un' introflessione dell' ectoderma, dovuta in parte al crescere e ricurvarsi della predetta eminenza, in parte alla moltiplicazione degli elementi proprî. L' ectoderma introflesso viene a circoscrivere nella parte anteriore del corpo embrionale una larga cavità, il paleostoma (*p s*), che sbocca all' esterno con un orificio aperto nell' angolo rientrante e molto pronunziato che, in questo momento, fa l' ectoderma embrionale continuandosi coll' ectoderma stolonare.

La parete anteriore del paleostoma unitamente al mesenchima ed all' ectoderma esterno corrispondenti, fanno la parete dell' estremità anteriore del

corpo embrionale; la parete posteriore del paleostoma (ectoderma) e la parete anteriore dell' intestino branchiale (entoderma), riunite da un abbondante mesenchima nel quale decorrono ancora i seni sanguigni che stabiliscono la via della circolazione placentale fra l'embrione e i due grossi tronchi sanguigni dello stolone, formano la membrana bocco-faringea (*m b f*) la quale separa la cavità del paleostoma dalla cavità dell' intestino. Ventralmente la parete del paleostoma tocca il mesenchima che si continua nello stolone; e dorsalmente si viene a porre sotto l'estremità anteriore dell' archencefalo mercè una sporgenza a fondo cieco.

SPIEGAZIONE DELLA FIGURA

ec - ectoderma; *en* - entoderma; *ib* - intestino branchiale; *id* - intestino digestivo; *ep* - cavità peribranchiale; *ps* - paleostoma; *mbf* - membrana bocco-faringea; *ae* - *archencephalon* o cervello anteriore; *me* - *metencephalon* - o cervello posteriore; *vp* - vrscicola o sacco pericardico.

In un secondo stadio, l' apertura esterna o boccale si oblitera, ed il paleostoma diviene un sacco completamente chiuso. Ma tosto cominciano a cadere in rovina gli elementi della membrana bocco-faringea, e si forma così una larga comunicazione fra il paleostoma e l' intestino. In questo processo spariscono i vasi placentali, tutto il mesenchima e tutto l' entoderma della membrana bocco-faringea. Invece, del suo strato ectodermico si atrofizza solo una parte, quella corrispondente all' attacco ventrale della membrana; l' altra parte, sparito interamente il mesenchima e lo strato entodermico della predetta membrana, va ad estendersi sotto il pavimento dell' archencefalo ove incontra indietro l' entoderma dell' intestino branchiale col quale si salda. Adunque, il fondo cieco dorsale

del paleostoma, in questo momento, si continua indietro con un tratto d' ectoderma esteso sotto il pavimento cerebrale.

Nello stadio in cui si è stabilita completamente la comunicazione fra le due cavità, boccale ed intestinale, l' archencefalo è suddiviso da una sporgenza che fa nella cavità il suo pavimento, e quindi tutto il cervello si presenta ora diviso in tre vescicole: anteriore, media e posteriore.

La vescicola cerebrale anteriore si inclina in basso e conserva più intimi i rapporti col fondo cieco dorsale del paleostoma. Queste due parti, nello stadio successivo, si fondono e si perforano nel punto culminante in cui si toccano e, nel tempo stesso, tutta la vescicola cerebrale anteriore si allunga in un canale il quale si apre nel fondo cieco dorsale del paleostoma, e fa quindi comunicare la cavità di questo con la cavità cerebrale. Una tale comunicazione venne scoperta dal Kowalevsky nelle larve dell' ascidie e dell' *Amphioxus* e ritrovata dopo dal Salensky anche nell' embrione delle salpe. Al canale in discorso, contrariamente al Kupffer che lo ha chiamato *canalis neurentericus anterior*, io do il nome di *canalis paleoneuralis*, essendochè gli attribuisco il significato di un' antica via di comunicazione del tubo nervoso o midollare, col paleostoma che, a mio modo di vedere, era un antico vestibulo dell' intestino e del tubo midollare.

Più tardi, sull' estremità anteriore del corpo si forma il n e o s t o m a o la bocca definitiva. Il neostoma si forma da un' invaginazione secondaria dell' ectoderma, la quale è rivestita dal mantello di cellulosa, già segregata a quest' epoca. Tale invaginazione (*stomodeum*) via via che cresce si prolunga nella cavità del paleostoma trascinando con se lo strato interno. Il suo fondo cieco si viene ad aprire largamente, con una fissura trasversale, innanzi all'estremità anteriore del primordio dell'endostilo, il quale, sviluppatosi ventralmente dall'entoderma branchiale, si avanza in avanti nel pavimento della cavità boccale.

Nel tempo che passa fra la formazione del paleostoma e quella del neostoma, si differenziano gli organi del corpo della salpa adulta, dei quali ora mi sono solo occupato a ricercare lo sviluppo della fossa ciliata, della glandola ipofisaria, del solco perifaringeo, del ganglio olfattivo, degli occhi e del ganglio cerebrale.

Come sopra ho notato, la vescicola cerebrale anteriore, nelle salpe, si trasforma nel canale paleoneurale il quale ha la parete fatta da una sola serie di cellule cubiche o cilindriche. La vescicola cerebrale posteriore rimane sempre piccola e ben presto si incorpora con la vescicola cerebrale media talmente che non è più possibile distinguerla. La vescicola cerebrale media, la quale come si è detto, deriva dall' archencefalo, è quella che raggiunge un elevato grado di sviluppo.

La vescicola cerebrale media in principio si allunga e si allarga; quindi la sua cavità si ingrandisce, la volta si solleva, ed il pavimento fa un lieve

infossamento mediano il quale, nell' embrione solitario, è più pronunziato. Ora la parete di questa vescicola, tanto nel pavimento quanto nella volta, si ispessisce per moltiplicazione delle sue cellule. L' ispessimento in principio è maggiore nel pavimento, ma di poi la multiplicazione cellulare diviene così lussureggiante nella volta, che ben presto questa si trasforma in una massa voluminosa di forma sferoidale, la quale costituisce la regione della volta cerebrale e, mentre si solleva in alto, respinge in basso la cavità cerebrale. Questa si riduce allora in forma di una fessura trasversale infossata nel pavimento cerebrale, il quale insieme al canale paleoneurale forma la regione infundibulare.

Tutti gli organi nervosi della salpa, ganglio cerebrale, ganglio olfattivo, occhi e nervi periferici, si sviluppano dalla massa cellulare che forma la regione della volta cerebrale. Dalla regione infundibolare non si formano elementi nervosi; questa va sempre più riducendosi nel tempo stesso in cui quella va sempre più crescendo e differenziandosi. Evidentemente la regione infundibulare è una parte dell' edificio nervoso, la quale ha perduto la sua primitiva funzione. Infatti si chiude la comunicazione fra la cavità cerebrale ed il paleostoma: il fondo cieco di quest' ultimo comincia a trasformarsi nella fossa ciliata; ed il canale paleoneurale, distaccandosi si presenta come un canale infundibulare cieco, pendente dall' estremità anteriore del pavimento cerebrale. In seguito la cavità infundibulare va sempre più restringendosi da dietro in avanti, finchè rimane sotto forma di una vescicola ovale allungata, posta, col suo grand' asse nel senso antero-posteriore, sotto l' estremità anteriore del ganglio cerebrale che intanto si è sviluppato, ed al di sopra della fossa ciliata.

La vescicola infundibulare non appena formata si divide, mercè uno strozzamento trasversale, in due vescicole più piccole le quali, per la loro destinazione, si possono chiamare vescicole ipofisarie, essendochè ciascuna di esse va a formare il fondo ampollare della glandula dello stesso nome. Le due vescicole ipofisarie in principio occupano lo stesso posto della vescicola infundibulare dalla quale sono derivate, e stanno l' una dopo l' altra; ma tosto si distaccano, l' anteriore si porta a destra e la posteriore a sinistra, sotto la parte anteriore del ganglio cerebrale. Durante la formazione della vescicola infundibulare e delle due vescicole ipofisarie si sviluppano i due diverticoli ectodermici che danno origine alla parte tubolare della glandula ipofisaria.

La fossa ciliata, la quale, come dicemmo, deriva dal fondo cieco della parete dorsale del paleostoma, cresce rapidamente e fa una forte sporgenza nella cavità di esso, nella quale si apre con una grande apertura. Col crescere della fossa ciliata si forma un largo infossamento sotto del ganglio cerebrale, esteso dalla faccia esterna posteriore della predetta fossa all' estremità anteriore del nastro branchiale. Da quanto innanzi ho detto, risulta che la parte anteriore di questo infossamento è fatta dal tratto dell' ecto-

derma che, prima dello sviluppo della fossa ciliata, stava dietro del fondo cieco dorsale del paleostoma, aderente alla superficie inferiore del pavimento cerebrale. Ora questo tratto, nel ripiegarsi dalla superficie esterna posteriore della fossa ciliata alla superficie inferiore del ganglio cerebrale, forma un recesso.

Nel momento della formazione della vescicola infundibulare, questo recesso manda un diverticolo, il quale si spinge in avanti nel mesenchima che sta fra il ganglio cerebrale e la fossa ciliata, e nel momento in cui la mentovata vescicola si trasforma nelle due vescicole ipofisarie, dall' ectoderma, che riveste la superficie esterna della parete posteriore della fossa ciliata, si forma, immediatamente sotto del primo, un secondo diverticolo il quale si porta anch'esso in avanti nel mesenchima, a ridosso della fossa ciliata. I due diverticoli, paralleli in principio e separati da un sottilissimo strato di mesenchima, divergono nel seguito per raggiungere ciascuno la rispettiva vescicola ipofisaria nella quale si apre: il diverticolo superiore si viene ad aprire nella vescicola ipofisaria destra; l' inferiore in quella sinistra. Adunque la glandula ipofisaria, che nelle salpe è pari, contrariamente a quanto ha asserito il Metcalf (1) il quale la fa originare unicamente dall' entoderma branchiale, ha una doppia origine, cioè, dall' infundibulo cerebrale, e dall' ectoderma del paleostoma.

Nelle salpe adulte la glandula ipofisaria sbocca, da ciascun lato, nella parte anteriore, d' origine ectodermica del faringe, ed è composta: di un gomitolo, o meglio di un lungo tubo glandulare, ripiegato in svariate anse immerse in un abbondante mesenchima che è traversato da seni sanguigni; e di una terminazione ampollare, la vescicola ipofisaria, la quale rimane aderente intimamente alla superficie inferiore del ganglio cerebrale. La parete del tubo glandulare è fatta di una serie di piccole cellule cubiche molto granulose; quella della vescicola ipofisaria da una serie di cellule cilindriche più chiare, le quali nella parte superiore sono più alte di quelle della parte inferiore ove si imbocca il tubo glandulare.

L' ultimo a formarsi, dall' ectoderma del paleostoma, è il solco perifaringeo il quale in ciascun lato, decorre, dall' esterno del cercine che circonda l' apertura della fossa ciliata, al di sopra dell' estremità anteriore della doccia ipobranchiale o endostilo.

Il solco perifaringeo si sviluppa dopo la formazione della fossa ciliata e del neostoma. La fossa ciliata è evidentemente l'organo dell'olfatto e riceve due nervi: uno dal ganglio olfattivo destro; e l' altro dal ganglio olfattivo sinistro.

Per la formazione di tutti questi organi, l' antica cavità boccale d'origine ectodermica, il paleostoma nel senso in cui io lo intendo, oltre i due

(1) M. M. Metcalf. *The Anatomy and Development of the Subneural Gland in Salpidae* ecc. — Nella monografia *The Genus Salpa* by W. Brooks. Part. IV. Sect. III, pag. 346, Baltimore 1893.

diverticoli ipofisarî, si suddivide formando: la cavità olfattiva (fossa ciliata), una parte della cavità boccale definitiva la quale si continua con la cavità olfattiva, il velo faringeo (solco perifaringeo), ed una piccola porzione che, dietro il velo faringeo, si porta dorsalmente sotto del ganglio cerebrale.

Passiamo a parlare ora dell'origine del ganglio cerebrale, dei gangli olfattivi, degli occhi e dei nervi periferici. Tutti questi organi derivano dalla massa delle cellule indifferenti che abbiamo veduto costituire la regione della volta cerebrale.

Il primo a formarsi è il lineamento del ganglio olfattivo, il quale è pari ed, in una sezione frontale, si presenta come una sfera massiccia di piccole cellule che si sono distaccate da quelle del lato corrispondente della massa della volta cerebrale. Ciascuna di queste due sfere è situata al di sotto del corrispondente lato di tutto l'abbozzo cerebrale. Ben presto le piccole cellule di questa sfera si differenziano nelle grandi cellule nervose del ganglio olfattivo donde emergono i nervi che vanno alla fossa ciliata.

Tutto quanto rimane della massa cellulare della volta cerebrale, dopo il distacco del lineamento olfattivo, cresce in volume per la continua moltiplicazione delle sue cellule, fra le quali fa ora la prima comparsa la sostanza nervosa bianca, la quale, aumentando, forma successivamente un grosso nucleo centrale ed uno strato sottile trasversale posto nella parte superiore. Questo strato di sostanza bianca divide completamente la regione della volta cerebrale in due parti ineguali: uno strato cellulare superiore, fatto di più serie di piccole cellule con grande nucleo rotondo, è la lamina ottica; l'altra parte molto voluminosa, fatta di cellule consimili, rappresenta il primo lineamento del ganglio cerebrale. Questo contiene: il mentovato nucleo centrale di sostanza bianca, risultante dall'intreccio delle fibrille nervose, fra le quali vi sono sparsi rari nuclei, probabilmente di nevroglia; e uno strato corticale di più serie di cellule, il quale rappresenta la sostanza o corteccia grigia.

Nella prole solitaria, dalla lamina ottica si forma direttamente, per solo differenziamento degli elementi istologici, l'occhio impari a forma di ferro di cavallo; nella prole aggregata, dalla stessa lamina ottica hanno invece origine le vescicole massicce, o meglio, le sfere ottiche. Queste si differenziano di poi negli occhi secondarî, che nella *S. maxima*, come in altre specie, sono in numero di tre: uno posteriore, il quale rimane rudimentale, attaccato al vertice del ganglio cerebrale: due anteriori, sovrapposti l'uno all'altro, si sviluppano completamente. Adunque la lamina ottica delle salpe aggregate è omologa alla lamina ottica e all'occhio impari delle salpe solitarie, presi insieme: poichè per la formazione di tale occhio, non è intervenuto un differenziamento morfologico, ma soltanto un differenziamento degli elementi istologici. Viceversa, nelle salpe aggregate, dalla lamina ottica si formano prima le sfere ottiche. Di queste: alcune si differenziano istologicamente in occhi definitivi, come gli occhi laterali dei vertebrati e ricevono come questi i nervi ottici; altre rimangono rudimentali come gli occhi parietali di questi ultimi animali.

Nel ganglio cerebrale, la corteccia di sostanza grigia riveste la superficie del nucleo della sostanza bianca, meno superiormente ove rimane interrotta dall' uscita del tronco comune dei nervi ottici, il quale appare come un prolungamento della sostanza bianca. La corteccia grigia, nella salpa adulta, è composta di più serie di piccole cellule nervose con nucleo rotondo.

Verso il terzo inferiore dell' altezza del ganglio, la corteccia cerebrale grigia è percorsa da una zona orizzontale di grandi cellule nervose, le quali somigliano alle grandi cellule nervose delle corna anteriori del midollo spinale dei vertebrati. Hanno infatti: da un canto i prolungamenti protoplasmatici, che vanno ramificandosi nella sostanza bianca; e dall' altro mandano un filamento nervoso il quale, insieme ai filamenti nervosi di un gruppo di cellule vicine della stessa specie, concorre a formare un fascio nervoso, o un nervo periferico che si può accompagnare fino ad un nastro muscolare del corpo della salpa. Tutti i nervi che nascono da questa zona sono motori, e noi possiamo perciò chiamarla zona motrice, e quindi cellule motrici le grandi cellule che la formano. Invece, le piccole cellule, che si trovano numerosissime nella corteccia cerebrale, sarebbero sensitive. Di queste, quelle che si trovano fra la zona motrice e la superficie dorsale del ganglio, rappresentano il tetto ottico dal quale traggono origine i nervi ottici.

Dalla faccia anteriore del ganglio cerebrale, nel punto in cui termina d' ambo i lati la zona motrice, emerge un paio di nervi misti. Questo paio infatti ha due radici: una, inferiore, viene da un gruppo di grandi cellule motrici, e l' altra, superiore, nasce dalle piccole cellule sensitive della parte corrispondente della corteccia cerebrale. Le due radici, dopo un breve decorso fuori del ganglio, formano un nervo misto il quale si porta in avanti ove si ramifica e si termina, da un canto nei muscoli che circondano la cavità boccale, e dall' altro nell' epitelio sensitivo dell' apertura boccale.

Discuterò più tardi sopra le omologie dei varî organi descritti in questa comunicazione ed a proposito del paleostoma mostrerò fin dove la mia opinione si accorda con quella del Kupffer.

Meccanica. — *Sulla deformazione della sfera elastica.* Nota del dott. E. Almansi [1], presentata dal Corrispondente Volterra.

La deformazione di una sfera elastica ed isotropa, dati alla superficie, gli spostamenti, o le tensioni, si può determinare applicando il seguente teorema:

« Se tre funzioni u, v, w, sono legate ad una quarta funzione k, che soddisfi all' equazione $\Delta^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} = 0$, dalle formule,

$$\Delta^2 u = \frac{\partial k}{\partial x}, \quad \Delta^2 v = \frac{\partial k}{\partial y}, \quad \Delta^2 w = \frac{\partial k}{\partial z},$$

[1] Presentata nella seduta del 3 gennaio 1897.

si può sempre porre:

$$u=(r^2-R^2)\frac{\partial\varphi}{\partial x}+\lambda\,,\; v=(r^2-R^2)\frac{\partial\varphi}{\partial y}+\mu\,,\; w=(r^2-R^2)\frac{\partial\varphi}{\partial z}+\nu,$$

ove:

$$\Delta^2\varphi=\Delta^2\lambda=\Delta^2\mu=\Delta^2\nu=0\,.$$
$$r^2=x^2+y^2+z^2\,,\quad R=\text{cost.};$$

e tra le funzioni k, φ, passa la relazione:

$$(1)\qquad 2\varphi+4r\frac{\partial\varphi}{\partial r}=k\,.\,[1].$$

Supponiamo da primo che alla superficie della sfera sieno dati i valori degli spostamenti, che chiameremo ξ, η, ζ. Essi devono soddisfare alle tre equazioni differenziali:

$$\Delta^2\xi+\frac{1}{1-2m}\frac{\partial\theta}{\partial x}=0\,,\; \Delta^2\eta+\frac{1}{1-2m}\frac{\partial\theta}{\partial y}=0\,,\; \Delta^2\zeta+\frac{1}{1-2m}\frac{\partial\theta}{\partial z}=0\,,$$

ove:

$$\theta=\frac{\partial\xi}{\partial x}+\frac{\partial\eta}{\partial y}+\frac{\partial\zeta}{\partial z};\; m=\text{coef. di contr.}=\text{cost.}$$

Le funzioni $\Delta^2\xi$, $\Delta^2\eta$, $\Delta^2\zeta$ sono dunque le derivate, rispetto ad x, y, z, della funzione $-\frac{1}{1-2m}\theta$, che soddisfa all'equazione $\Delta^2=0$. Per conseguenza potremo porre:

$$(2)\; \xi=(r^2-R^2)\frac{\partial\varphi}{\partial x}+\lambda,\; \eta=(r^2-R^2)\frac{\partial\varphi}{\partial y}+\mu\,,\; \zeta=(r^2-R^2)\frac{\partial\varphi}{\partial z}+\nu,$$

essendo φ, λ, μ, ν, funzioni che soddisfano all'equazione $\Delta^2=0$. Con R indichiamo il raggio della sfera, nel cui centro supponiamo situata l'origine delle coordinate.

Sarà, per la formula (1):

$$2\varphi+4r\frac{\partial\varphi}{\partial r}=-\frac{1}{1-2m}\theta\,,$$

e sostituendo a θ il suo valore, ricavato dalle (2):

$$(3)\qquad c\,\varphi+r\frac{\partial\varphi}{\partial r}=\Phi\,,$$

in cui:

$$c=\frac{1-2m}{3-4m},\; \Phi=-\frac{1}{2(3-4m)}\left(\frac{\partial\lambda}{\partial x}+\frac{\partial\mu}{\partial y}+\frac{\partial\nu}{\partial z}\right).$$

Alla superficie della sfera le funzioni λ, μ, ν, coincidono colle funzioni ξ, η, ζ, e quindi assumono valori noti. Ma esse devono soddisfare

[1] Il metodo che qui riassumiamo, per la soluzione di questo problema, sarà esposto per disteso in una Memoria di prossima pubblicazione.

all'equazioni $\Delta^2 = 0$, ed essere uniformi in tutta la sfera. Potremo dunque determinarle in ogni suo punto. Sarà poi:

$$\varphi = \frac{1}{r^c}\int_0^r r^{c-1}\,\Psi\,dr,$$

e questa formula dà l'unica funzione φ, uniforme entro la sfera, che soddisfa all'equazione $\Delta^2 = 0$, e alla (3). Così abbiamo determinate tutte e quattro le funzioni che compariscono nelle formule (2).

Sieno ora date, alla superficie, le componenti della tensione. Indichiamo con T_{xx}, T_{xy}, etc., le tensioni interne. Poniamo inoltre

$$T_{xx} + T_{yy} + T_{zz} = T \qquad (\Delta^2 T = 0).$$

Si considerino le tre funzioni:

$$\begin{aligned} U &= x\,T_{xx} + y\,T_{xy} + z\,T_{xz}, \\ V &= x\,T_{yx} + y\,T_{yy} + z\,T_{yz}, \\ W &= x\,T_{zx} + y\,T_{zy} + z\,T_{zz}. \end{aligned} \tag{4}$$

Ricordando le nove equazioni differenziali che legano le tensioni interne, si trova che le funzioni $\Delta^2 U$, $\Delta^2 V$, $\Delta^2 W$, sono le derivate rispetto ad x, y, z, della funzione:

$$-\frac{1}{2(1+m)}\left(r\frac{\partial T}{\partial r} - T\right),$$

che soddisfa, come la T, all'equazione $\Delta^2 = 0$. Dunque potremo porre, al solito:

$$U = (r^2 - R^2)\frac{\partial \varphi}{\partial x} + \lambda,\quad V = (r^2 - R^2)\frac{\partial \varphi}{\partial y} + \mu,\quad W = (r^2 - R^2)\frac{\partial \varphi}{\partial z} + \nu; \tag{5}$$

e sarà:

$$2\varphi + 4r\frac{\partial \varphi}{\partial r} = -\frac{1}{2(1+m)}\left(r\frac{\partial T}{\partial r} - T\right).$$

D'altra parte, dalle formule (4) e (5), costruendo l'espressione $\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial z}$, si ricava:

$$T = 2r\frac{\partial \varphi}{\partial r} + \frac{\partial \lambda}{\partial x} + \frac{\partial \mu}{\partial y} + \frac{\partial \nu}{\partial z}. \tag{6}$$

Avremo dunque, eliminando T:

$$A\varphi + Br\frac{\partial \varphi}{\partial r} + r^2\frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} = \tfrac{1}{2}\left(\Phi - r\frac{\partial \Phi}{\partial r}\right), \tag{7}$$

in cui:

$$A, B = \text{cost.},\quad \Phi = \frac{\partial \lambda}{\partial x} + \frac{\partial \mu}{\partial y} + \frac{\partial \nu}{\partial z}.$$

Le funzioni U, V, W, divise per r, rappresentano le componenti della tensione che agisce sulla superficie sferica di raggio r, concentrica alla sfera

data. Dunque sulla superficie di quest'ultima, le funzioni U, V, W, e per conseguenza le funzioni λ, μ, ν, assumono valori noti. Potremo quindi determinare le funzioni λ, μ, ν, che soddisfano all'equazione $\Delta^2 = 0$, in tutti i punti della sfera. Poi determineremo la funzione φ, che deve soddisfare all'equazione $\Delta^2 = 0$, alla (7), ed essere uniforme entro la sfera. Allora, per le formule (5) e (6) conosceremo le funzioni U, V, W, e T, e quindi anche la θ, che differisce da quest'ultima per un fattore costante.

Se ora nelle formule (4) esprimiamo le tensioni interne T_{xx}, T_{xy}, etc., mediante gli spostamenti, e trasportiamo nei secondi membri, che indicheremo con P, Q, R, le quantità note, otteniamo l'equazione:

$$(8) \qquad x\left(\frac{\partial\xi}{\partial x}+\frac{\partial\xi}{\partial x}\right)+y\left(\frac{\partial\xi}{\partial y}+\frac{\partial\eta}{\partial x}\right)+z\left(\frac{\partial\xi}{\partial z}+\frac{\partial\zeta}{\partial x}\right)=\mathrm{P},$$

ed altre due analoghe. Da esse si ricava:

$$\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{\partial\zeta}{\partial y}-\frac{\partial\eta}{\partial z}\right)=\frac{1}{r}\left(\frac{\partial \mathrm{R}}{\partial y}-\frac{\partial \mathrm{Q}}{\partial z}\right), \text{ etc.,}$$

le quali, se si suppone che nel centro della sfera, ossia per $r = 0$, le componenti $\frac{\partial\zeta}{\partial y}-\frac{\partial\eta}{\partial z}$, $\frac{\partial\xi}{\partial z}-\frac{\partial\zeta}{\partial x}$, $\frac{\partial\eta}{\partial x}-\frac{\partial\xi}{\partial y}$, della rotazione sieno nulle, permettono di determinare le componenti stesse, in tutti i suoi punti.

Finalmente, dalle stesse equazioni (8), che possiamo anche scrivere:

$$\frac{\partial\xi}{\partial r}=\frac{1}{2r}\left\{\mathrm{P}-y\left(\frac{\partial\eta}{\partial x}-\frac{\partial\xi}{\partial y}\right)+z\left(\frac{\partial\xi}{\partial z}-\frac{\partial\zeta}{\partial x}\right)\right\}, \text{ etc.,}$$

supponendo che per $r = 0$, le componenti ξ, η, ζ, della traslazione si annullino, ricaveremo, per un punto qualunque della sfera, i valori di queste funzioni: ed avremo così risoluto il problema.

Matematica. — *Sulla probabilità degli errori di situazione di un punto nello spazio.* Nota di V. Reina, presentata dal Socio Cremona.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Fisica. — *Sulla forza coercitiva dei vasi etruschi.* Nota del dott. G. Folgheraiter, presentata dal Socio Blaserna.

In un recente lavoro [1] ho esposto i risultati delle mie ricerche sul valore dell'inclinazione magnetica parecchi secoli a. C., prendendo come punto di partenza la distribuzione del magnetismo nei vasi di argilla rinvenuti nelle tombe etrusche.

Queste ricerche poggiano essenzialmente sopra due supposizioni: la prima è, che le argille cotte siano dotate d'una forza coercitiva assai grande, in

[1] Vedi questi Rendiconti vol. V, 2° sem., 1896, pag. 293.

guisa che il loro magnetismo libero abbia potuto resistere all' azione induttrice del campo terrestre per un periodo di tempo di 25 o più secoli: la seconda è, che i vasi da me scelti per le mie indagini siano stati collocati durante la cottura col loro asse verticale.

I criterî che mi guidarono a scegliere i vasi, perchè quest' ultima supposizione fosse molto attendibile, vennero abbastanza diffusamente esposti nella Nota citata, e su questo punto non ho ora altro da aggiungere. Per quanto riguarda invece la forza coercitiva, quantunque abbia di già riportato diversi fatti [1], che secondo il mio modo di vedere dimostrano ad evidenza la validità della supposizione, pure per timore che nella mente di qualche fisico possa essere rimasto un po' di dubbio, voglio riportare qui alcune nuove osservazioni fatte, in un mio recente viaggio, nel civico Museo d' Arezzo, le quali dimostrano in modo ancor più deciso, che l' orientazione del magnetismo, che noi ora ritroviamo nei vasi antichi, è realmente quella in essi indotta dal campo terrestre durante la loro cottura.

In un' ampia sala di questo Museo si trovano raccolti molti frammenti di vasi e le loro matrici, che secondo il sigillo che in esse predomina, appartengono alla prima metà del 1° secolo a. C. Il Gamurrini così descrive l' importante scoperta di questi vasi fittili avvenuta al principio del 1883 [2]:

« Il decorso mese di gennaio si scopriva una grande quantità di vasi « rossi nel fare i fondamenti di una fabbrica in aggiunta agli Asili d' infanzia, « e che viene eretta nell' orto di S. M. in Gradi di Arezzo..... Molti fram- « menti si estrassero in speciale di forme originarie per comporre vasi, de- « corate tutte di figure e di ornati elegantissimi. Stavano ammucchiati e « confusi alla profondità di circa due metri, per quasi un mezzo metro di « spessore sopra lo strato della terra vergine, mentre erano coperti da detriti « medioevali non molto antichi; il che spiega l' abbandono assoluto di quel « luogo fino alla distruzione della cinta urbana superiore, e il naturale tra- « sporto delle terre, sia per le acque, che per la costruzione degli edifizi « vicini..... Domina nei vasi figurati e nelle loro matrici il nome di Marco « Perennio o dei suoi servi, e si ripetono i disegni, ossia i tipi dei loro lavori ».

Con quei frantumi furono ricostruite molte matrici, ed alcune di queste riuscirono anche quasi complete, ma quando io mi recai colà per proseguire le mie ricerche sull' inclinazione magnetica nei tempi antichi, aveva intenzione di esaminare unicamente le matrici intere od in generale vasi ed urne cinerarie aretine intere e del 1° secolo a. C. Ma siccome con queste restrizioni

[1] Vedi questi Rendiconti, vol. V, 2° sem., 1896, pag. 72.

[2] R. Acc. dei Lincei, Memorie della Classe di Scienze morali, serie 3ª, vol. XI, 1883, pag. 451.

Devo ringraziare vivamente il chiaris. comm. G. Fr. Gamurrini, il quale non solo ha messo a mia disposizione il materiale fittile raccolto nel Museo d'Arezzo, ma ha cercato tutti i mezzi per essermi utile nelle mie ricerche.

il materiale, che mi poteva servire era molto scarso, così per curiosità volli vedere, che cosa si otteneva dall'esame della distribuzione del magnetismo libero nelle matrici ricostruite coi numerosi frammenti più o meno grossi, nei quali erano state ridotte [1].

Rimasi molto meravigliato nel vedere, che anche queste matrici avevano alle periferie della bocca e della base una distribuzione del magnetismo molto regolare e corrispondente in generale a quella delle matrici ed urne cinerarie della stessa epoca, che sono giunte fino a noi intere. E perchè ognuno possa giudicare della concordanza dei risultati, credo opportuno mettere a confronto i valori dell'intensità magnetica, misurata col processo già descritto in una mia Nota [2], di alcuni dei vasi da me esaminati: i valori riuniti nella tabella 1ª si riferiscono ai seguenti oggetti:

1° Un urna cineraria benissimo conservata, donata al Museo dal comm. Gamurrini. È leggermente conica e le sue dimensioni sono: altezza mm. 213, diametro della base mm. 167; diametro della bocca mm. 196.

2° Una matrice ad ornati in due grandi pezzi, riuniti con colla, ma completa, trovata nell'orto di S. M. in Gradi; la sua forma è conica ed ha le seguenti dimensioni: altezza mm. 55, diametro della base mm. 75, diametro della bocca mm. 134.

3° Una matrice in 4 grandi pezzi riuniti con colla, ma completa, trovata nell'orto di S. M. in Gradi. È segnata col n. 3: la sua forma è conica ed ha le seguenti dimensioni: altezza mm. 83, diametro della base mm. 65, diametro della bocca mm. 138.

4° Una matrice a figure in frantumi abbastanza grossi riuniti con colla; manca qua e là qualche pezzetto. È dono del comm. Gamurrini, e fu trovata nell'orto di S. M. in Gradi: porta il n. 1. La sua forma è conica delle seguenti dimensioni: altezza mm. 90, diametro della base mm. 127, diametro della bocca mm. 202.

5° Una matrice in molti frantumi riuniti con colla: manca qua e là qualche pezzetto; proviene dall'orto di S. M. in Gradi, ed è segnata col n. 2. È a solito di forma conica ed ha le seguenti dimensioni: altezza mm. 90, diametro della base mm. 62, diametro della bocca mm. 140.

Nella tabella a ciascun oggetto corrispondono due colonne, nelle quali sono notati i valori dell'intensità magnetica di 12 punti (distanti tra loro costantemente di 30°) delle periferie della base e della bocca: per avere una certa uniformità nel presentare i risultati, ho avuto cura di cercare con opportuni tentativi il punto di ogni oggetto di massima intensità nord, e su

[1] Sarebbe quasi superfluo avvertire, che nella ricostruzione di queste matrici, come in genere dei vasi antichi, vengono riuniti sempre pezzi, che appartennero allo stesso oggetto. Nel caso delle matrici, che hanno anche al presente servito per riproduzioni, ciò risulta evidente sia per la forma dei frammenti, sia per le loro decorazioni in alto rilievo.

[2] Vedi questi Rendiconti vol. V, 2° sem., 1896, pag. 131.

di esso ho tracciato la sezione normale ([1]). Le misure incominciano sempre da quel punto, e dal suo corrispondente sull' altra periferia.

Tabella I.

1°		2°		3°		4°		5°	
+0° 44′,0	−0° 4′,2	+2° 51′,0	−1° 58′,0	+2° 20′,0	−1° 36′,0	+1° 10′,0	−0° 7′,0	+1° 36′,0	−1° 2′,5
39,5	4,5	2 43,0	2 5,5	2 13,5	1 43,5	1 5,0	8,5	1 23,5	1 5,0
35,0	5,0	2 18,0	2 21,5	2 6,5	2 2,5	0 57,5	12,0	1 5,5	1 13,5
30,5	9,0	1 54,5	2 46,5	1 53,0	2 21,0	47,0	20,5	48,5	1 38,5
23,5	11,5	1 36,5	3 20,0	1 29,0	2 57,0	41,5	26,5	36,5	1 54,0
19,0	15,0	1 12,0	3 39,5	1 6,0	3 14,5	35,5	30,5	27,5	2 13,5
15,5	17,0	1 1,0	3 41,5	0 56,0	3 21,5	31,0	35,0	25,0	2 21,0
16,0	15,5	1 2,0	3 35,0	0 59,5	3 6,0	32,5	29,5	28,5	2 18,5
19,5	14,5	1 16,5	3 22,5	1 6,5	2 43,5	38,0	26,5	34,0	2 7,0
28,0	12,0	1 44,5	3 1,0	1 31,0	2 21,0	49,0	23,0	48,0	1 48,5
38,5	9,5	2 19,0	2 36,5	1 50,0	2 2,0	1 2,0	19,0	1 8,5	1 21,0
+ 43,5	− 6,5	+2 36,5	−2 9,0	+2 6,5	−1 42,0	+1 6,0	− 10,0	+1 29,0	−1 5,5
(base)	(bocca)	(bocca)	(base)	(bocca)	(base)	(base)	(bocca)	(bocca)	(base)

Dall' esame di questa tabella risulta chiaramente: che in tutti e cinque gli oggetti al massimo nord su una periferia corrisponde sull' altra un minimo sud.

Che in tutti e cinque gli oggetti partendo dal massimo nord l' intensità magnetica va abbastanza regolarmente diminuendo fino ad un minimo nord, che è il 7° valore, quello corrispondente cioè al punto diametralmente opposto al massimo, e che poi l' intensità magnetica va regolarmente crescendo fino al massimo.

Che in tutti e cinque gli oggetti partendo dal minimo sud l' intensità magnetica va regolarmente crescendo fino ad un massimo sud, che è il 7° valore e quindi quello corrispondente al punto diametralmente opposto al minimo: i diametri che sulle periferie della bocca e della base contengono i massimi ed i minimi, stanno per conseguenza in un piano sia nell' oggetto intero, sia negli altri oggetti più o meno frantumati.

Per far risaltare ad occhio come varî l' intensità magnetica da punto a punto, qui nei due uniti diagrammi riporto (colle stesse norme stabilite nelle mie già citate Note) ([2]) i valori dell' intensità, che si riferiscono al-

([1]) Vedi Nota citata, pag. 129.

([2]) Vedi questi Rendiconti, vol. V, 2° sem., 1896, pag. 204.

l'urna cineraria intera (fig. 1ª), e quelli che si riferiscono all'oggetto n. 5 che è la matrice più frantumata (fig. 2ª). Le ascisse dànno lo spostamento angolare degli oggetti partendo dal punto di massima intensità nord. Le or-

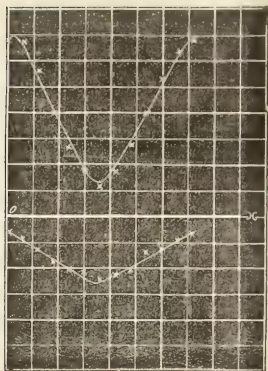



Fig. 1.

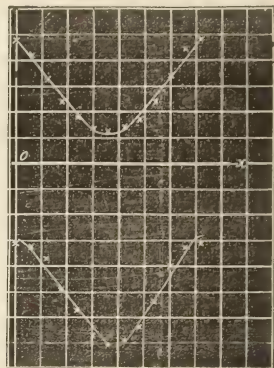



Fig. 2.

dinate dànno l'intensità magnetica dei varî punti presentati successivamente all'ago: le positive indicano magnetismo nord, le negative magnetismo sud (1).

Ognuno deve convenire, che gli scartamenti dei singoli valori osservati dalla curva sono in generale non solo abbastanza piccoli, ma nel vaso rotto non sono punto maggiori, che in quello intero: alla medesima conclusione si arriverebbe, se si volessero costruire i rispettivi diagrammi anche per gli altri oggetti.

La regolarità e la concordanza nella distribuzione del magnetismo in vasi che si sono conservati interi ed in quelli, che ci giunsero in molti frantumi, significa in modo deciso e netto, che il campo magnetico terrestre non è stato capace di alterare menomamente in essi il magnetismo acquistato durante la cottura: di fatto nel caso contrario l'induzione terrestre avrebbe dovuto in alcuni frammenti di quei vasi spezzati aumentare, in altri diminuire l'intensità magnetica secondo la posizione da essi conservata nei 20 secoli, durante i quali rimasero staccati e confusi tra loro, ed i vasi rico-

(1) Essendo l'intensità magnetica della matrice frantumata molto più grande di quella dell'urna cineraria, viene rappresentata in scala più ridotta. Naturalmente qui non si tratta di mostrare, se i vasi sono o no magnetizzati colla stessa intensità, ma che l'intensità da punto a punto varia nei diversi vasi regolarmente e colla stessa legge.

struiti al presente con quei frammenti non potrebbero presentare che una distribuzione del magnetismo affatto irregolare (1).

Ho creduto opportuno dare tanto peso alle osservazioni fatte nel Museo d'Arezzo (che devono convincere anche i più increduli), perchè questa proprietà dell'argilla cotta di possedere sì grande forza coercitiva è importante e preziosa. In primo luogo se qualche dubbio vi è ancora sull'attendibilità dei valori dell'inclinazione magnetica all'epoca etrusca, esso può unicamente fondarsi sulla posizione data durante la cottura ai vasi da me presi in esame.

In secondo luogo questa proprietà permetterà di risolvere con tutta sicurezza il problema dell'andamento della declinazione nei tempi passati, quando si venga a possedere degli oggetti d'argilla, di cui si conosca con precisione la disposizione, che avevano nella fornace, perchè in tal caso il piano del meridiano magnetico nel luogo ed all'epoca della loro cottura doveva corrispondere all'orientazione del piano, nel quale ora noi troviamo la loro sezione normale (2).

In fine il conoscere tale proprietà dell'argilla cotta appare abbastanza importante per sè stessa, mentre sotto questo punto di vista non si conosce

(1) Non credo, che ad alcuno possa venire il sospetto, che la distribuzione attuale del magnetismo sia dovuta all'azione del campo terrestre dal tempo, che quei vasi furono collocati negli scaffali del Museo. Per eccesso di precauzione contro simile eventuale censura devo qui avvertire, che i vasi per la disposizione loro data entro gli scaffali avrebbero dovuto possedere, nella maggior parte dei casi, un'orientazione del magnetismo proprio opposta a quella da me trovata.

(2) Prima di recarmi in Arezzo aveva qualche speranza di poter stabilire, quale era in quella città la declinazione magnetica verso la metà del 1° secolo a. C.: mi era stato detto, che tanto in Arezzo quanto a Cincelli, paesello a circa 7 chilometri a nord-ovest di questa città, erano state scoperte in questi ultimi decennii delle fornaci con entro vasi, che portavano impresso il sigillo di M. Perennio, dei suoi vasai e di altri. Aveva intenzione di esaminare la distribuzione del magnetismo nelle stesse fornaci per potere stabilire, se era possibile, l'orientazione delle rispettive sezioni normali e per dedurre conseguentemente il valore della declinazione magnetica. (La presenza in quelle fornaci di vasi o frammenti di vasi appartenenti alla metà del 1° secolo a. C. è certo una prova sicura, che d'allora in poi esse non hanno più funzionato).

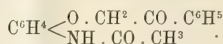
Queste fornaci al presente sono completamente distrutte. Solo nelle cantine del palazzo Occhini in Arezzo potei esaminare la parte inferiore d'una fornace, ma dai pochi avanzi, che il comm. Gamurrini mi fece mettere a nudo, non ho potuto trarre alcun profitto, perchè i pezzi di muro che ancor rimangono, quantunque fortemente magnetizzati, non si prestano per la loro poca omogeneità a delle misure. Io nutro speranza, che vengano fatte in Arezzo od in altre località altre scoperte di fornaci, dalle quali si possa ritrarre per il magnetismo terrestre maggior profitto.

Ho intenzione di provare, se si possa risolvere il problema dell'andamento della declinazione magnetica nei tempi passati, studiando se i numerosi incendi accaduti nelle guerre di Roma abbiano prodotto delle regolari magnetizzazioni nei muri, oppure esaminando la distribuzione del magnetismo in roccie vulcaniche dotate di grande forza coercitiva e consolidate in un'epoca nota.

il comportamento delle altre sostanze magnetiche, nè sembra neppure, che si possa direttamente arrivare a stabilirlo almeno per l'acciaio, per la sostanza cioè più importante per il magnetismo, perchè gli agenti atmosferici in così lungo periodo cambierebbero certamente la sua natura chimica e con questa le sue proprietà magnetiche, a meno che non si voglia completamente sottrarlo alla loro azione.

Chimica. — *Base dell' ipnoacetina e derivati* (1). Nota del dott. Goffredo Vignolo, presentata dal Socio Cannizzaro.

In una precedente Nota (2) ho avuto occasione di riferire sopra le principali proprietà dell' acetofenonacetilparamidofenoletere od « ipnoacetina »

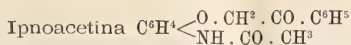
$$C^6H^4 < {O . CH^2 . CO . C^6H^5 \atop NH . CO . CH^3} .$$

Partendo dal fatto ben stabilito dal Mülhau che l' acetofenone bromurato o bromacetilbenzina, $C^6H^5 . CO . CH^2 . Br$, in certe condizioni si comporta come bromuro alchilico, ossia come se fosse un derivato dell' alcool benzoilcarbinol od acetofenonico, $C^6H^5 . CO. CH^2 . OH$, m' era proposto di preparare l'acetofenonparamidofenoletere, $C^6H^5 < {O . CH^2 . CO . C^6H^5 \atop NH^2}$, allo scopo di ottetere in taluno dei suoi derivati e specialmente nel composto acetilico una sostanza che possedesse, senza averne il potere tossico, l' azione antitermica sicura del paramidofenolo, $C^6H^5 < {OH \atop NH^2}$, e contemporaneamente fosse dotata delle proprietà ipnotiche dell' acetofenone o ipnone, $C^6H^5 . CO . CH^3$.

Già il Mülhau aveva tentato la preparazione dell' acetofenonparamidofenoletere riducendo con acido cloridrico e stagno l' acetofenonparanitrofenoletere da lui ottenuto. Per la natura particolare di questa sostanza però non gli fu possibile di constatare altra cosa che i prodotti di decomposizione, tra i quali acetofenone e paramidofenolo. Giovandomi anche dell' aiuto cortese del dott. Gaetano Paris feci tentativi di vario genere per preparare direttamente la sostanza desiderata, ma sempre con esito sfavorevole. Nondimeno ho potuto riuscire ad avere l' acetofenonparamidofenoletere e da questo i suoi derivati, soltanto però dopo aver prima ottenuto l' acetilcomposto od ipnoacetina.

Sopra questa sostanza, sopra l' acetofenonparamidofenoletere che ne costituisce la base e sopra gli altri derivati è riferito nella presente Nota.

(1) Lavoro eseguito nel Laboratorio di Chimica Farmaceutica e Tossicologia della R. Università di Genova. Presentato nella seduta del 3 gennaio 1897.

(2) *Sopra l' ipnoacetina.* Rendiconti della R. Accademia dei Lincei, vol. IV, 1° sem., serie 5ª, 1895.

Ipnoacetina $C^6H^4 < \begin{matrix} O . CH^2 . CO . C^6H^5 \\ NH . CO . CH^3 \end{matrix}$

Al composto acetilico dell' acetofenonparamidofenoletere venne applicata per brevità la denominazione di ipnoacetina.

L' ipnoacetina fu preparata per reazione dell' acetofenone monobromurato sull' acetilparamidofenolo in soluzione alcalina traendo partito dalla proprietà che ha l' acetilparamidofenolo di sciogliersi negli alcali senza esserne decomposto a temperature inferiori a 120°.

L' acetofenone monobromurato fu ottenuto secondo il metodo di Hunnius (1); e l' acetilparamidofenolo per azione dell' acido acetico glaciale sul paramidofenolo puro, ricristallizzando il prodotto dell' acqua e dell' alcool. A riguardo di quest' ultima sostanza occorre notare che in tutte le preparazioni eseguite, come pure nel prodotto avuto dalla casa Merck, venne sempre riscontrato un punto di fusione tra 167°-168°, mentre gli autori ch' ebbi occasione di consultare notano 179°.

Si preparano pertanto una soluzione di 200 grammi di acetofenone monobromurato in un litro d' alcool, ed un' altra soluzione di 151 grammi di acetilparamidofenolo parimenti in un litro d' alcool, alla quale si aggiungono 56 grammi di potassa caustica sciolta nell' egual peso di acqua. Riunite le due soluzioni si riscalda il tutto a ricadere per due o tre ore. Per lento raffreddamento si depongono allora abbondanti cristalli in piccole lamine, i quali si separano per filtrazione, si lavano con acqua a caldo e quindi con etere, cristallizzando infine ripetute volte dall' alcool. Dal filtrato, dopo eliminazione della maggior parte dell' alcool, ripigliando con acqua si estrae una grande quantità di acetilamidofenolo indecomposto, bromuro di potassio, ed un' abbondante materia picea che spande odore d' ipnone. Da quest' ultima sostanza si estrae con etere una certa quantità di ipnoacetina impura, e con altri solventi piccole quantità di prodotti cristallini ancora indeterminati. Il residuo finale costituisce una massa giallo-dorata che col tempo indurisce tanto da presentare l' aspetto e la frattura di una resina.

Operando senza riscaldamento a ricadere, ossia mescolando semplicemente le due soluzioni calde anzidette si ha un rendimeuto un po' più abbondante; ma il prodotto riesce meno puro. In ogni caso il rendimento non eccede il 50 %.

Il prodotto puro, cristallizzato e disseccato nel vuoto, diede i seguenti risultati all' analisi:

gr. 0,2309	diedero gr. 0,1243	di H^2O e	gr. 0,6046 di CO^2
gr. 0,3002	» gr. 0,1580	»	gr. 0,7891 »
gr. 0,3209	» gr. 0,1694	»	gr. 0,8405 »

(1) Berichte der Deutschen Chemischen Gesellschaft: 16-22

gr. 0,3594 diedero c.c. 16,5 di N a T. 26,°4, P. 763,3 corrispondenti a c.c. 14,86 di N a T. 0° e P. 760, ed in peso a gr. 0,01809.

gr. 0,3547 diedero c.c. 16,8 di N a T. 27°,4 e P. 763,3 corrispondenti a c.c. 14,61 a T. 0° e P. 760, ed in peso a gr. 0,018319.

Donde;

	trovato %			media	calcolato % per $C^{16} H^{15} NO^3$
C —	71,41	71,67	71,43	71,50	71,37
H —	5,98	5,84	5,86	5,89	5,57
N —	—	5,04	5,16	5,10	5,20

L'acetofenonacetilparamidofenoletere cristallizza in laminette trasparenti, sottili, di splendore madreperlaceo, leggermente untuose al tatto. Al microscopio si presenta sotto forma di esagoni irregolari, isolati. Nelle forme più numerose, due lati opposti sono molto più sviluppati dei rimanenti. Non contiene acqua di cristallizzazione. Fonde intorno a 160° con decomposizione in un liquido giallo-bruno. È quasi insolubile nell'acqua e nell'etere, a freddo ed a caldo; pochissimo solubile nel cloroformio, solfuro di carbonio e benzolo. È notevolmente solubile nell'etere acetico, e, specialmente a caldo, tanto nell'alcool a 85° che in quello assoluto. Alla temperatura di 23°,7 si scioglie in 274,6 p. di alcool assoluto, ed a 23°,3 ne richiede 353,8 di alcool a 85°. Riscaldata sulla lamina di platino non svolge odore di mandorle amare, odore invece che si sviluppa per azione della potassa caustica concentrata a caldo. Dall'acido cloridrico concentrato addizionato di $^1/_2$ volume d'acqua è saponificata. Evaporando a secco, sopra un vetro d'orologio a bagnomaria, un piccolo saggio d'ipnoacetina trattata nella maniera anzidetta, si ha un residuo di cloridrato che si scioglie nell'acido nitrico con intensa colorazione violetta. Per aggiunta di a. solforico concentrato la colorazione volge al rubino, stabile per molto tempo. Nelle condizioni identiche la fenacetina dà colorazione bluastra non molto forte, che per addizioni successive di a. solforico concentrato volge al bleu, verde ed al rosso-bruno sporco.

Nella serie dei derivati studiati dell'acetofenonparamidofenoletere i composti che presentano radicali legati ai gruppi NH^2 e CO sono i più stabili, e l'ipnoacetina è forse il più stabile di tutti.

Acetofenonparamidofenoletere $C^6H^4 <^{O.\,CH^2.\,CO.\,C^6H^5}_{NH^2}$

Questo composto, del quale tutti gli altri menzionati in questa Nota ad eccezione dei due ultimi non sono che derivati, non fu potuto ottenere per via diretta. Fu ricavato dal corrispondente cloridrato avuto dall'ipnoacetina. Il metodo più conveniente di preparazione consiste nel precipitare a freddo una soluzione diluita e recente di cloridrato di acetofenonparamidofenoletere mediante una soluzione allungata di soda o potassa caustica nella quantità necessaria. In

tali condizioni questa sostanza si depone sotto forma di un precipitato finamente cristallino. Adoperando soluzioni concentrate si ottiene invece un olio denso, poco scorrevole, che non tarda a solidificare. In ogni caso per avere un prodotto poco colorato occorre operare rapidamente, ed evitare più che sia possibile l' azione dell' aria e della luce. La sostanza, disseccata, si cristallizza dal benzolo anidro, coll' avvertenza di riscaldare a bagnomaria, sempre agitando, appena per il tempo necessario alla soluzione.

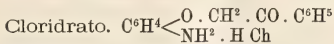
L' acetofenonparamidofenoletere cristallizzato dal benzolo si presenta in aggregati di cristalli duri, poco ben definiti; da soluzioni acquose dal cloridrato per precipitazione cogli alcali si ottiene in piccoli e fini aghi. Fonde a 95°. Allo stato secco è assai stabile: al contrario annerisce rapidamente all' azione dell' aria e della luce. È pochissimo solubile nell' acqua dalla quale cristallizza in aghi setacei con parziale decomposizione. Poco solubile nell'etere di petrolio e nel solfuro di carbonio, è invece solubilissimo nell' alcool, specialmente a caldo, nel benzolo e nel cloroformio. Riscaldato con soluzione concentrata di potassa, svolge odore di essenza di mandorle amare. Questo stesso odore si sviluppa intenso per riscaldamento su lamina di platino. In soluzione alcoolica riduce immediatamente, a freddo, il nitrato d' argento ammoniacale, a caldo, forma lo specchio metallico. La soluzione di Fehling è ridotta a caldo. Per ossidazione con permanganato potassico, in soluzione acida, fornisce acido benzoico che si estrae coll' etere e si riconosce alle reazioni. Presenta caratteri di base debole. Forma cogli acidi sali ben definiti quantunque molti di essi decomponendosi facilmente riescano di malagevole preparazione. Reagisce coll' idrossilamina, colla fenilidrazina, coll' acido acetico glaciale e col cloruro di benzoile generando i corrispondenti derivati.

Dal prodotto cristallizzato dal benzolo si ebbero all' analisi i seguenti risultati:

gr. 0,3490 dettero gr. 0,1882 di H^2O e gr. 0,9518 di CO^2
gr. 0,4897 " gr. 0,2618 " gr. 1,3319 "
gr. 0,4497 " c.c. 23,75 di N a T. 20°,2 e P. 762,5
ossia c.c. 21,61 " " 0° " 760
corrispondenti a gr. 0,027186.

Donde:

	trovato %		calcolato % per $C^{14}H^{13}NO^2$
C —	74,37	74,17	74,01
H —	5,99	5,94	5,72
N —	—	6,04	6,16

Cloridrato. $C^6H^4 < \begin{matrix} O\,.\,CH^2\,.\,CO\,.\,C^6H^5 \\ NH^2\,.\,H\,Ch \end{matrix}$

Si prepara sciogliendo a caldo l' ipnoacetina in un eccesso di a. cloridrico concentrato addizionato di $1/2$ volume di acqua, e mantenendo il liquido in ebullizione per circa $1/4$ di ora onde favorire l' eliminazione dell' a.

acetico. Si immerge quindi il matraccio in un recipiente di acqua bollente e si abbandona a lenta cristallizzazione. Il cloridrato si filtra rapidamente alla pompa, si lava con a. cloridrico diluito (1 : 2) e si dissecca nel vuoto. Per aver il prodotto in condizioni di purezza è necessario partire da ipnoacetina purissima, inquantochè il cloridrato decomponendosi parzialmente per azione del calore, non si presta ad essere purificato per cristallizzazioni successive.

Per analisi si ebbero i seguenti dati:

Il cloridrato disseccato nel vuoto, non perde di peso quando venga riscaldato alla temperatura di 100°-110°.

gr. 0,2287 diedero gr. 0,1202 di H^2O e gr. 0,5365 di CO^2.
gr. 0,4209 " gr. 0,2158 " gr. 0,9884 "
gr. 0,3964 " cc. 17,5 di N a T. 20°5 e P. 763 mm. ovvero c.c. 15,93 di N a T. 0° e P. 760 mm., ed in peso gr. 0,020985
gr. 0,4450 " c.c. 20,3 di N a T. 20°,5 e P. 760,9 mm. ovvero c.c. 18,45 di N a 0° e P. 760 mm., ed in peso gr. 0,0232466
gr. 0,4819 " gr. 0,2617 di Ch Ag
gr. 0,4276 " gr. 0,2304 "

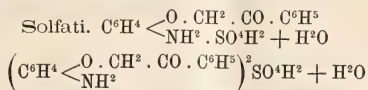
D'onde:

	trovato %		calcolato % per C^{14} H^{13} N O^2 . H Ch.
C —	63,97	64,04	63,75
H —	5,84	5,69	5,31
N —	5,29	5,22	5,31
Ch —	13,42	13,30	13,47

Il cloridrato si presenta in aghi fini ed allungati sensibili all' azione dell' aria e della luce. Ha sapore amaro. È assai solubile nell' acqua e nell' alcool: in soluzione annerisce e si altera rapidamente. Fonde a 201° decomponendosi. In soluzione acquosa precipita col cloruro stannoso dando un clorostannato assai stabile, quasi insolubile a freddo nell' acqua, poco solubile a caldo. Il clorostannato per riduzione con stagno ed acido cloridrico si decompone, dando acetofenone ed amidofenolo riconoscibile, dopo eliminazione dello stagno, mediante la reazione caratteristica di Lossen coll' ipoclorito di calcio, col quale reattivo si sviluppa una colorazione violetta che, per agitazione, passa al verde. Il cloridrato precipita col bicloruro mercurico dando dei cloromercurati di composizione variabile ed assai alterabili. Precipita col cloruro di platino, ed il cloroplatinato che ne risulta è quasi insolubile nell' acqua, nell' alcool e nell' acido cloridrico. Precipita coll' acido picrico e riduce immediatamente il cloruro di oro. A caldo riduce parimenti la soluzione di Fehling svolgendo odore di mandorle amare. Col cloruro ferrico sviluppa colorazione violetta intensa. Coll' acqua di cloro dà colorazione azzurra. Coll' ipoclorito di calcio colorazione rosso-rubino, intorbidandosi subito dopo. Nell' acido nitrico concentrato si scioglie con colorazione azzurra intensa che

per aggiunta di a. solforico concentrato passa al viola, al rosso-rubino. Per fusione colla potassa caustica fornisce a. benzoico.

$$\text{Solfati. } C^6H^4 <^{O \,.\, CH^2 \,.\, CO \,.\, C^6H^5}_{NH^2 \,.\, SO^4H^2} + H^2O$$

$$\left(C^6H^4 <^{O \,.\, CH^2 \,.\, CO \,.\, C^6H^5}_{NH^2}\right)^2 SO^4H^2 + H^2O$$

L'acetofenonparamidofenoletere combinandosi coll'acido solforico forma due solfati. Il primo di questi fu ottenuto sciogliendo la base in alcool di media concentrazione e quindi trattando con un eccesso di a. solforico diluito. Il liquido si riscalda e per raffreddamento si depongono cristalli aghiformi, alcune volte prismetti ben sviluppati che si lavano con alcool e si seccano nel vuoto. Come tutti gli altri sali studiati questo solfato non si può ricristallizzare, le soluzioni alterandosi troppo profondamente per riscaldamento. Fonde a 188° decomponendosi.

All'analisi si ottennero i risultati seguenti:

gr. 1,122 perdono a 100° dopo 6 ore di riscaldamento gr. 0,0605 di H^2O

gr. 1,122 di solfato disseccato 100° danno gr. 0,75565 di SO^4Ba.

Donde:

	trovato %	calcolato % per $C^{14}H^{13}NO^2 . SO^4H^2 + H^2O$
H^2O	— 5,39	5,24
SO^3	— 23,12	23,32

Il solfato rappresentato dalla seconda formola fu ottenuto saturando a bagnomaria dell'acido solforico assai diluito con un eccesso di base e ricristallizzando dall'acqua. Si presenta in sottili laminette appena paglierine. È meno solubile del precedente solfato. Fonde gradatamente decomponendosi sopra 210°. Per prolungato riscaldamento subisce già a pochi gradi sopra 100° un principio di decomposizione, sviluppandosi un odore particolare.

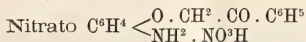
I risultati ottenuti all'analisi furono i seguenti:

gr. 1,1611 di solfato riscaldati per 5 ore a 100° fino a concordanza di pesata perdono gr. 0,0449 di H^2O.

gr. 0,8504 dettero gr. 0,3479 di SO^4Ba.

Ed in parti centesimali:

	trovato %	calcolato % per $(C^{14}H^{13}NO^2)^2 SO^4H^2 + H^2O$
H^2O	— 3,86	3,15
SO^3	— 14,04	14,03

$$\text{Nitrato } C^6H^4 <^{O \,.\, CH^2 \,.\, CO \,.\, C^6H^5}_{NH^2 \,.\, NO^3H}$$

Si prepara trattando con la quantità appena necessaria di NO^3Ag una soluzione moderatamente calda e concentrata di cloridrato. Se, impedendo il raffreddamento, dopo filtrazione si elimina il lieve eccesso d'argento coll'idrogeno solforato, dal liquido rifiltrato abbandonato a sè stesso si ottengono

abbondanti cristalli laminari, sottilissimi di nitrato. Da soluzioni molto diluite si ottiene in fini aghi, allungati. È molto sensibile all' azione dell' aria e della luce. Non contiene acqua di cristallizzazione. Fonde decomponendosi intorno a 160°.

In una determinazione di N si ottennero i seguenti dati:

gr. 0,2046 di nitrato dettero c.c. 17,5 di N a 23°6 e 759 mm. pari a c.c. 15,62 a 0° e 760 mm. ed a gr. 0,01959.

Ovverosia:

trovato °/₀	calcolato °/₀ per $C^{14}H^{13}NO^2 . NO^3H$
N — 9,51	9,65

Picrato $C^6H^4 <{O . CH^2 . CO . C^6H^5 \atop NH^2} . C^6H^2(NO^2)^3OH$

Si forma mescolando soluzioni acquose di cloridrato e di acido picrico. Costituisce una polvere finamente cristallina, di colore giallo-vivo. Cristallizza dall' acqua e dall' alcool in aghi; durante l' operazione però si decompone parzialmente. Fonde a 177°.

Una determinazione di N diede i seguenti numeri:

gr. 0,2546 di picrato fornirono c.c. 27,05 di N a 24°,5 e 761 mm. corrispondenti a c.c. 24,37 a 0° e 760 mm. ossia gr. 0,0305736.

Per cui si ha:

trovato °/₀	calcolato °/₀ per $C^{14}H^{13}NO^2 . C^6H^2 . (NO^2)^3OH$
N — 12,01	12,28

Composto benzoilico $C^6H^4 <{O . CH^2 . CO\ C^6H^5 \atop NH . CO\ C^6H^5}$

Si prepara mescolando quantità equimolecolari di base e di cloruro di benzoile. Con sviluppo di calore si forma un olio denso che per raffreddamento solidifica. Ripresa la massa diverse volte a bagnomaria con acqua per eliminare l' acido cloridrico e traccie di cloruro di benzoile, si cristallizza dall'alcool.

Il benzoilcomposto si presenta in fini aghi setacei, bianchi, stabili e poco sensibili all' azione dell' aria. È poco solubile nell' acqua, abbastanza nell' alcool. Fonde a 166°.

Ne fu determinato l' azoto coi seguenti risultati:

gr. 0,5006 di sostanza diedero c.c. 19,3 di N a 25°,9 e 751,7 mm. ossia c.c.: 16,86 di N a 0° e 760 mm. corrispondenti a gr. 0,021176.

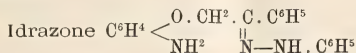
Donde si ha:

trovato °/₀	calcolato °/₀ per $C^{21}H^{17}NO^3$
N — 4,22	4,23

Ossima $C^6H^4 <{O . CH^2 . C . C^6H^5 \atop NH^2 \quad \| \atop \quad N . OH}$

Si ha facilmente versando in una soluzione fredda di cloridrato di idrossilamina, addizionata di carbonato di sodio, un soluto alcoolico della base, ed

aggiungendo poi tanto alcool fino ad avere un liquido limpido. Dopo 24 ore l'ossima si depone in cristalli aghiformi, solubilissimi nell'etere. A caldo si decompone facilmente.

$$\text{Idrazone } C^6H^4 <\begin{matrix} O\,.\,CH^2\,.\,C\,.\,C^6H^5 \\ \quad\quad\quad\quad \| \\ NH^2 \quad\quad N—NH\,.\,C^6H^5 \end{matrix}$$

Si ottiene trattando una soluzione acquosa di cloridrato di fenilidrazina addizionata di acetato sodico con una soluzione alcoolica di acetofenonparamidofenoletere. Al liquido torbido che ne risulta si aggiunge alcool, e per riscaldamento a bagnomaria l'idrazone si depone tosto in squamette cristalline. Ricristallizzato dall'alcool diluito si presenta in minuti e leggeri cristalli di colorito giallo-bruno assai stabili. Fonde in un grado a 128°.

All'analisi si ebbe che

gr. 0,2084 diedero c.c. 25,3 di N a 25°,8 e 751,5 mm. ovvero c.c. 21,97 a 0° e 760 mm. ed in peso gr. 0,027594.

Donde:

trovato °/₀	calcolato °/₀ per $C^{20}H^{19}N^3O$
N — 13,24	13,25

Chimica. — *Ancora delle relazioni tra il peso molecolare e la densità ne' corpi solidi e liquidi.* Nota di Ugo Alvisi, presentata dal Corrispondente R. Nasini [1].

Le ricerche di F. W. Küster [2] e di A. Fock [3] sulle *soluzioni solide* meritano una speciale attenzione come un felice tentativo per chiarire la grandezza molecolare de' corpi solidi e confermarne la semplicità. Il Küster dalle sue esperienze arriva alla conclusione che le molecole cristalline della naftalina e del naftolo sono della grandezza $2(C^{10}H^8)$ e $2(C^{10}H^8O)$ e che nei miscugli isomorfi di ambedue si forma la molecola $C^{10}H^8\,.\,C^{10}H^8O$; che inoltre le regolarità osservate per le soluzioni liquide si possono estesamente applicare alle miscele isomorfe ed alle soluzioni solide. Non meno interessanti sono gli studî di Fock, il quale dimostra come nel caso dell'arseniato e del fosfato monopotassico la molecola cristallina è identica alla molecola chimica, e altre semplici relazioni trova per il permanganato e perclorato potassico e per il permanganato di rubidio.

Già fino dal decembre del 1894, in una Nota presentata a questa Accademia, partendo dall'esame de' volumi equivalenti, io deduceva potersi per ciascuna serie de' sali alogenati applicare la legge; *che in eguali volumi*

[1] Presentata nella seduta del 7 gennaio 1897.

[2] Zeitsch. für physikalische Chemie, vol. XVII, pag. 357, 1895.

[3] Ber., vol. XXVIII (3), pag. 2734, 1895.

fosse contenuto egual numero di equivalenti: in altri termini che, riferendoci al peso equivalente, noi avevamo a che fare con vere proprietà *colligative* della materia allo stato solido. Mi riserbava in quell' occasione di estendere le ricerche ad altre serie di composti; ma, siccome di queste specie di lavori si tiene in generale poco conto se l' autore non li corredi di dati sperimentali anche d' importanza secondaria o laterale (ciò che fino ad oggi per altre cause mi è stato impossibile di fare), io non avrei per ora pubblicato altro in proposito, se le memorie su riferite non me ne avessero pôrta una favorevole occasione. Riserbandomi quindi d' ora innanzi di porre i miei studî su una via sperimentale, nella presente nota brevemente riferirò le conclusioni cui sono giunto dall' esame de' volumi equivalenti di altre serie di composti solidi e liquidi.

Serie organiche. — Sono note le molteplici regolarità che si osservano ne' volumi molecolari delle serie organiche, tutte volte che per i liquidi il peso specifico venga determinato in condizioni fisiche paragonabili (o al punto d'ebollizione — H. Kopp — o a temperature che sieno delle frazioni eguali delle temperature critiche). Di queste regolarità alcune sono limitate a determinati gruppi, altre, e sono le più importanti, così estese da riguardarsi come leggi generali come:

1.° Ad uguali differenze nella costituzione corrispondono differenze uguali ne' volumi molecolari.

2.° Nelle combinazioni analoghe il volume molecolare varia per ogni gruppo CH^2 di circa 22 unità.

3.° I liquidi isomeri hanno lo stesso volume molecolare.

4.° Un atomo di ossigeno può sostituire due atomi d' idrogeno senza che il volume molecolare cambi.

Mi preme rilevare come queste regole sieno una condizione della legge d' equivalenza.

Ciò è evidente per quelle contemplate ne' nn. 1, 3, 4; ma non lo è meno per la 2ª. Infatti se p. es. nella serie [1]:

		Vol. mol. al punto d'eboll.	Diff.
Formiato di metile	$[CO^2 H^2]\ CH^2$	62,8	
» » etile	$[CO^2 H^2]\ 2\,CH^2$	84,8	22,1
» » propile	$[CO^2 H^2]\ 3\,CH^2$	106,7	21,9
» » butile	$[CO^2 H^2]\ 4\,CH^2$	127,6	22,9 ecc.

consideriamo che il volume della parte chiusa tra parentesi è sempre uguale, si può riferire il fenomeno alla legge d'equivalenza. Analogamente per alcune serie inorganiche di corpi solidi p. es. per i policromati e probabilmente per altre serie di sostanze inorganiche complesse:

	Vol. mol.	Diff.		Vol. mol.	Diff.
$K^2 O.\ CrO^3$	72,4		$(NH^4)^2 O.\ CrO^3$	79,2	
$K^2 O.\ 2\,CrO^3$	108,9	36,5	$(NH^4)^2 O.\ 2\,CrO^3$	117,1	37,9
$K^2 O.\ 3\,CrO^3$	145,8	36,9	$(NH^4)^2 O.\ 3\,CrO^3$	151,1	34
$K^2 O.\ 4\,CrO^3$	186,4	40,6	$(NH^4)^2 O.\ 4\,CrO^3$	192,4	41

(1) R. Garstenmeister-Liebig's Ann., vol. CCXYXIII, pag. 249.

Ora, se da' casi di *addizione* passiamo a quelli di *sostituzione*, riscontreremo anche qui estese regolarità, anch' esse espressioni della legge d'equivalenza, p. es. nella reciproca sostituzione degli alogeni (H. Kopp), in quella dell' O a 2 H (dove non c' è cambiamento di volume, come tra N^2H^6 liq. a 0^0 = vol. mol. = 55,4 e N^2O^3 liq. a 0^0 = vol. mol. (secondo Geuther) = 52,4), del cloro all' idrogeno ecc. Ora se p. es. nelle serie:

		Vol. mol.	Diff.
$[C^2H^5]\,Cl$		69,80	— 16,91
$[C^2H^4]\,Cl^2$	$CH^3.\,CH\,Cl^2$ = 88,18 $CH^2\,Cl.\,CH^2\,Cl$ = 85,24	med. 86,71	— 18,66
$[C^2H^3]\,Cl^3$	$CH^3.\,C\,Cl^3$ = 107,98 $CH^2\,Cl.\,CH\,Cl^2$ = 102,76	» 105,37	— 15
$[C^2H^2]\,Cl^4$	$CH^2\,Cl.\,CCl^3$ = 121,52 $CH\,Cl^2.\,CH\,Cl^2$ = 119,23	» 120,37	— 17,79
$[C^2\,H]\,Cl^5$	$(CH\,Cl^2.C\,Cl^3)$	138,15	

	Vol. mol.	Diff.
$[C^6\,H^5]\,Cl$	— 114,4	
$[C^6\,H^4]\,Cl^2$	— 130,5	— 16,1
$[C^6\,H^3]\,Cl^3$	— 147,5	— 17
$[C^6\,H^2]\,Cl^4$	— 163,7	— 16,2
$[C^6\,H\,]\,Cl^5$	— 182,4	— 18,7
$[\,C^6\,]\,Cl^6$	— 199,6	— 17,2

consideriamo che il volume delle parti tra parentesi va successivamente diminuendo d'una quantità determinata per essere sostituito da un'altra, si può riferire il fenomeno all'equivalenza. Queste regolarità per le serie inorganiche si possono considerare espresse con la legge del parallelosterismo.

Un bell' esempio di regolarità de' volumi equivalenti (calcolati dividendo i volumi molecolari per il numero de' residui alchilici contenuti nella molecola) è dato da' seguenti composti:

	Vol. mol.	Vol. eq.		Vol. mol.	Vol. eq.
$Hg\,(C^2\,H^5)^2$	106	53	$Sb\,(C^2\,H^5)^3$	148,7	49,5
$Zn\,(C^2\,H^5)^2$	101	50,5	$Ph\,(C^2\,H^5)^3$	145,3 (a 12°)	48,4
$O\,(C^2\,H^5)^2$	101	50,5	$As\,(C^2\,H^5)^3$	147,4	49,1
$S\,(C^2\,H^5)^2$	107	53	$Bi\,(C^2\,H^5)^3$	162	54
$(C^2\,H^5)^2$	94	47	$Sn\,(C^2\,H^5)^4$	197,1	49,2
$B\,(C^2\,H^5)^3$	140,8 (a 23°)	46,9	$Sn\,(C^2\,H^5)^2$	110,9	55,4

Ritornando ora alle serie inorganiche, riporto in fondo alla Nota le tavole degli ossidi e di alcuni sali. Dall' esame delle tavole stesse deducesi:

1° Come deriva dalla condizione di equivalenza, il volume molecolare degli ossidi R^2O è il doppio di quello degli ossidi RO, sia che si tratti di ossidi dello stesso elemento, p. es.:

Vol. mol. di $Pb^2O = 43,8$; di $Hg^2O = 42,3$; di $Cu^2O = 24,1$;
» » » $Pb\,O = 23,6 - 24$; di $Hg\,O = 19,3$; di $Cu\,O = 12,2$;

sia degli ossidi de' due primi elementi di ogni piccolo periodo del sistema del Mendeleeff, cioè:

V. m. $Li^2O = 15$; $Na^2O = 21 - 24$; $K^2O = 35,3 - 39$; $Cu^2O = 24,1$
$Be\,O = 8,4$; $Mg\,O = 11,6 - 12,4$; $CaO = 17,2 - 17,7$; $Zn\,O = 14$
$Rb^2O = ?$; $Ag^2O = 28 - 31$; $Cs^2O = ?$; $Au^2O = (33 +)$
$SrO = 21,6 - 23,7$; $CdO = 15$; $BaO = 28,7 - 30,6$; $HgO = 19,3$.

Data questa regola, il volume di Rb^2O sarebbe $= 43,2 — 47,4$ e quello di $Cs^2O = 57,4 — 61,2$; quindi le eguaglianze:

$$\frac{\text{Vol. di } CaO = 17,2\text{-}17,7}{\text{» » } SrO = 21,6\text{-}23,7} = \frac{\text{Vol. di } K^2O = 35,3\text{-}39}{\text{» » } Rb^2O = 43\text{-}53,1 \text{ med. } 48}$$

$$\text{e } \frac{\text{Vol. di } SrO = 21,6\text{-}23,7}{\text{» » } BaO = 28,7\text{-}30,6} = \frac{\text{Vol. di } Rb^2O = 43\text{-}53,1}{\text{» » } Cs^2O = 52\text{-}75,2 \text{ med. } 63,6}$$

avrebbero probabilità di condurre a risultati veri, dal momento che

$$\frac{\text{Vol. di } BeO = 8,4}{\text{» » } CaO = 17,2\text{-}17,7} = \frac{\text{Vol. di } Li^2O = 15}{\text{» » } K^2O = 30,7\text{-}31,9} - \text{Trov. } 35,3$$

2° Prendendo come punto di partenza il volume degli ossidi della serie magnesiaca (11-13), per equivalenza il volume de' sesquiossidi e de' triossidi dovrebbe oscillare dal 33 al 36, quello de' biossidi dal 22 al 26, quello de' pentossidi dal 55 al 65. Ora sono appunto in ciascun gruppo questi i numeri predominanti in modo da formare come la base di un sistema generale. Inoltre il volume molecolare o equivalente di parecchi sali a gruppo acido RO^3 oscilla tra le cifre 33-36 come quello de' sesquiossidi e triossidi e gran parte de' sali a gruppo acido RO^4 ha un volume molecolare o equivalente doppio di quello de' biossidi.

3° Le eccezioni, del resto abbastanza limitate, presentano talvolta un rapporto semplice con la media predominante nel gruppo, così il vol. di SrO, BaO, PbO è circa il doppio di quello degli altri RO; il vol. di CO^2, ClO^2, SO^2 è anch' esso circa il doppio di quello degli altri RO^2. Una serie di eccezioni importanti si riscontra nel gruppo da sequiossidi; da un lato da quei sesquiossidi di metalli rari, che hanno tutti una funzione fortemente basica (anche in questo caso le basi forti escono dalla legge), dall'altro da que' sesquiossidi a funzione acida della famiglia naturale del Fosforo, Arsenico, ecc., mentre altri sesquiossidi di metalli del gruppo V del sistema di Mendeleeff, p. es. V^2O^3, rientrano nella legge. Che questa maggior grandezza del volume molecolare che può raggiungere persino il doppio della media del gruppo nel P^2O^3, stia in relazione col fatto che la molecola p. es. dell'anidride arseniosa ecc. anche allo stato gassoso non è As^2O^3 ma As^4O^6? E qui, per far vedere quanto siamo lontani dalle conoscenze delle condizioni in cui si debbono determinare i pesi specifici pur de' corpi solidi per poter fare de' paragoni razionali, mi cade in acconcio di osservare: per il P^2O^3, determinandosi il volume molecolare alla temp. di ebollizione, si giunge ad ottenere un volume doppio ([1]), cioè un volume che è in un rapporto molto semplice con la media predominante del gruppo, mentre i volumi di As^2O^3, Sb^2O^3 ecc., determinati allo stato cristallino della sostanza, non sembrano presentare nessuna regolarità. Ma chi badi all'andamento generale su rilevato di queste serie d'ossidi

([1]) È inutile ricordare che il volume di P^2O^3 riportato fu calcolato considerando il peso molecolare $= P^2O^3$ e non $= P^4O^6$ — Così per As^2O^3 etc.

forse intravede che, modificando le condizioni delle esperienze, debbano ottenersi risultati razionali.

4° Alcuni ossidi, detti ossidi misti, non furono compresi nel novero degli ossidi prop. detti ed hanno infatti un comportamento ben differente, che del resto è più in accordo con la loro natura. Così gli spinelli hanno il volume de' sali a residuo acido RO^4 ecc.

I volumi equivalenti nelle serie de' sali — RO^3 furono calcolati dividendo i volumi molecolari per il numero di residui RO^3 contenuti nella molecola e non per il numero di atomi di ossigeno; egualmente si operò e per le serie de' sali — RO^4 e ciò per non avere numeri troppo piccoli, i quali sembrando perciò molto meglio d' accordo, non avrebbero a prima vista fatto rilevare anche delle distanze notevoli esistenti tra i volumi.

Senza tener conto de' scarti notevoli presentati da' sali a basi forti, dalle tavole su riportate appare che nelle serie — RO^3 p. es. ne' carbonati una parte de' volumi equivalenti oscilla tra le cifre 30 e 35 e l' altra tra il 40 e il 45, nelle serie — RO^4 p. es. ne' solfati una parte oscilla tra le cifre 42 e 48 e l' altra tra il 52 e il 57. Per quanto questo fatto possa nello stato attuale delle nostre conoscenze in questo campo parere grave come eccezione, non bisogna dimenticare 1° che, oltre una serie di circostanze ancora affatto ignote intorno alla determinazione del peso specifico perchè i dati sieno paragonabili tra loro, il materiale fin qui raccolto è tutt' altro che completo, quindi non è possibile che un apprezzamento parziale; 2° che resta sempre un fenomeno interessante la tanta vicinanza di volumi equivalenti tra sali che non hanno tra loro nessuna analogia, nè di comportamento chimico, nè di forma cristallina. E per venire alla conclusione di queste mie due Note preliminari osserverò ancora quanto segue:

Introducendo il concetto del volume equivalente si porta una rimarchevole semplificazione. Applicando questo concetto del volume equivalente, almeno in alcune serie importanti di composti, si può applicare la legge *che in eguali volumi sia contenuto egual numero di pesi equivalenti di materia;* per altre serie di composti, non meno importanti, i dati che possediamo sono ancora insufficienti. Riguardo alle eccezioni che non mancano, senza voler vedere regolarità là dove non sono, bisogna fare due osservazioni. È vero che nel caso p. es. de' volumi molecolari de' solidi il riscontrare regolarità se ci sono, è, come già fin dal 1856 dimostrava il Mendeleeff, relativamente molto più facile che nel caso de' liquidi e de' gas, poichè nella determinazione del peso specifico è meno necessario porsi in condizioni di temperatura paragonabili, ma questo non va inteso in senso assoluto; infatti, se non influisce che poco la temperatura, influisce molto lo stato cristallino o no del corpo ecc. Inoltre non è detto con questo che anche per i corpi solidi non sia necessario il ricercare a quali temperature e in quali condizioni dello stato fisico del corpo si debba determinare il peso specifico per avere anche ne' volumi equivalenti risultati

razionali. Inoltre la maggior parte delle eccezioni hanno un significato molto importante: noi vediamo in generale per una serie di sali formati con lo stesso gruppo acido, il volume aumentare con la basicità del metallo; quei che fanno eccezione sono i sali di potassio, ammonio, tallosi e mercurosi [1]. Se questo fatto sia in relazione con fenomeni somiglianti che presenta la materia in soluzione diluita, mi riserbo di esaminare in altra Nota ed anzi tutto per via sperimentale.

Ma da queste eccezioni al dire che nessuna regolarità generale vi sia, come sino ad oggi si è detto, la distanza è troppo grande. Basta uno sguardo o un esame grossolano sulle cifre riportate (poichè in queste questioni sarebbe illogico badare a differenze di due o tre unità, ma bisogna afferrare l'andamento generale) per rimanere colpiti dal fatto che corpi di natura chimica e di forma cristallina diversa presentino volumi equivalenti uguali o pressochè uguali. In questo senso, il fenomeno da noi osservato è d'un indole più generale di quello dell'isomorfismo. Che sali di paragonabile composizione chimica, isomorfi tra loro, presentino lo stesso volume molecolare è un fatto molto più limitato di quello che presentino lo stesso volume equivalente sali che non hanno tra loro nulla di somigliante. Anzi molti casi di omeomorfismo non si spiegano che col concetto d'equivalente. Si ritiene comunemente che l'irregolare contrazione di volume (rispetto alla somma de' volumi delle sostanze componenti) nelle combinazioni disturbi più o meno l'osservare leggi semplici, ma non è stato ancora stabilito quanto questo fenomeno dipenda e dalla massa e dalla natura di ciascuno degli elementi componenti, o da altre condizioni fisiche (temperatura etc.).

Che poi le pazienti ricerche di Perseau, Schröder, Löwig, Playfair, Joule, Baudrimont ed Einhardt etc. non abbiano avuta molta fortuna e non certo quella delle ricerche di H. Kopp, non è forse difficile spiegare, anzi tutto col fatto che il Kopp per la determinazione de' pesi specifici trovò delle condizioni paragonabili molto razionali, che inoltre quando s' incominciano ad introdurre de' coefficienti, con i quali si può riuscire a trovar delle regole là dove non sono, certe leggi perdono di valore. Finalmente per venire ai classici lavori di Schröder a proposito del parallelosterismo, il cui concetto è molto esatto, mi pare che non potesse riscuotere molta fiducia il modo di presentare la regolarità. Infatti p, es. quando in due serie

	Diff.		Diff.
X Cl		$X\,NO^3$	
	— 2		— 3
Y Cl		$Y\,NO^3$	
	— 4		— 3
Z Cl		$Z\,NO^3$	

(1) Non sempre i sali mercurosi, però il loro volume è sempre maggiore de' corrispondenti sali mercurici. È inutile poi rilevare come i sali di Rubidio e di Cesio presentino sempre i volumi più grandi.

le differenze de' volumi molecolari sono 2 e 4 ovvero 3 e 3 ossia de' numeri così piccoli, tutto, date le considerazioni fatte innanzi, è ammissibile, anche che le differenze non ci siano.

Finalmente che la grandezza molecolare de' corpi solidi e liquidi sia relativamente molto semplice, oltrechè è un modo di vedere che ormai incomincia ad entrare nella convinzione di molti e che sia più razionale l'ammettere che i fenomeni di attrazione molecolare dipendono dalla *massa* più che dalla natura chimica delle molecole stesse, è una conseguenza che, se non m'inganno, deriva qua e là da una serie di osservazioni di diversa specie che mancano ancora di coordinamento, ma che non troverebbero altra spiegazione.

Spero al più presto possibile pubblicare i risultati delle esperienze che ho già iniziate, per cercare di risolvere qualcuna delle questioni cui ho fatto cenno in queste Note.

TABELLA 1ª. — Volumi molecolari ed equivalenti de' solfati.

Li^2SO^4 = 49,7	H^2SO^4 = 52,9-53,4
$CuSO^4$ = 44,4	Na^2SO^4 = 53,4
$MgSO^4$ = 45,2	$BaSO^4$ = 53,8; spato 52
$ZnSO^4$ = (crist. 43) 46,1	
$NiSO^4$ = 44,6	$La^2(SO^4)^3$ = 157,22 = 52,4
$CoSO^4$ = 43,9-44,7	$Yb^2(SO^4)^3$ = 167,15 = 55,7
$MnSO^4$ = 45	$Er^2(SO^4)^3$ 168,6 = 56
$FeSO^4$ = 44,5	Th $(SO^4)^2$ = 103,5 = 51,7 a 17°
$BeSO^4$ = 42	$KHSO^4$ = 57,7
$CaSO^4$ = anidr. 45,7	Ag^2 SO^4 = 57,7
$PbSO^4$ = 48,8; angles. 47.6	$AlK(SO^4)^2$ = 115,7 = 57,8
$Al^2(SO^4)^3$ = 126,1 = 42	[Di^2 $(SO^4)^3$] = 157 = 51
$Cr^2(SO^4)^3$ = 130,1 = 43,3	Y^2 $(SO^4)^3$ = 178,5 = 59,5
$Fe^2(SO^4)^3$ = 129,16 = 43,05	
$Sc^2(SO^4)^3$ = 145,8 = 48,6	K^2 SO^4 = 65,7
$In^2(SO^4)^3$ = 149,77 = 49,9	Hg^2 SO^4 = 65,6
$Ce^2(SO^4)^3$ = 144,94 = 48,3	Am^2 SO^4 = 74,9
$NaHSO^4$ = 43,7	Rb^2 SO^4 = 73,34
$SrSO^4$ = 49,3 = celest. 46,6	Tl^2 SO^4 = 74,4
$HgSO^4$ = 45,7	Cs^2 SO^4 = 88,1

TABELLA 2ª. — Volumi molecolari ed equivalenti de' Sali MRO^3, $M^2 RO^3$, $M^3 RO^3$.

	Li^2CO^3 = 35 $NaHCO^3$ = 38,7 $CaCO^3$ = spat. 36,8; arag. 33,9-34,08 $MnCO^3$ = 36,8; spat. 31,8 $FeCO^3$ = 30,5-29,9 $MgCO^3$ = magnes. 27,6-28,9 $ZnCO^3$ = 28,1-30	$MgCa(SiO^3)^2$ = 66,2 = 33,1 $FeTiO^3$ = grunerite = 35,5 $CaTiO^3$ = 34,3 $MgTiO^3$ = 30,6 Leucite = 134,4 = 33,6 Berillo = 198,1 = 33 Caolino = 107.5 = 35,8 Muscovite = 256,7-284,3 = 32-35,5 Pirofillite = 128,5 = 32,1 Spodumene = 120 = 30 (¹)	$LiNO^3$ = 28,8 $NaNO^3$ = 37,9 $AgNO^3$ = 39,1 $Pb(NO^3)^2$ = 74,8 = 37.4 $Ca(NO^3)^2$ = 69,5 = 34,7 $Sr(NO^3)^2$ = 72 = 36	$Al (PO^3)^3$ = 94,0 = 31,6 $Cr (PO^3)^3$ = 97 = 32.3 $Fe (PO^3)^3$ = 97 = 32.3 $Th (PO^3)^4$ = 134,5 = 33,5	$Hg(ClO^3)^2$ = 73,4 = 36,7 $NaClO^3$ = reg. em. 43,2-46 $AgClO^3$ = quad. 43,2-44 $HgClO^3$ = 44,2 $Sr(ClO^3)^2$ = 80,5 = 40,25
$H^3 BoO^3$ = 42,4 $H^2 Se O^3$ = 42 $Na^2 S^2 O^6$ = 98,09 = 49,04 $Ca^3 Al^4 O^9$ = 131,7 = 44,9 $HBiO^3$ 44,7 $BiO.BiO^3$ = 48,5 Fe^2O^3 giallo = 40,5 (Tommasi).	Na^2CO^3 = 42,8 $PbCO^3$ = 40,4-41,3 $BaCO^3$ = 46; witerite 45,2 $SrCO^3$ = 40,6 $CdCO^3$ = 40,3 $AmHCO^3$ = 49,8 Ag^2CO^3 = 46	$CaSiO^3$ = wollastonite = 41 Natrolite = 171,9 = 42,9	$Ba(NO^3)^2$ = 80,7-82,6 = 40,3-41,3 HNO^3a0⁰ = 40,4: a 15⁰ = 41,1 $TlNO^3$ = 47,9 fuso; 45,8 (Ebelmen) 46 (Lamy)	$Na PhO^3$ = 41,1 $H^3 PhO^3$ a 21°,2 = 49,6	$Ba(BrO^3)^2$ = 97,8 = 48 $NaBrO^3$ = 45,2 $AgBrO^3$ = 45,3 HIO^3a0⁰ = 38,02 $Pb(IO^3)^2$ = 90 = 45 $Ba(IO^3)^2$ = 93,1 = 46,5 $NaIO^4$ = 46.2
	K^2CO^3 = 60,2 Tl^2CO^3 = 65,8 $AgKCO^3$ = 54,9		KNO^3 = 49,1-48,2 NH^4NO^3 = 46,4	$K PhO^3$ = 52	$KClO^3$ = 52,5 $TlClO^3$ = 56,9 $KBrO^3$ = 51,5 KIO^3 = 55 NH^4IO^3 = 58 $AgIO^3$ = 51,2

(¹) Tralascio per brevità un altro rilevante numero di silicati (bronzite, diopside, iadeite, ecc.) che hanno un volume equivalente vicinissimo a quelli su registrati.

TABELLA 3ª — Volumi molecolari degli ossidi.

R^2O	RO	R^2O^3	RO^2	R^2O^5	RO^3
H^2O = 19.61 sol. (¹) Li^2O = 15 Na^2O = 21-24 Cu^2O = 24,1-25 Ag^2O = 28-31 Au^2O = (33) K^2O = 35,3-39 Hg^2O = 42,3 (Pb^2O) = 43,8 N^2O sol = 48,8 (V. Wills)	BeO = 8,4 (²) MgO = 11,6 — 12,4 (Brügelmann). NiO = crist. = 11,7 CoO = 13,1 MnO = 13,9; manganosite 13,7 CuO = 12,3; tenorite = = 12,2 ZnO = esag. 14; zincite 14,9 CdO = 15,7 CaO = 17,2-17,7 (Brügelmann). HgO = 19,3 BaO = crist. = dal nitrato 30,6 BaO = esagonale = 28,7 PbO = polv. = 24; ros. 25,4; giallo 23,8; crist. 23,6	B^2O^3 = 39 Al^2O^3 = amor. 26,4 " = corind. 25,5 Al BO^3 = ieremeiewite = 25,6 Sc^2O^3 = 35,2 V^2O^3 = 29,7-31,7 Cr^2O^3 = 30,1 Mn^2O^3 = 35,1; braunite = = 32,9 Fe^2O^3 = 31,6; oligisto = 30,3-30,8 Ni^2O^3 = 34,3 Co^2O^3 = 31,8 Ga^2O^3 = 36 In^2O^3 = 38 (Tl^2O^3 = 47). Yb^2O^3 = 42,9 (Di^2O^3 = 47,8) (Sm^2O^3 = 41,6) Y^2O^3 = 44,9-45 N^2O^3 = liq. = 52,3 Ph^2O^3 = liq. = 56,8; sol. 51,1; all'eboll. = 65,1 As^2O^3 = am. 53,5; reg. 52,1; romb. 49,5; crist. 54,4 (Winkler). Sb^2O^3 = reg. 55,39; romb. 50,7 La^2O^3 = 50-50,3 Bi^2O^3 = 56,9; tetraed. 52,5	SiO^2 = quar. 22,6; tr. 26; amorf. 27,2 TiO^2 = rut. 18,8; brooc. 19,3; amorf. 20,8 MnO^2 = pirol. 17,3 GeO^2 = 22,1 SeO^2 = 28,1 ZrO^2 = 20,86-21,2 RuO^2 = 18,7 SnO^2 = 21,5; 21,9 (Forbes) cassiterite. CeO^2 = 25,5 PbO^2 = 26,7 ThO^2 = 26,7 UrO^2 = 26,7 TeO^2 = ortorom. 26,6 ottaed. 27,7 MoO^2 = 19,8 (Mauro e Panebianco). ClO^2 = liq = 45 CO^2 = liq. a 0° = 46,4; a — 34° = 41,6 SO^2 = liq. a — 10° = 43,1; a — 0° = 44,7; a — 40° = 48,4	Ph^2O^5 = 59,4 V^2O^5 = 52,1 As^2O^5 = 56,3 Nb^2O^5 = 59,9 Ta^2O^5 = 58,9 N^2O^5 = 65,8-66 Sb^2O^5 = 49,2 Bi^2O^5 = 56,4 I^2O^5 = 66	CrO^3 = 35,5-36,5 MoO^3 = 32,8 TeO^3 = 34 UO^3 = 40 WO^3 = quad. gial. 32,1-32,4 (Zettnow); 32,5 (Karsten); romb. verde = 36,3-36,8 (Nordenskiöld). SO^3 = solid. a 25° = 50,2; liq. a 16° = 41,2

(¹) Dufour. — (²) Dal solfato; Liebig's Ann. Vol. CCLXII, pag. 57.

P. B.

// RENDICONTI
DELLE SEDUTE
DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 7 febbraio 1897.

F. Brioschi Presidente.

MEMORIE E NOTE
DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Astronomia. — *Sulla distribuzione in latitudine dei fenomeni solari osservati al R. Osservatorio del Collegio Romano nel 4º trimestre del 1896.* Nota del Socio P. Tacchini.

Dalle latitudini calcolate per ciascuna delle 181 protuberanze, dei 74 gruppi di facole e 33 di macchie osservati nel trimestre, ho ottenuto i seguenti dati per la frequenza relativa dei diversi fenomeni in ciascuna zona degli emisferi solari:

4° trimestre 1896.

Latitudine	Protuberanze		Facole		Macchie	
90° ÷ 80°	0,010					
80 ÷ 70	0,010					
70 ÷ 60	0,005					
60 ÷ 50	0,047					
50 ÷ 40	0,068	0,364				
40 ÷ 30	0,073		0,013			
30 ÷ 20	0,068		0,038	0,298		
20 ÷ 10	0,052		0,120		0,075	0,200
10 . 0	0,031		0,127		0,125	
0 — 10	0,094		0,196		0,200	0,800
10 — 20	0,120		0,253	0,702	0,600	
20 — 30	0,162		0,190			
30 — 40	0,099		0,063			
40 — 50	0,099	0,636				
50 — 60	0,031					
60 — 70	0,016					
70 — 80	0,010					
80 — 90	0,005					

Anche in questo trimestre le protuberanze furono più frequenti nelle zone australi, e figurano in tutte le zone tanto al nord che al sud dell'equatore, col massimo di frequenza nella zona (— 20° — 30°). Come nella precedente serie, le protuberanze sono state sempre abbastanza numerose dall'equatore fino a ± 50°.

Le facole, come le protuberanze, furono molto più frequenti nelle zone australi, col massimo fra — 10° e — 20° come nel trimestre precedente, massimo che si riscontra pure nei singoli mesi di questo trimestre.

Anche i gruppi di macchie furono molto più frequenti al sud dell'equatore, e massimo nella zona (— 10° — 20°) come nel precedente trimestre. In questa serie di osservazioni abbiamo dunque per tutti i fenomeni solari una frequenza ben maggiore nell'emisfero australe. Il massimo di frequenza delle macchie avvenne nella stessa zona di quella delle facole, mentre i massimi delle protuberanze si mantennero al solito a più elevate latitudini. Nessuna eruzione solare fu osservata durante il trimestre.

Astronomia. — *Sulle macchie, facole e protuberanze solari osservate al R. Osservatorio del Collegio Romano durante il 4° trimestre del 1896.* Nota del Socio P. Tacchini.

La stagione fu assai poco favorevole alle osservazioni, specialmente nei mesi di Novembre e Dicembre, così che per le macchie e facole non si poterono eseguire osservazioni utili che in sole 32 giornate da me, in 11 dall'assistente sig. Peyra e in 12 dal sig. Vezzani. Ecco i risultati ottenuti:

1896

Mesi	Numero dei giorni di osservazione	Frequenza delle macchie	Frequenza dei fori	Frequenza delle M+F	Frequenza dei giorni senza M+F	Frequenza dei giorni con soli F	Frequenza dei gruppi di macchie	Media estensione delle macchie	Media estensione delle facole
Ottobre. . .	21	2,86	8,67	11,53	0,05	0,14	2,43	29,14	123,50
Novembre .	17	5,18	10,12	15,30	0,00	0,00	4,00	79,94	71,54
Dicembre .	17	6,00	6,18	12,18	0,00	0,00	2,94	45,77	77,06
Trimestre .	55	4,55	8,35	12,89	0,02	0,05	3,07	49,98	94,20

La frequenza delle macchie risulta dunque minore in confronto di quella del precedente trimestre, ed è notevole il minimo secondario avvenuto nella prima metà dell' Ottobre in cui si ebbero anche quattro giornate senza macchie. Nel Novembre invece si ebbe un aumento notevole nel fenomeno e sopra tutto nell'estensione delle macchie.

Per le osservazioni spettroscopiche solari, il numero dei bordi utili è piccolo in ciascun mese, causa sempre il tempo cattivo, e specialmente in Novembre e Dicembre. In sole 21 giornate si poterono osservare abbastanza bene le protuberanze da me e in 11 dall'assistente sig. Palazzo. Qui appresso diamo il solito riassunto per le protuberanze:

1896

Mesi	Numero dei giorni di osservazione	Medio numero delle protuberanze per giorno	Media altezza per giorno	Estensione media	Media delle massime altezze	Massima altezza osservata
Ottobre. . .	14	6,93	38,″7	1,°6	54,″8	75″
Novembre .	9	5,56	39,9	1,9	52,5	64
Dicembre. .	9	3,78	39,4	2,0	47,8	62
Trimestre .	32	5,66	39,3	1,8	52,2	75

Nel complesso dunque si dovrebbe ritenere che in questo trimestre abbia avuto luogo un aumento nel fenomeno delle protuberanze in confronto della precedente serie. Nessuna protuberanza fu osservata di forme e carattere degni di speciale menzione.

Meteorologia. — *Sulla depressione atmosferica a Roma nel 23 Gennaio 1897.* Nota del Socio P. Tacchini.

Il barometro del nostro Osservatorio incominciò ad abbassare poco dopo la mezzanotte del giorno 20 Gennaio, e allora la pressione data dal registratore Richard e ridotta al mare corrispondeva a millimetri 761,4; l'abbassamento continuò sempre fino all'1^h del mattino del 23 e dallo stesso registratore ho ricavato, che a quell'ora la pressione, pure ridotta al mare, era discesa a millimetri 736,7; così che in 49 ore si ebbe una diminuzione di millimetri 24,7, cioè $^1/_2$ millimetro per ora. Questo fatto avvenne in seguito alla depressione che nel giorno 20 si manifestò dal golfo di Biscaglia a Perpignano (757), che accentuandosi scese sulla Spagna e Portogallo nel 21 (748) e sull'Africa nel 22 da Orano a Algeri (738), mentre in corrispondenza una depressione analoga erasi formata fra la Corsica e Roma (739). Il 23 il barometro era salito in Africa, e la depressione erasi trasportata nell'alta Italia (736) col minimo a Genova (735); era la sola depressione esistente in Europa in quella giornata. Anche il 24 il barometro si mantenne assai basso nel golfo di Genova, ma la depressione erasi allungata verso est sull'Austria (743), e nel successivo giorno si trovò spostata ancora più verso est (747) e molto estesa verso nord col centro sulla Norvegia (742).

Detto centro si mantenne a quelle elevate latitudini fino al giorno 30 con leggere oscillazioni all'est e all'ovest, e il 31 la depressione era di nuovo all'ovest della Francia (743), cioè a dire che dall'ovest per est era ritornata per nord all'ovest, come lo indica la qui unita figura.

In questa occasione ho voluto anche verificare se una pressione ridotta al mare e risultante al di sotto di millimetri 740, sia per Roma un fenomeno veramente raro oppur no, e perciò ho esaminato le osservazioni fatte dal 1858 a tutto oggi tenendo conto delle indicazioni dei barografi, ed ho trovato, che la pressione inferiore ai millimetri 740 ebbe luogo negli anni

1858	1875
1860	1878
1869	1884
1874	1895

Il fenomeno dunque non è raro, perchè dalla serie presa in considerazione, può dirsi che avviene circa ogni 4 anni.

Astronomia. — *Ultima osservazione della cometa Perrine 1896 dic. 8.* Nota del Corrispondente E. Millosevich.

Facendo seguito alla mia Nota precedente, ho l'onore di comunicare all' Accademia l'ultima osservazione, che potei fare della cometa Perrine dic. 8. L' astro appena scorgevasi a campo oscuro coll' equatoriale di $0^{m},25$ di aper-

tura, e l'osservazione fu fatta col micrometro di Cassini, e deve ritenersi mediocre.

1897 gennaio 20, $6^h 35^m 11^s$ R. C. R.

α apparente della cometa $4^h 34^m 57^s 69$ (9.337^n)

δ apparente della cometa — $0°32'32''4$ (0.773).

Il 26 gennajo l'astro era affatto invisibile, almeno coi miei mezzi e colla mia vista.

Gli elementi calcolati dal dott. Ristempart confermarono il sospetto che l'astro appartenga al gruppo delle comete periodiche a corto periodo (vedi la mia Nota precedente); anzi l'identità o la parentela con una delle comete del gruppo Bielidi non è improbabile. L'eccentricità e il piano sono somigliantissimi, il periodo discorda di poco; solo π differisce di circa — 50°. Soltanto elementi migliori e lunghi calcoli di perturbazioni potranno accertare l'identità o meglio la parentela col gruppo delle comete Bielidi, delle quali noi conosciamo due dalle apparizioni del 1846 e del 1852.

Astronomia. — *Sul lavoro della stazione internazionale all'Osservatorio di Catania per la Carta fotografica del cielo.* Nota del Corrispondente A. Riccò.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Fisica. — *Dell' azione dell' ozonatore sulla proprietà scaricatrice destata nei gas dalle scintille e dalle fiamme.* Ricerche del Socio E. Villari [1].

In una precedente Nota [2] ho mostrato che i gas passando per un ozonatore in attività vi perdono la virtù scaricatrice, svolta in essi dai raggi X. In questo scritto dirò degli effetti dell' ozonatore sulla stessa proprietà scaricatrice dei gas, svoltavi dalle scintille elettriche e dalle fiamme.

§. I. *Gas attivati dalle scintille.*

Fino dal 1888 il Naccari aveva osservato che l'aria attraversata dalle scintille acquista la proprietà di scaricare i conduttori elettrizzati. Io ho sperimentato con diverse specie di scintille in differenti gas [3] ed ho osservato, che la virtù scaricatrice svolta in un gas dalla scintilla d'un induttore,

(1) Pervenuta all'Accademia il 28 gennaio 1897.

(2) Rendiconti Accad. Lincei 1° sem., 1897, pag. 17 e 48.

(3) Id. 2° sem. pag. 281, 1896.

rinforzata da un condensatore, non varia con la sua lunghezza ed aumenta quando nel gas si producono più scintille ad un tempo, invece di una sola.

Per investigare l'azione dell'ozonatore sui gas attivati dalle scintille, costruii l'apparecchio indicato dalla figura schematica 1. Un tubo di vetro *s*,

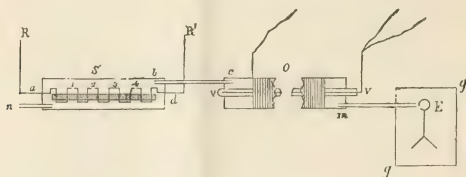



Fig. 1.

a quattro scintille, conteneva una specie di quadro scintillante fatto con fili di platino di 1 mm., ripiegati e confitti in un assicello di ebanite. I fili estremi, terminati in anellini, erano uniti, per le aste *a* e *d*, agli elettrodi R, R' d'un grosso induttore. Al passaggio della scarica saltavano quattro scintille nelle interruzioni 1 a 4, ed attivavano energicamente il gas che attraversavano. S era unito pel cannello *b c* all'ozonatore O, fatto di una canna di vetro (3 × 60 cm.) rivestita nella parte centrale esterna di stagnola, e contenente nell'interno il filo di ferro *vv* rinchiuso in tubo di vetro. Riunendo il filo e la stagnola (le due armature) coi poli di un rocchetto in attività, si produceva nell'ozonatore il noto effluvio elettrico. I gas spinti per *n c m* pervenivano all'elettroscopio E chiuso nella sua gabbia *gg* unita al suolo. Le maggiori cure eransi usate per eliminare qualsiasi induzione perturbatrice dei rocchetti e dell'ozonatore su di E.

Le esperienze furono eseguite spingendo il gas per S ed O contro di E carico, e misurandone il tempo delle scariche. Ecco i risultati medi di più misure.

Aria. — Con corrente di aria ordinaria:

E non si scarica sensibilmente in 120″.

Con corrente d'aria scintillata in S [1]

E perde 5° in 23″,1

» » 10° » 58″,0

Con corrente d'aria scintillata in S ed ozonata in O, od ozonata soltanto

E non perde sensibilmente in 120″.

Da una seconda serie di misure con l'aria si ebbe:

[1] Le scintille erano rinforzate da due giare in cascate.

Con corrente d' aria ordinaria

E non perde sensibilmente.

Con corrente d' aria scintillata in S

E perde 5° in 11″,0; 10″,6; 10″,8 media 10″,8

Con corrente d' aria scintillata in S ed ozonata in O, od ozonata soltanto

E non perde sensibilmente

Ossigeno. — Con l' ossigeno s' ottennero risultati simili come segue:

Con corrente d' ossigeno ordinario secco

E non perde sensibilmente.

Con corrente d' ossigeno scintillato in S

E perde 3° in 21″; 19″,6.

Con corrente d' ossigeno scintillato in S ed ozonato in O, od ozonato soltanto.

E non perde sensibilmente.

In una seconda serie di misure si ebbe

Con corrente d' ossigeno ordinario

E non perde sensibilmente.

Con corrente d' ossigeno scintillato in S

E perde 5° in 15″,0; 14″,2; 14″,8; 15,0 media 14″,7.

Con corrente d' ossigeno scintillato in S ed ozonato in O, o soltanto ozonato

E non perde sensibilmente.

Gas luce. — Il più singolare in queste ricerche si è, che anche il gas luce si comporta come l' aria e l' ossigeno, come si rileva dai dati che seguono.

Con corrente di gas luce ordinaria [1]

E non perde sensibilmente.

Con corrente di gas luce scintillato in S

E perde 5° in 14″; 13; 14″.

Con corrente di gas luce scintillato in S ed ozonato in O, od ozonato soltanto

E non perde sensibilmente.

Questi risultati, relativi ai tre gas esaminati, sono identici e conducono alle seguenti conclusioni:

1.° I gas ozonati o no, non scaricano punto l' elettoscopio.

2.° I gas attraversati da vigorose scintille elettriche acquistano e conservano, per un certo tempo, la proprietà scaricatrice, cioè la proprietà di scaricare l' elettroscopio.

3.° La proprietà scaricatrice dei gas viene distrutta dalla loro ozonizzazione.

[1] Le esperienze furono fatte di solito con gas disseccati.

Nelle ricerche precedenti m' avvidi, che interrotta l' azione dell' ozonatore esso serbava, per qualche tempo, la sua proprietà di annullare la virtù scaricatrice dei gas. Feci in seguito moltissime esperienze in proposito, e qui riporterò solo alcune delle medie ottenute al modo consueto.

Con corrente di aria scintillata in S

E perde 5° in 11″,0.

Con corrente di aria scintillata in S ed ozonata in O

E non perde.

Interrotto l' ozonatore [1]

E non perde in 60″.

Sospesa l' esperienza e ripresa dopo 120″ si ebbe:

Con aria scintillata

E perde 5° in 21″,4.

Dopo altri 120″

E perde 5° 12″, 4; 12″, 4.

D' onde si scorge, che la scarica di E, provocata dall'aria scintillata, non cominciò subito, dopo interrotto l' ozonatore, ma solo parecchi secondi dopo. Ed essa, lenta in principio, acquistò quasi la velocità che aveva ad ozonatore neutro, passati 6 od 8 minuti primi, dopo l' interruzione suddetta.

In una seconda esperienza attivai l' ozonatore per soli 60″; poscia spinsi l' aria scintillata, e l' elettroscopio non si scaricò in altri 60″. Trascorsi 6′ spinti di nuovo l' aria scintillata

E perdè 5° in 13″, 8.

Cioè l' ozonatore non ancora aveva perduta tutta la sua attività residua, giacchè quando era allo stato neutro la scarica di 5° si verificò in soli 11″.

L' esperienze sull' ossigeno condussero ad identici risultati. Così con corrente di detto gas e ad ozonatore neutro, in media,

E perdè 5° in 14″, 7.

Attivato l' ozonatore per qualche minuto e poi spintovi l' ossigeno scintillato, l' elettroscpio cominciò a scaricarsi lentamente ed in seguito, trascorsi 120″

E perdè 2° in 29″.

Dopo altri 120″

E perdè 2° in 9″,8
5° 23,0.

E finalmente

E perdè 5° in 14″, 7.

Cioè l' ozonatore aveva perduta ogni sua attività dopo 7 od 8 minuti primi, tenuto conto del tempo perduto fra le successive misure.

I risultati di queste esperienze, più e più volte ripetute, sono affatto identici a quelli precedenti ottenuti con l' aria.

[1] Sospesa, cioè, la corrente elettrica animatrice dell' ozonatore.

Laonde possiamo affermare che l' ozonatore serba per alcuni minuti, dopo l' interruzione della corrente che lo animò, la sua proprietà di distruggere la virtù scaricatrice indotta nei gas dalle scintille, ossia conserva una ATTIVITÀ RESIDUA. Questa attività residua rispetto ai gas attivati dalle scintille, è simile a quella che l' ozonatore mostrò rispetto ai gas attivati dagli X: e perciò deve avere la stessa origine, che è la carica residua dell' ozonatore medesimo [1]. Una sola differenza esiste nei due casi ed è, che mentre l' attività residua dell' ozonatore dura un paio d' ore quando si sperimenta sui gas attivati dagli X, essa non dura che pochi minuti operando sui gas attivati dalle scintille. Lo che può dipendere, o perchè i gas scintillati scaricano l' ozonatore più presto di quelli Xati; o perchè questi perdono la loro attività più facilmente, e per cariche residue minori, che non occorrono a quelli; o forse per ambedue queste ragioni.

Da ultimo volli osservare se le modificazioni indotte sui gas dall' ozonizzazione influissero su quelle che possono indurvi le scintille. Disposi l' apparecchio in maniera che i gas passassero prima per l' ozonatore e poscia pel tubo a scintilla, dal quale, uscendo, pervenivano allo elettroscopio. Le esperienze, condotte nel solito modo, dettero i risultati che seguono.

Con corrente d' ossigeno scintillato

E perde 5° in 6″ 5 (media).

Con corrente d' ossigeno prima ozonato e poi scintillato

E perde 5° in 6″ 8 (media).

Le medesime misure furono più volte ripetute con l' aria e l' ossigeno, e sempre coi medesimi risultati; e da essi appare che l' ozonizzazione preventiva dell' aria o dell' ossigeno non ne modifica le condizioni in modo sensibile, rispetto alle scintille, in modo che queste v' inducono sempre la medesima virtù scaricatrice, siano essi stati ozonati o no.

§. II. *Gas combusti delle fiamme.*

È ben noto che i prodotti della combustione di una fiamma hanno la proprietà di scaricare i corpi elettrizzati; ed io volli anche su di essi studiare l' influenza dell' ozonizzazione, servendomi d' un apparecchio indicato nella figura schematica 2. Una lampada Carcel, accennata in L, ha il suo scartoccio di vetro *c* unito ad un refrigerante *rr* ad acqua corrente. Il solito ozonatore *or*, in basso è unito al refrigerante ed in alto si continua con un tubo di gomma *ot*, (3 × 40 cm.), pel quale i gas combusti pervengono all' elettroscopio E, chiuso nella sua gabbia *gg*. La gabbia, l' armatura interna *o* dell' ozonatore ed uno degli elettrodi di un grande rocchetto, sono

[1] Rendiconti della R. Acc. dei Lincei, gennaio e febbraio 1897.

uniti fra di loro ed al suolo. L' altro elettrodo comunica con l' armatura esterna dell' ozonatore e serve ad attivarlo.

Fig. 2.

Delle esperienze preliminari mostrarono, che attivando il rocchetto e l' ozonatore, l' elettroscopio veniva leggermente influenzato, forse pel grosso foro della gabbia, pel quale penetrava il tubo di gomma, e forse anche per le finestre di essa, che, sebbene chiuse da fitta e sottile rete metallica, erano piuttosto ampie. Impicciolii al possibile le finestre chiudendole con stagnola, e sostituii al tubo di gomma uno eguale di piombo comunicante col suolo e colla gabbia. Dopo di che ogni induzione perturbatrice fu del tutto eliminata.

Nelle prime esperienze che feci colla Carcel accesa accadde, che i prodotti di combustione, comunque raffreddati dal refrigerante, erano sempre così caldi da alterare l' elettroscopio rammollendone il tappo di paraffina. Perciò dopo alcune prove lo sostituii con un turacciolo di solfo, che riuscii a costruire nel modo seguente. Staccai il bocciuolo dall' elettroscopio e lo allungai con un tubo fatto con una striscia di carta avvolta in più giri. Chiusi in basso questo tubo di carta con un tappo di sughero, nel quale era confitta e centrata l' asta dell' elettroscopio, e vi colai il solfo appena fuso. Dopo raffreddato, tolsi il sughero e la carta ed ottenni un turacciolo di solfo giallo paglia, che preparato di recente isola quasi quanto quello di paraffina.

Riaggiustato l' elettroscopio con questo tappo di solfo potei, senza inconvenienti, sperimentare sui prodotti di combustione d' una Carcel e d' un becco circolare a gas, muniti dei loro scartocci. I risultati furono simili con le due fiamme; ma i numeri seguenti furono ottenuti con la lampada Carcel, la cui fiamma è meno calda e meno ricca di vapori di acqua di quella a gas. Nelle prime misure adoperai un refrigerante di zinco ad acqua corrente, di 60 cm. di lunghezza; nelle successive, delle quali soltanto qui appresso riferisco i risultati, ne usai uno di 2 m. per meglio raffreddare i gas combusti. Le ricerche con l' aria combusta raffreddata furono praticate come segue.

Accesi la Carcel, caricai l' elettroscopio, e richiusone subito la gabbia, osservai che

E perdeva	1°	in	9″	ad ozonatore	INATTIVO
	2°	in	19″	»	»
	3°	in	31″	»	»

Ripetuta la misura s' ebbe che

E perdeva 1° in 70′, ad ozonatore ATTIVO

Interrotta la corrente dell' ozonatore, l' elettroscopio incominciò a discendere dopo qualche secondo (5 a 10″) e s' ebbe in misure successive che

E perdeva 3° in 40″
3° 28″
3° 29″

Questi numeri mostrano che l' aria combusta, raffreddata dal lungo refrigerante, scarica rapidamente l' elettroscopio, quando l' ozonatore che percorre è inattivo; ma perde quasi del tutto tale proprietà scaricatrice passando per l' ozonatore messo in attività. Si scorge inoltre, che la scarica di E comincia soltanto alcuni secondi dopo l' interruzione della corrente dell' ozonatore, necessari forse ad espellere i gas contenuti nell' ozonatore e già da questo resi inattivi. Finalmente gli ultimi numeri pare accennino ad una lieve carica residua dell' ozonatore, dappoichè la prima scarica di 3° avvenne in 40″ e le successive, anche di 3°, avvennero in circa 30″. Ma di ciò meglio in seguito.

Nelle misure precedenti, malgrado la corrente d' acqua del refrigerante, la parte superiore dell' apparecchio s' era alquanto riscaldato. In seguito, per operare a gas caldi, soppressi la corrente di acqua, ed operando come sopra osservai che

E perde 3° in 7 ad 8″ ad ozonatore INATTIVO
1° 80 a 110″ " ATTIVO

Le esperienze non poterono seguitarsi essendosi dissaldato l' ozonatore di zinco: tuttavia da queste e dalle precedenti può dirsi

1.° Che l' ozonatore in attività annulla quasi la virtù scaricatrice dell' aria combusta, calda o fredda.

2.° Che la proprietà scaricatrice dell' aria combusta calda è sensibilmente maggiore (scarica di 3° in 7 ad 8″) di quella raffreddata (3° in circa 30″).

Per proseguire le esperienze a caldo, sostituii al refrigerante di zinco uno di 2 m. in ottone, saldato ad argento. Le esperienze a refrigerante senza acqua e ad apparecchio caldissimo mostrarono, che spenta la Carcel,

E perdeva circa $\frac{1°}{4}$ in 120″ ad ozonatore INATTIVO

Accesa la Carcel

E perdeva $\frac{1°}{4}$ circa in 120″ ad ozonatore ATTIVO.

Indi interrotta la corrente dell' ozonatore, l' elettroscopio cominciava a perdere dopo 3 o 4″ e quindi

E	perdeva	1°	in	4″ 3	ad azonatore INATTIVO	
	"	5°		11″ 6	"	"
	"	7°		18″ 0	"	"

Questi numeri, medie di molte esperienze assai concordi, mostrano, analogamente a ciò che si disse, che l' aria combusta e caldissima perde per l' ozonizzazione tutta la sua energica virtù scaricatrice.

Spinsi una corrente d' acqua fredda pel refrigerante, e ripetute subito le misure, ottenni risultati pressochè identici ai precedenti, per essere sempre la parte superiore dell' apparecchio assai calda. Allora tolta la fiamma, e fatto ben raffreddare l' apparato, ripetei le misure con refrigerante ad acqua corrente, ed ebbi a Carcel accesa che

E non perdeva ad ozonatore ATTIVO.

Interrotto l' ozonatore, la scarica cominciò lentissima, dopo alcuni secondi, e quindi s' ebbero nelle cinque successive serie di misure, i dati seguenti:

				I	II	III	IV	V
E	perdè	1°	in	50″	29″	17″	13″	8″ 6
"	"	5°		64″	39″	26″ 5	22″ 4	17″ 7
"	"	10°		73″	46″	34″ 4	34″ 2	25″ 4

Questi risultati mostrano che la scarica, dopo l' interruzione dell' ozonatore, cominciò tardi e lenta (scarica di 1° in 50″), mostrando una lieve attività residua di esso. Le scariche, nelle successive serie di misure si accelerarono man mano dalla I alla V, per effetto del graduale riscaldamento delle parti dell' apparechio, superiori al refrigerante, tenuto freddo.

L' effetto della temperatura dei gas sulla velocità della scarica spicca meglio, confrontando i numeri della II [1] serie precedente, ottenuti con gas raffreddati (scarica di 5° in 39″,0), con quelli più sopra, ottenuti a gas non raffreddati (5° in 11″).

A meglio affermare l' effetto della temperatura sulla velocità della scarica dò, in riassunto, i risultati seguenti ottenuti da esperienze identiche alle precedenti.

Ad apparato caldissimo, e dopo interrotto l' ozonatore, l' elettroscopio scese per $^1/_4$ ad $^1/_3$ di grado in circa 3″; e seguitando s' ebbe che

E	perdè	1°	in	4″,9
		5		12″,4
		7		18″,0

Ad apparato freddo, e dopo interrotto l' ozonatore, la scarica cominciò dopo alcuni secondi, ed in principio della I serie di misure fu lentissima, quindi s' accelerò come segue:

				I	IV
E	perdè	1°	in	59″	14″,2
		5		71″	23″,2
		7		79″	30″,4

(1) Si considera la II serie di misure e non la I, perchè questa è affetta dal ritardo di 50″ del 1° di scarica.

Ho riportato per brevità, qui sopra, solo i risultati della I e IV serie di misure, i quali sono analoghi a quelli già riportati in antecedenza: da tali valori emerge chiaro il fatto, che l' ozonatore mostra una carica residua ad apparato freddo (scarica di 1° in 50 o 59″, dopo interrotto l' ozonatore), e non la mostra ad apparato caldo (scarica di 1° in 4 a 5″, dopo interrotto l' ozonatore). E come la attività residua dell' ozonatore è dovuto alla sua carica elettrica residua, così bisogna ammettere che l' aria combusta e calda lo scarichi rapidamente, e quella fredda lentamente.

Un modo facile per osservare a più riprese l' efficacia dell' ozonatore, consiste nel caricare l' elettroscopio e tener attivo l' ozonatore. L' elettroscopio rimane fermo malgrado l' aria della fiamma che lo riveste. Interrompendo e poi richiudendo la corrente ozonatrice si vedrà l' elettroscopio prima discendere e quindi fermarsi, successivamente.

L' effetto neutralizzante dell' ozonatore è in relazione con la intensità della fiamma. In una prima serie di misure a fiamma spenta ed ozonatore attivo od inattivo, osservai che l'elettroscopio perdeva sempre meno di 1° in 120″; ciò che mostra che tutte le induzioni perturbatrici erano eliminate. In una seconda serie di misure, fatte con fiamma accesa ed ozonatore attivo, si ebbe che

E perdeva da 1° 1/3 a 2° 1/3 in 120″.

D' onde si rileva che l' ozonatore non aveva, in questo caso, annullata per intero la proprietà scaricatrice dell' aria combusta. Diminuita un poco l' altezza della fiamma osservai che ad ozonatore attivo

E perdeva meno di 1° in 120″.

Come senza fiamma, a fiamma diminuita adunque lo stesso ozonatore aveva per intiero annullata la virtù scaricatrice dei prodotti della sua combustione.

L' efficacia neutralizzante dell' ozonatore dipende ancora dall' intensità della corrente che lo anima. Introdussi nel circuito del rocchetto animatore dell' ozonatore un reostato ed un amperometro, che veniva tolto dopo aver misurata la corrente a circuito stabilmente chiuso. Le esperienze furono fatte al solito modo, e le medie di tre misure concordi, a refrigerante freddo e con diverse intensità di corrente, sono le seguenti:

A	Carcel accesa		Rocchetto animato
E	perde da 1/2 a 3/4°	in 120″ (1)	da 10 ampère
»	1° 1/4 a 1° 1/2	in 120″	» 6 »
»	2° a 3 1/2	in 120″	» 3 »
»	8° a 11°	in 120″	» 1,5 »

L' efficacia neutralizzante dell' ozonatore, completa in principio, è andata diminuendo con lo scemare dell' intensità del rocchetto, e della energia dell' ozonatore. Ricorderò che nelle ultime misure, con la corrente di 1,5 ampère,

(1) Perdita per dispersione ordinaria, che si ha anche senza la fiamma.

la scarica era come intermittente, e le foglie scendevano a sbalzi, quasi occorressero più scintille nell' ozonatore per arrestarle.

La debole efficacia dell' ozonatore, attivato da debole corrente, può anche mettersi in evidenza come segue. L'esperienza fu fatta a refrigerante freddo, ma dopo che la parte superiore dell' apparato erasi ben riscaldata. Accesi la Carcel, attivai l' ozonatore con una inducente di 10° ampère. e caricai l' elettroscopio, che rimase fermo.

Interrotto l' ozonatore si ebbe che

E perdè	1°	in	4″ 4
	5°		8″ 8
	7°		16″ 4

Poscia ripetei le misure ad ozonatore attivato costantemente da una corrente di 1 ampère ed ebbi che:

E perdè	1	in	4″ 8
	5		28
	7°		64

Cioè, ad ozonatore attivato debolmente, l' aria combusta conservò parte della sua attività, scaricando l' elettroscopio un poco più lentamente che ad ozonatore inattivo.

Riassunto. — È noto, che l' aria attraversata dalle scintille elettriche acquista la proprietà di scaricare i corpi elettrizzati. L' ozono invece, che può prodursi per l' effluvio elettrico, non ha cotesta proprietà. Io sperimentai su varî gas, spinti per un tubo a più scintille e per un ozonatore contro un elettroscopio, ben garantito nella sua gabbia di guardia. Dalle molte ricerche eseguite risulta:

1° Che i varî gas esaminati, aria, ossigeno, idrogeno, anidride carbonica e gas-luce, attraversati dall' effluvio elettrico dell' ozonatore, od *ozonati*, non acquistano punto la proprietà scaricatrice.

2° Che i detti gas attraversati dalle scintille d' un induttore, meglio se rinforzate da un condensatore, acquistano la proprietà scaricatrice, spesso assai energica.

3° Che l' ozonizzazione dei gas ha la virtù di distruggere in essi la proprietà scaricatrice destatavi dalle scintille. L' esperienze furono praticate sull' aria, ossigeno e gas-luce.

4° Che questa proprietà l' ozonatore la conserva anche più minuti (5′ ad 8′) dopo interrotta la corrente che lo animava, indi la perde.

5° Che questa attività susseguente o *residua* dell' ozonatore, identica a quella che esso esercita sui gas attivati dagli X, sebbene di minor durata, è dovuta alla carica elettrica residua dello stesso ozonatore.

6° Che un gas (aria od ossigeno), ozonato o no, attraversato dalle scintille acquista sempre, ad un dipresso, la stessa virtù scaricatrice.

L'aria combusta delle fiamme scarica del pari i corpi elettrizzati, perciò la sottoposi ad esperienze simili alle precedenti e pervenni alle conclusioni seguenti:

1° Che raffreddando i prodotti di combustione d'una fiamma Carcel, essi perdono parte della loro virtù scaricatrice.

2° Che detta virtù è annullata quando l'aria combusta, raffreddata o no, passa per un ozonatore in attività, di circa 60 cm. di lunghezza.

3° Che la proprietà neutralizzante dell'ozonatore cessa appena interrotta la corrente, se l'aria combusta è caldissima, e poco dopo se è stata prima raffreddata.

4° Che detta proprietà neutralizzante scema col decrescere dell' intensità della corrente dell'ozonatore.

5° Che l'azione neutralizzante dell'ozonatore può riuscire completa sui prodotti di una piccola fiamma, ed incompleta su quelli di una fiamma maggiore.

6° Le fiamme a gas munite di scartoccio di vetro, si comportano come quella Carcel.

Chimica. — *Ricerche sulle emanazioni terrestri italiane. — I. Gas delle Terme di Abano, dei soffioni boraciferi della Toscana, gas combustibili dell' Appennino bolognese.* Memoria del Corrispondente Nasini e dei dottori Anderlini e Salvadori.

Questo lavoro sarà pubblicato nei volumi delle Memorie.

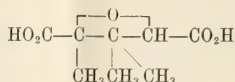
Chimica. — *Sui prodotti di ossidazione dell' acido canforico* [1]. Nota del Corrispondente L. Balbiano.

La Nota di Ferd. Tiemann *Ueber Campher* comparsa recentemente nei Berichte [2] mi obbliga a comunicare all'Accademia i risultati delle esperienze instituite sull'acido $C_8 H_{12} O_5$, prodotto principale dell'ossidazione dell'acido canforico col permanganato potassico in soluzione alcalina.

Le idee sulla funzione del quinto atomo di ossigeno di quest'acido sono disparate; mentre Mahla-Tiemann [3] ed E. Wagner [4] credono che sia sotto forma di carbonilo e che per conseguenza l'acido $C_8 H_{12} O_5$ sia un acido α-che-

(1) Lavoro eseguito nell'Istituto di chimica farmaceutica della R. Università di Roma.
(2) Berl. Ber., T. 29, p. 3006.
(3) Berl. Ber., T. 28, p. 2151.
(4) Bull. Soc. chim. de Paris, t. 26, p. 1839.

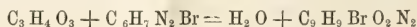
tonico paragonabile all' acido ossalacetico di W. Wislicenus ([1]), io ritengo ([2]) che l' atomo di ossigeno in questione sia come ossido alchilico, e, dato che l' acido $C_8H_{14}O_4$ che ho ottenuto riducendo con acido jodidrico l' acido $C_8H_{12}O_5$ sia veramente il metil-2-dimetil-3-pentandiacido, come risulta in modo indiscutibile dalle esperienze che andrò esponendo, ho proposto per esso la formola

```
        ┌──O──┐
HO2C—C—C—CH—CO2H
      |   | \
    CH3 CH3 CH3
```

La base sperimentale della deduzione dei sigg. Mahla e Tiemann, è il fatto che l' acido $C_8H_{12}O_5$ riscaldato a 170°-220° elimina ossido di carbonio e dà anidride trimetil-succinica. Però giova osservare, che nello stesso tempo si hanno piccole quantità di acido isobutirrico e probabilmente anche acido propionico, composti questi che indicano un cambiamento più profondo nella reazione. Inoltre essi asseriscono che il sudetto acido dà coll' idrossilamina un acido ossimico deliquescente e colla bromofenilidrazina un acido bromofenilidrazonico fusibile a 161°-162°.

Io ho ripetuto le loro esperienze relative all' azione della p-bromofenilidrazina ed ho trovato, che questa base dà dapprima un semplice prodotto di addizione che poi elimina acqua e si converte in un' anidride, che all'idrolisi non riproduce più la p-bromofenilidrazina, come dovrebbe fare un vero acido idrazonico. Siccome nelle prime esperienze i tentativi di idrolizzazione erano stati fatti con acido cloridrico, ho voluto provare in seguito l' impiego dell' acido piruvico, che come si sa ha fornito ad E. Fischer ed Ach ([3]) un buon metodo di idrolisi per alcuni idrazoni. Anche in questo caso operando in soluzione etereo-acquosa ho ottenuto risultato negativo.

Questo comportamento anomalo del supposto acido-idrazonico, mi fece ritenere non abbastanza comprovata l' esistenza del CO acetonico nell' acido $C_8H_{12}O_5$, e prima di studiare dettagliatamente questi composti azotati ho voluto provare in qual modo si comportasse l' acido piruvico, che è un' acido α-chetonico, colla p-bromofenilidrazina.

Ho perciò trattato nelle stesse condizioni il detto acido colla base bromurata ed ho ottenuto subito alla temperatura ordinaria l' acido idrazonico secondo l' equazione

$$C_3H_4O_3 + C_6H_7N_2Br = H_2O + C_9H_9BrO_2N_2$$

([1]) Berl. Ber., T. 19, p. 3225.
([2]) Gazz. chim. Ital., t. 26, p. 52.
([3]) Liebig's Ann. 253, p. 57.

Quest' acido idrazonico, che cristallizza in piccoli aghetti giallastri i quali fondono con decomposizione a 182°, dette all' analisi i seguenti risultati:

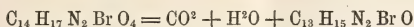
	trovato	calcolato per $C_9H_{11}O_3N_2Br$	$C_9H_9O_2N_2Br$
C	42,37	39,27	42,02
H	3,66	4,00	3,50
N	10,66	10,18	10,89
Br	31,24	29,09	31,12

Queste analisi non lasciano dubbio che è avvenuta la reazione soprascritta.

Inoltre riscaldando per pochi minuti l' idrazone con acido cloridrico diluito, si ha una resinificazione abbondante del prodotto, ma si è potuto constatare nettamente nella soluzione acida la p-bromofenilidrazina.

Il composto $C_{14}H_{17}BrN_2O_4$ quando viene riscaldato a 150°-160° svolge anidride carbonica ed elimina acqua.

Se questa decomposizione si fa nel vuoto, e quando lo sviluppo di CO^2 è cessato si continua il riscaldamento, allora distilla alla temperatura di 220°-225° ed alla pressione di 17 mm. un olio che si concreta subito in una massa cristallina butirrosa, e nel matraccio rimane un piccolo residuo pecioso nero. La sostanza cristallina si libera da un olio giallo, che finora non ho studiato, e che d' altronde si forma in piccola quantità, mediante ripetute cristallizzazioni dall' alcole. Essa cristallizza in bei prismi appiattiti, bianchi splendenti; è insolubile nell' acqua e solubile nell' alcool caldo, poco nell' alcole freddo. L' analisi dimostra che è il composto formatosi secondo l' equazione

$$C_{14}H_{17}N_2BrO_4 = CO^2 + H^2O + C_{13}H_{15}N_2BrO$$

Difatti si ha

	trovato			calcolato per $C_{13}H_{15}N_2BrO$
C	52,99	52,77	53,18	52,88
H	4,94	5,33	5,19	5,08
Br	27,12			27,12
N	8,46	8,10		9,42

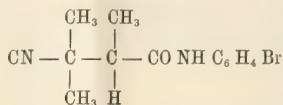
La differenza in meno trovata per l' azoto, è dovuta al fatto che il composto contiene il radicale CN, come vedremo in seguito.

Il suo peso molecolare, determinato col metodo ebulliscopico del Beckmann servendo come solvente l' alcool, venne trovato

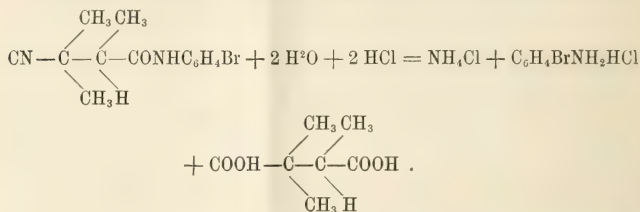
235 — 231 Calcolato 295

il che dimostra la semplicità della molecola.

Questo nuovo composto è nient' altro che la p-bromoanilide dell' acido metil-2dimetil-3-cian-3-propanoico rappresentato dalla formola di struttura

$$CN - \underset{CH_3}{\overset{CH_3}{\underset{|}{\overset{|}{C}}}} - \underset{H}{\overset{CH_3}{\underset{|}{\overset{|}{C}}}} - CO\,NH\,C_6\,H_4\,Br$$

Difatti, se si riscalda con soluzione acquosa di acido cloridrico psp. 1,19 in tubo chiuso a 110°-120° per 6 ad 8 ore si scinde nettamente in acido trimetilsuccinico, cloruro di ammonio e cloridrato di p-bromoanilina, cioè ha luogo quantitativamente la reazione rappresentata dalla seguente equazione:

$$CN - \underset{CH_3}{\overset{CH_3}{C}} - \underset{H}{\overset{CH_3}{C}} - CONHC_6H_4Br + 2\,H^2O + 2\,HCl = NH_4Cl + C_6H_4BrNH_2HCl$$

$$+ COOH - \underset{CH_3}{\overset{CH_3}{C}} - \underset{H}{\overset{CH_3}{C}} - COOH\ .$$

La p-bromoanilina venne analizzata sotto forma di ossalato che fonde, decomponendosi, a 160°, lo stesso punto che presenta un campione preparato direttamente.

	trovato	calcolato per $C_6H_{41}BrNH_2C_2H_2O_4$
N	5,38	5,34

Da questo sale si mise in libertà la base che fonde a 63° e che all' analisi dette il seguente risultato

	trovato	calcolato per $C_6H_4NBrNH_2$
N	8,08	8,12

Il cloruro di ammonio venne riconosciuto qualitativamente.

L' acido trimetilsuccinico venne isolato. Esso fonde a 141°-142° (termometro di Anschutz, riscaldamento 1° in 10'). L' analisi dette il seguente risultato.

	trovato	calcolato per $C_7H_{12}O_4$
C	52,58	52,50
H	7,75	7,50

Il sale di calcio $C_7\,H_{10}\,O_4\,Ca\,,\,3\,H^2\,O$ venne ottenuto precipitando con soluzione di cloruro di calcio al 30 % la soluzione del sale sodico concentrata, ottenuta alla sua volta da un dosamento volumetrico risultante esatto, operato sull' acido libero.

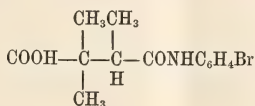
I dati analitici sono i seguenti:

	trovato	calcolato per $C_7H_{10}O_4Ca . 3 H_2O$
H^2O	21,34	21,42
Ca sale secco	20,43	20,20 .

Per controprova si preparò l'anilo acido secondo Auwers, e si trovò che fondeva precisamente a 134°-135° ed all'analisi dette il seguente risultato:

	trovato	calcolato per $C_{13}H_{17}NO$
N %	6,26	5,95

Sono inoltre riuscito ad ottenere l'acido monobasico

```
       CH3CH3
        |  |
COOH—C—C—CONHC6H4Br
        |  H
       CH3
```

riscaldando il composto $C_{13}H_{15}N_2BrO$ colla quantità calcolata di idrato sodico. In detta reazione si svolge ammoniaca e si ottiene il sale sodico dell' acido suddetto, che decomposto con acido cloridrico libera l'acido organico sotto forma di una sostanza glutinosa che nell'acqua indurisce e diventa cristallina. Cristallizza dalla miscela di etere acetico ed eteri di petrolio (80°-100°) in piccoli aghi prismatici aciculari che fondono a 125°-126°. L'analisi prova la sua composizione

	trovato	calcolato per $C_{13}H_{16}BrNO_2$
C	49,56	49,68
H	5,44	5,09
N	4,70	4,45 .

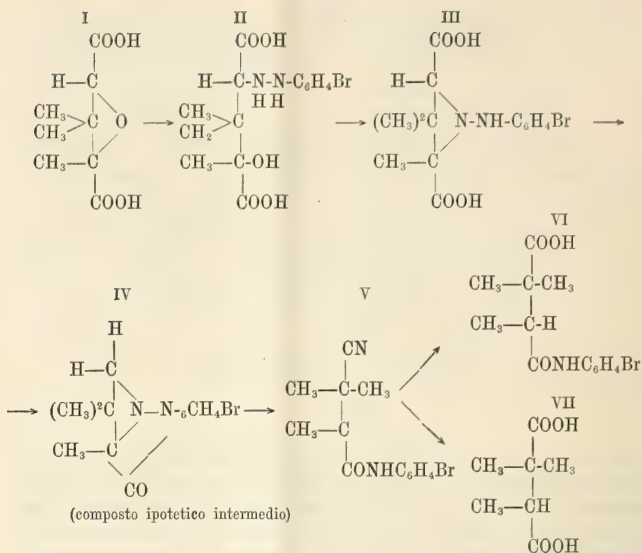
Ho instituito un'altra serie di esperienze per comprovare con fatti l'ipotesi dei sigg. Mahla-Tiemann e Wagner.

I° Ho sottoposto all'azione dell'alluminio amalgamato tanto l'acido $C_8H_{12}O_5$ che il suo etere etilico, ed in tutti e due i casi ho riavuto il composto primitivo inalterato nelle quantità adoperate.

II° Ho fatto reagire sull'etere etilico dell'acido $C_8H_{12}O_5$ la p-bromofenilidrazina e l'idrossilamina ed in tutti e due i casi non ho avuto nessuna combinazione ma riottenni sempre l'etere inalterato. I documenti analitici saranno pubblicati prossimamente nella Gazzetta chimica Italiana.

Da tutti i fatti suesposti non credo sia più ammissibile l'idea che l'acido $C_8H_{12}O_5$ sia un acido chetonico; invece viene appoggiata la mia ipotesi che il quinto atomo di ossigeno sia sotto forma di ossido alchilico. Allora i diversi prodotti sommariamente descritti derivano nel modo seguente.

```
     I                 II                        III
   COOH              COOH                       COOH
    |                  |                          |
 H—C              H—C-N-N-C6H4Br              H—C
    |\                 | H H                      |\
CH3>C  O  ——>  CH3>C              ——>  (CH3)2C  N-NH-C6H4Br  ——>
CH3 |/         CH2   |                            |/
CH3—C          CH3—C-OH                    CH3—C
    |                  |                          |
  COOH               COOH                       COOH

                                                        VI
                                                       COOH
                                                        |
        IV                       V               CH3—C-CH3
                                                        |
         H                                        CH3—C-H
         |                       CN         ↗           |
      H—C                        |        /           CONHC6H4Br
         |\               CH3—C-CH3     /
——> (CH3)2C  N—N-6CH4Br ——>      |       \                VII
         |/      /        CH3—C          \              COOH
    CH3—C      /                 |          ↘            |
         \   /               CONHC6H4Br       CH3—C-CH3
          CO                                             |
(composto ipotetico intermedio)                   CH3—CH
                                                         |
                                                       COOH
```

Inoltre debbo aggiungere che idrogenando con sodio ed alcole il composto III, si stacca nettamente anilina senza svolgimento sensibile di ammoniaca, e sono dietro a purificare il composto acido risultante che contiene ancora 1 atomo di azoto.

Spero di poter presto riferire i risultati ottenuti.

Nella Nota succitata Tiemann dice che nell' ossidazione dell' acido canforico col permanganato potassico Mahla ottenne quantità non indifferenti di acido trimetilsuccinico. A questo proposito debbo notificare che anch' io, fin dall' anno accademico passato, ho riscontrato la presenza di quest' acido e l'ho potuto isolare dalle acque madri del sale di calcio dall' acido $C_8H_{12}O_5$. Però la quantità che ne ho separato è piccola: da 3 kg. di acido canforico ho ottenuto 12 a 15 grammi di acido trimetilsuccinico. Debbo poi aggiungere che l'acido trimetilsuccinico è accompagnato da piccole quantità di un acido siropposo che ha la stessa composizione dell' acido $C_8H_{12}O_5$, o meglio si trasforma nel medesimo quando viene conservato per lungo tempo in un' essicatore. Finora però non ho potuto isolare quest' acido; perciò pregherei i colleghi che si sono occupati dopo di me di quest' argomento, di lasciarmi progredire tranquillamente in queste ricerche lunghe e laboriose per la difficoltà di procurarsi il materiale primo, e di depurare i diversi prodotti che contemporaneamente si formano. D' altra parte suppongo che mi si vorrà conce-

dere d'avere un certo diritto di raccogliere il frutto del lavoro in un campo di studio che ho iniziato.

In una prossima Nota riferirò altre esperienze che ho in corso le quali spero mi permetteranno di comprovare ancora la mia idea sulla costituzione dell'acido $C_8 H_{12} O_5$, e discuterò allora i suoi rapporti coll'acido canforico e colla canfora. Fin d'ora però dalle esperienze e dai fatti riportati, appare sempre più plausibile la formola proposta per l'acido canforico dal Bredt a preferenza di tutte le altre.

Ai sigg. Decio Trasciatti e Carlo Egidi studenti praticanti del laboratorio, i quali mi hanno coadiuvato nella parte analitica di queste ricerche, i miei ringraziamenti.

Matematica. — *Sulla probabilità degli errori di situazione di un punto nello spazio.* Nota di V. Reina, presentata dal Socio Cremona [1].

Le coordinate X Y Z di un punto dello spazio si possano determinare indirettamente per mezzo della osservazione delle grandezze fra loro indipendenti $\omega_1 \omega_2 \dots \omega_n$, delle quali esse siano funzioni, si abbia cioè

$$\begin{aligned} X &= X(\omega_1 \omega_2 \dots \omega_n). \\ Y &= Y(\omega_1 \omega_2 \dots \omega_n). \\ Z &= Z(\omega_1 \omega_2 \dots \omega_n). \end{aligned}$$

Se $o_1 o_2 \dots o_n$ sono i valori osservati di $\omega_1 \omega_2 \dots \omega_n$, sarà da assumersi come posizione del punto, data dalla osservazione, quella definita dalle coordinate

$$\begin{aligned} X_0 &= X(o_1 o_2 \dots o_n) \\ Y_0 &= Y(o_1 o_2 \dots o_n) \\ Z_0 &= Z(o_1 o_2 \dots o_n). \end{aligned}$$

Si indichino con

$$x = X - X_0 \qquad y = Y - Y_0 \qquad z = Z - Z_0$$

gli errori commessi in questa determinazione delle coordinate, con v_r gli errori da cui sono affette le osservazioni o_r $(r = 1, 2, \dots n)$, e si suppongano i v_r tanto piccoli da potersene trascurare i quadrati, i prodotti e le potenze superiori: si avranno in tali ipotesi le relazioni

$$(1) \qquad \left\{ \begin{aligned} x &= \alpha_1 v_1 + \alpha_2 v_2 + \cdots + \alpha_n v_n \\ y &= \beta_1 v_1 + \beta_2 v_2 + \cdots + \beta_n v_n \\ z &= \gamma_1 v_1 + \gamma_2 v_2 + \cdots + \gamma_n v_n \end{aligned} \right.$$

[1] Presentata nella seduta del 7 gennaio 1897.

nelle quali si è posto

$$\alpha_r = \frac{\partial X_0}{\partial o_r} \qquad \beta_r = \frac{\partial Y_0}{\partial o_r} \qquad \gamma_r = \frac{\partial Z_0}{\partial o_r} \qquad (r = 1, 2, \dots n).$$

Se si suppone che gli errori v_r seguano la legge di frequenza di Gauss

$$\frac{h_r}{\sqrt{\pi}} e^{-h_r^2 v_r^2},$$

si otterrà la probabilità $P\,dx\,dy\,dz$ che l' errore di situazione del punto sia compreso fra x e $x + dx$, y e $y + dy$, z e $z + dz$, estendendo l' integrazione della espressione differenziale

$$(2) \qquad \frac{h_1 h_2 \dots h_n}{(\sqrt{\pi})^n} e^{-[hhvv]} dv_1 dv_2 \dots dv_n,$$

che rappresenta la probabilità della coesistenza degli errori indipendenti $v_1 v_2 \dots v_n$, al campo

$$x \leq [\alpha v] \leq x + dx \qquad y \leq [\beta v] \leq y + dy \qquad z \leq [\gamma v] \leq z + dz.$$

Bravais, che per il primo ha risoluto questo problema [1], ha indicato un metodo generale per effettuare questa integrazione. Si aggiungano cioè alle (1) altre $n - 3$ equazioni della stessa forma, i cui coefficienti siano arbitrari, considerando i loro primi membri $\lambda_1 \lambda_2 \dots \lambda_{n-3}$ come variabili indipendenti. Se per mezzo del sistema così ottenuto si eliminano dalla (2) $v_1 v_2 \dots v_n$, si ottiene una espressione differenziale nelle nuove variabili $x\,y\,z\,\lambda_1 \lambda_2 \dots \lambda_{n-3}$, e la sua integrazione rispetto alle variabili $\lambda_1 \lambda_2 \dots \lambda_{n-3}$, fra i limiti $-\infty$ e $+\infty$, condurrà ad un risultato nel quale non figurano più i coefficienti arbitrari introdotti, e che sarà la cercata probabilità.

La pratica attuazione di questo procedimento presenta però gravi difficoltà. Bravais lo applica dapprima alla determinazione della probabilità dell' errore di situazione di un punto nel piano, riducendo a quattro sole le variabili elementari v, e perviene così alla espressione

$$\frac{K}{\sqrt{\pi}} e^{-(ax^2+2exy+by^2)} dx\,dy,$$

della quale determina *a posteriori* i valori delle costanti, effettuandone l' integrazione una volta rispetto ad y fra $-\infty$ e $+\infty$, ed un' altra volta rispetto ad x fra i medesimi limiti, e confrontando le espressioni ottenute nei due casi con quelle note valide per una sola funzione lineare x delle variabili v, e per una sola funzione lineare y delle stesse v. Ammettendo poi

[1] *Analyse mathématique sur les probabilités des erreurs de situation d'un point.* Mémoires présentés par divers Savants à l'Académie royale des Sciences de l'Institut de France, T. IX (1846).

(Mem. cit. pag. 296) che il procedimento generale sopra accennato, nel caso dello spazio, riduca la espressione differenziale alla forma

$$\text{(3)} \qquad \mathrm{P}\, dx\, dy\, dz = \frac{\mathrm{K}}{(\sqrt{\pi})^3}\, e^{-(ax^2+by^2+cz^2+2exy+2fzx+2gxy)}\, dx\, dy\, dz\,,$$

determina anche qui le costanti *a posteriori*, effettuando l' integrazione rispetto a z fra $-\infty$ e $+\infty$ e confrontando la espressione risultante con quella già ottenuta per il piano.

Czuber nel suo trattato (1) riproduce senza modificazioni sostanziali la dimostrazione di Bravais.

Bertrand nel suo *Calcul des Probabilités* (2) espone brevemente il metodo colle seguenti parole: « On transformera la probabilité d' un système d'erreurs mis sous la forme d' un élément d' intégrale multiple, en introduisant au nombre des variables les coordonnées du point étudié auxquelles il faudra, dans le cas général, associer d'autres variables. Ces variables, arbitrairement choisies, disparaissent à la fin du calcul; mais les transformations intermédiaires sont fort compliquées ».

Qui mi propongo di mostrare come, con una opportuna sostituzione di variabili, e ricorrendo a semplici proprietà dei determinanti, si possa effettuare nel modo più generale la voluta integrazione, pervenendo nello stesso tempo a determinare direttamente i coefficienti $a\ b\ c\ldots$ nella esponenziale (3).

Si facciano le posizioni

$$\text{(4)} \qquad \left\{ \begin{array}{lll} a_{11} = \left[\dfrac{\alpha\alpha}{hh}\right] & a_{12} = \left[\dfrac{\alpha\beta}{hh}\right] & a_{13} = \left[\dfrac{\alpha\gamma}{hh}\right] \\ a_{21} = a_{12} & a_{22} = \left[\dfrac{\beta\beta}{hh}\right] & a_{23} = \left[\dfrac{\beta\gamma}{hh}\right] \\ a_{31} = a_{13} & a_{32} = a_{23} & a_{33} = \left[\dfrac{\gamma\gamma}{hh}\right] \end{array} \right.$$

$$a = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \qquad \mathrm{A} = \begin{vmatrix} \mathrm{A}_{11} & \mathrm{A}_{12} & \mathrm{A}_{13} \\ \mathrm{A}_{21} & \mathrm{A}_{22} & \mathrm{A}_{23} \\ \mathrm{A}_{31} & \mathrm{A}_{32} & \mathrm{A}_{33} \end{vmatrix}$$

dove con A_{rs} si intende il determinante aggiunto dell' elemento a_{rs}, e quindi $\mathrm{A} = a^2$. Se ne ricaveranno le relazioni

$$\text{(5)} \qquad \left\{ \begin{array}{lll} \dfrac{\partial a_{11}}{\partial \alpha_r} = 2\,\dfrac{\alpha_r}{h_r^2} & \dfrac{\partial a_{12}}{\partial \alpha_r} = \dfrac{\beta_r}{h_r^2} & \dfrac{\partial a_{13}}{\partial \alpha_r} = \dfrac{\gamma_r}{h_r^2} \\ \dfrac{\partial a_{22}}{\partial \alpha_r} = 0 & \dfrac{\partial a_{23}}{\partial \alpha_r} = 0 & \dfrac{\partial a_{33}}{\partial \alpha_r} = 0 \end{array} \right.$$

$$(r = 1\,, 2\,, \ldots n)$$

(1) *Theorie der Beobachtungsfehler*, pag. 347 e segg.

(2) Pag. 228.

e relazioni analoghe si otterranno per le derivate rispetto a β_r e γ_r, ed in virtù di queste le derivate del determinante a, si potranno porre sotto la forma

$$(6)\qquad \begin{cases} \frac{1}{2}\frac{\partial a}{\partial \alpha_r} = \frac{\alpha_r}{h_r^2} A_{11} + \frac{\beta_r}{h_r^2} A_{12} + \frac{\gamma_r}{h_r^2} A_{13} \\ \frac{1}{2}\frac{\partial a}{\partial \beta_r} = \frac{\alpha_r}{h_r^2} A_{21} + \frac{\beta_r}{h_r^2} A_{22} + \frac{\gamma_r}{h_r^2} A_{23} \\ \frac{1}{2}\frac{\partial a}{\partial \gamma_r} = \frac{\alpha_r}{h_r^2} A_{31} + \frac{\beta_r}{h_r^2} A_{32} + \frac{\gamma_r}{h_r^2} A_{33} \end{cases}$$

Da queste si deducono come immediate conseguenze le ulteriori relazioni

$$(7)\qquad \begin{cases} \frac{1}{2}\left[\alpha\frac{\partial a}{\partial \alpha}\right] = a & \left[\alpha\frac{\partial a}{\partial \beta}\right] = 0 & \left[\alpha\frac{\partial a}{\partial \gamma}\right] = 0 \\ \left[\beta\frac{\partial a}{\partial \alpha}\right] = 0 & \frac{1}{2}\left[\beta\frac{\partial a}{\partial \beta}\right] = a & \left[\beta\frac{\partial a}{\partial \gamma}\right] = 0 \\ \left[\gamma\frac{\partial a}{\partial \alpha}\right] = 0 & \left[\gamma\frac{\partial a}{\partial \beta}\right] = 0 & \frac{1}{2}\left[\gamma\frac{\partial a}{\partial \gamma}\right] = a \end{cases}$$

Se quindi si effettua la sostituzione di variabili

$$v_r = \lambda_r + \frac{1}{2}\frac{\partial a}{\partial \alpha_r}\frac{x}{a} + \frac{1}{2}\frac{\partial a}{\partial \beta_r}\frac{y}{a} + \frac{1}{2}\frac{\partial a}{\partial \gamma_r}\frac{z}{a}$$

$$(r = 1\,,\,2\,,\,\ldots\,n)\,,$$

dove le λ_r sono legate dalle tre relazioni

$$(8)\qquad [\alpha\lambda] = 0 \qquad [\beta\lambda] = 0 \qquad [\gamma\lambda] = 0\,,$$

le quali definiscono tre di esse, per esempio le ultime tre, in funzione delle precedenti, si vede che, qualunque siano i valori di $\lambda_1\,\lambda_2\ldots\lambda_{n-3}$, saranno sempre soddisfatte le (1). Eseguita dunque la trasformazione della espressione (2), si otterrà la probabilità cercata estendendone l'integrazione a tutti i valori di $\lambda_1\,\lambda_2\ldots\lambda_{n-3}$ fra $-\infty$ e $+\infty$.

Ora dalle (6) si ricava

$$\frac{1}{4}\left[h^2\left(\frac{\partial a}{\partial \alpha}\right)^2\right] = A_{11}(a_{11}A_{11} + a_{12}A_{12} + a_{13}A_{13})$$

$$+ A_{12}(a_{21}A_{11} + a_{22}A_{12} + a_{23}A_{13}) + A_{13}(a_{31}A_{11} + a_{32}A_{12} + a_{33}A_{13}) = A_{11}\,a$$

ed analogamente

$$\frac{1}{4}\left[h^2\left(\frac{\partial a}{\partial \beta}\right)^2\right] = A_{22}\,a \qquad \frac{1}{4}\left[h^2\left(\frac{\partial a}{\partial \gamma}\right)^2\right] = A_{33}\,a$$

$$\frac{1}{4}\left[hh\frac{\partial a}{\partial \beta}\frac{\partial a}{\partial \gamma}\right] = A_{21}(a_{11}A_{31} + a_{12}A_{32} + a_{13}A_{33})$$

$$+ A_{22}(a_{21}A_{31} + a_{22}A_{32} + a_{23}A_{33}) + A_{23}(a_{31}A_{31} + a_{32}A_{32} + a_{33}A_{33}) = A_{23}\,a$$

ed analogamente

$$\tfrac{1}{4}\left[hh\frac{\partial a}{\partial \gamma}\frac{\partial a}{\partial \alpha}\right]=A_{31}\,a \qquad \tfrac{1}{4}\left[hh\frac{\partial a}{\partial \alpha}\frac{\partial a}{\partial \beta}\right]=A_{12}\,a\,.$$

E le stesse (6) congiunte colle (8) danno

$$\left[h^2\lambda\frac{\partial a}{\partial \alpha}\right]=0 \qquad \left[h^2\lambda\frac{\partial a}{\partial \beta}\right]=0 \qquad \left[h^2\lambda\frac{\partial a}{\partial \gamma}\right]=0.$$

Eseguita dunque la sostituzione, il differenziale (2) assumerà la forma

$$\frac{h_1 h_2 \ldots h_n}{(\sqrt{\pi})^n}\varDelta e^{-[hh\lambda\lambda]}\,d\lambda_1\,d\lambda_2\ldots d\lambda_{n-3}\,e^{-\frac{1}{a}(A_{11}x^2+A_{22}y^2+A_{33}z^2+2A_{23}yz+2A_{31}zx+2A_{12}xy)}\,dxdydz$$

essendo $\varDelta$ il determinante funzionale della sostituzione, del quale qui non occorre determinare l'espressione. Integrando rispetto alle variabili $\lambda_1\ \lambda_2 \ldots \lambda_{n-3}$ fra i limiti $-\infty$ e $+\infty$, si otterrà pertanto la probabilità cercata sotto la forma

$$(9)\qquad P\,dx\,dy\,dz = K\,e^{-\frac{1}{a}(A_{11}x^2+A_{22}y^2+A_{33}z^2+2A_{23}yz+2A_{31}zx+2A_{12}xy)}\,dx\,dy\,dz\,,$$

dove la costante K è definita dall'integrale multiplo

$$K=\frac{h_1\,h_2\ldots h_n}{(\sqrt{\pi})^n}\varDelta\int_{-\infty}^{\infty}d\lambda_1\int_{-\infty}^{\infty}d\lambda_2\ldots\int_{-\infty}^{\infty}d\lambda_{n-3}\,e^{-[hh\lambda\lambda]}.$$

I coefficienti $a\,A_{11}\,A_{22}\,A_{33}$ sono definiti sotto forma di determinanti simmetrici i cui termini diagonali sono somme di quadrati: essi stessi saranno pertanto esprimibili per mezzo di somme di quadrati [1], ossia saranno essenzialmente positivi. Le superficie di 2° ordine che si ottengono eguagliando ad una costante la forma ternaria quadratica, che figura come esponente di e nella (9), sono dunque ellissoidi omotetici concentrici (ellissoidi di egual probabilità).

Per determinare poi la costante K in funzione di $\alpha_r\,\beta_r\,\gamma_r$, indipendentemente dall'ultimo integrale, basta osservare che l'integrazione della espressione (9), estesa a tutto lo spazio, deve dare per risultato l'unità. Si ottiene con ciò

$$\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}P\,dx\,dy\,dz = K\frac{(\sqrt{\pi}\,)^3}{\sqrt{D}}=1$$

essendo D il determinante della forma ternaria quadratica esponente di e, cioè

$$D=\begin{vmatrix}\frac{A_{11}}{a} & \frac{A_{12}}{a} & \frac{A_{13}}{a}\\ \frac{A_{21}}{a} & \frac{A_{22}}{a} & \frac{A_{23}}{a}\\ \frac{A_{31}}{a} & \frac{A_{32}}{a} & \frac{A_{33}}{a}\end{vmatrix}=\frac{1}{a_3}A=\frac{1}{a}.$$

(1) Czuber, op. cit., pag. 325.

Se ne ricava quindi

$$K = \frac{1}{\sqrt{a}(\sqrt{\pi})^3}.$$

Le proprietà espresse dalle equazioni (6) (7) di un determinante a, i cui elementi abbiano la legge di formazione (4), valgono qualunque sia l'ordine del determinante. La precedente dimostrazione è quindi estendibile senza modificazioni al caso generale di uno spazio lineare ad un numero qualsivoglia di dimensioni.

Fisica terrestre. — *Risultati delle misure di elettricità atmosferica fatte nel R. Osservatorio geodinamico di Rocca di Papa.* Nota del dott. A. CANCANI, presentata dal Socio TACCHINI.

Sono noti già all'Accademia i risultati da me dedotti dalle misure del potenziale elettrico dell'aria fatte nel R. Osservatorio del Collegio Romano ([1]). Il medesimo elettrografo Thomson Mascart, con cui furono fatte le misure a Roma, venne trasportato nel luglio 1891 nell'Osservatorio geodinamico di Rocca di Papa, allo scopo di intraprendere delle misure e dei confronti in quella stazione a 700 metri di altezza su quella del Collegio Romano.

Nell'Osservatorio di Rocca di Papa l'apparato collocato in origine dal mio predecessore dott. Oddone, fu tenuto in azione in varî periodi per un tempo complessivo di circa due anni, in due differenti posizioni. Nei primi dodici mesi l'efflusso del collettore di Thomson avveniva verso sud all'altezza di metri 5 dal suolo, in uno spazio quasi completamente rinchiuso fra la facciata posteriore dell'Osservatorio e la collina e fortezza adiacente a 8 metri circa di distanza. Nel secondo anno l'apparato venne da me collocato in più adatta posizione, in una torretta appositamente costruita, e sovrastante all'Osservatorio. In questa seconda posizione l'efflusso avveniva verso Nord a quattro metri sulla sottostante terrazza, libera quasi tutta all'intorno e dominante l'intiero caseggiato. L'efflusso del collettore di Thomson trovavasi così in condizioni assai simili a quelle in cui trovavasi a Roma, ed in modo da poter subire, senza grandi ostacoli, l'induzione elettrica dell'atmosfera.

Difficoltà ancora più numerose che in Roma si sono presentate nell'esercizio dell'elettrometro a Rocca di Papa, in causa dei freddi invernali, della umidità che vi domina e delle nubi che avvolgono spesso l'Osservatorio. Queste due ultime cause resero spesso assolutamente impossibile l'isolamento elettrico dell'apparecchio, e sono state l'origine di molte interruzioni nelle misure.

([1]) R. Accad. dei Lincei. Rend. Vol. V, 2° sem., serie 5ª, fasc. 1°.

Fra tutte le curve ottenute col registratore fotografico Mascart, ho fatto una scelta di quelle che, in base alle annotazioni del registro ed al loro stesso aspetto generale, presentavano la miglior garanzia di essere state ottenute in buone condizioni, e da quelle ho potuto ricavare:

1°. Dei confronti fra i risultati che possono aversi in una medesima stazione ma in due differenti posizioni come quelle suaccennate.

2° I valori assoluti e l'andamento diurno ed annuo del potenziale elettrico dell'atmosfera all'altitudine di 770 metri.

3°. Dei confronti fra i risultati di Roma e quelli di Rocca di Papa.

4°. Dei confronti fra i risultati ottenuti a Rocca di Papa e quelli ottenuti da un certo numero di osservazioni dirette eseguite, sotto la mia sorveglianza, con altro elettrometro dal sig. Astasio Luchesi, nell'osservatorio meteorologico di Monte Cavo all'altitudine di 970 metri.

Dai risultati avuti nelle due posizioni dell'apparato collettore nell'osservatorio di Rocca di Papa, si deduce che i valori del potenziale sono in generale assai più bassi (circa cinque volte) nella posizione inferiore in cui, come si è detto, l'efflusso avveniva in uno spazio assai rinchiuso, di quelli che si sono avuti nella posizione superiore in cui l'efflusso avveniva in uno spazio aperto all'intorno. Inoltre, mentre nella prima posizione rarissimamente si presenta una qualche regolare periodicità nell'andamento, nella seconda si hanno dei periodi di andamento ben determinato.

Ed infatti nella posizione superiore, che possiamo dire normale, l'andamento diurno presenta ben distinti e differenti caratteri nelle varie stagioni, a differenza di quel che avviene in Roma, dove l'andamento diurno si mantiene quasi del tutto costante durante l'anno.

Nei mesi di Decembre, Gennaio e Febbraio si hanno soltanto un massimo ed un minimo assai spiccati nel corso delle 24 ore; il massimo intorno alle 14^h, il minimo intorno alle 4^h.

Nei mesi di Marzo, Aprile e Maggio, scomparso il massimo dell'antecedente trimestre, e formatasi nel suo luogo una depressione, si costituiscono due massimi che oscillano, il principale intorno alle 19^h, il secondario intorno alle 10^h. Il minimo principale rimane intorno alle 4^h, ed il minimo secondario subentra nella medesima ora al massimo dell'antecedente bimestre, cioè intorno alle 14^h.

Nei mesi di Giugno, Luglio e Agosto, i due massimi dell'antecedente trimestre si allontanano fra loro andando a cadere intorno alle 8^h ed alle 21^h, mentre intorno alle 14^h si solleva un nuovo massimo.

Questi tre massimi, se si considerano i valori medi del trimestre, poco differiscono fra loro. I tre minimi cadono rispettivamente intorno alle 3^h. alle 12^h, ed alle 17^h.

Nei mesi di Settembre, Ottobre e Novembre, l'andamento è assai somigliante a quello dei mesi Marzo, Aprile e Maggio.

Si può dunque dire che nelle stagioni di media temperatura, l' andamento del potenziale elettrico dell' atmosfera a Rocca di Papa rassomiglia a quello di Roma; nelle stagioni di estrema temperatura l' andamento è molto diverso.

In quanto ai valori assoluti dobbiamo dire che, in generale, questi sono molto superiori a Rocca di Papa che a Roma. Così mentre a Rocca di Papa si ha il valore medio massimo dei massimi di 175 volta, per il mese di Gennaio, in Roma il valore medio massimo dei massimi, che cade nel mese di Decembre, è solo di 105 volta.

A Rocca di Papa il potenziale elettrico nei massimi, si conserva presso a poco ugualmente elevato in inverno ed in estate, ed ammonta al valore medio di 150 volta. Ma nei minimi ārriva a 60 volta in inverno e 110 in estate.

Quindi l' escursione diurna è più grande in inverno che in estate, come si verifica anche a Roma.

In quanto al confronto fra i risultati ottenuti dalle misure di Rocca di Papa e quelli ottenuti dalle misure fatte a Monte Cavo, a motivo dell' esiguo numero di queste, posso dire soltanto che in questa seconda stazione, per il periodo di tempo in cui sono state fatte le migliori misure, cioè nel mese di Aprile, il potenziale elettrico si è trovato, nel suo valore medio, molto superiore a quello ottenuto nell' istesso mese dalle misure di Rocca di Papa, e cioè mentre il primo è di 116 volta, il secondo è soltanto di 80 volta.

È quasi inutile accennare che l'andamento del potenziale a Rocca di Papa, così vario come sopra si è detto nelle diverse stagioni, passa non bruscamente ma di grado in grado da un trimestre all' altro ai differenti tipi descritti.

Chimica. — *Azione dei cloruri di fosforo (penta-tri-ossi) sopra alcuni derivati ossigenati del pirrodiazolo* (2.4). Nota di AMERICO ANDREOCCI, presentata dal Socio S. CANNIZZARO.

Nella mia Memoria: *Sul Pirrodiazolo e suoi derivati*, ecc. [1] feci noto che nel lavoro da me compiuto per discendere dal fenil(1) metil(3) pirrodiazolone(5) al pirrodiazolo

$$\begin{array}{c} HN\text{——}C.CH^3 \\ OC\,(5\ 1\ 2\ 3\ 4)\,N \\ N.C^6H^5 \end{array} \quad \longrightarrow \quad \begin{array}{c} N\text{——}CH \\ HC\,(5\ 1\ 2\ 3\ 4)\,N \\ NH \end{array},$$

[1] Ricerche eseguite nell' anno scolastico 1890-91 nell'Istituto chimico della R. Università di Roma.

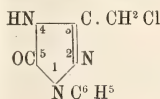
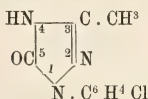
trovai una grande difficoltà per la resistenza, ai mezzi ordinari di riduzione, dell' ossigeno (pos. 5) dei pirrodiazoloni e come non sia riuscito a sostituirlo col cloro mediante il penta e il tricloruro di fosforo.

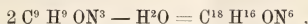
Riassumerò brevemente il risultato dei tentativi fatti allora coi composti alogenati del fosforo sopra rammentati.

Col pentacloruro di fosforo ([1]) a 150° trasformai il fenil(1) metil(3) pirrodiazolone in un composto clorurato, cristallizzato in sottili aghi, fusibili a 247°, che conserva l' ossigeno ed i caratteri acidi della sostanza dalla quale deriva e che, differendo da questa per un atomo di cloro al posto di uno d' idrogeno, si forma secondo la seguente equazione:

$$C^9 H^9 ON^3 + Ph Cl^5 = C^9 H^8 Cl ON^3 + Ph Cl^3 + H Cl .$$

Ammisi che questo cloro derivato avesse una delle due strutture:

```
HN———C . CH³              HN———C . CH² Cl
  |4  3||                   |4  3||
OC|5  2||N                OC|5  2||N
   \ 1 /                     \ 1 /
   N . C⁶ H⁴ Cl              N C⁶ H⁵
```

Ripetei la reazione con miscuglio di penta e tricloruro di fosforo ([2]) ad una temperatura più bassa sperando che il pentacloruro, non essendo in tali condizioni dissociato, invece di agire come il cloro libero sostituisse l'ossigeno; però ottenni un prodotto di disidratazione, fusibile a 140°, cristallizzato in grossi prismi, risultante da due molecole di fenil-metil-pirrodiazolone meno una d' acqua:

$$2\,C^9 H^9 ON^3 - H^2O = C^{18} H^{16} ON^6 \;,$$

il quale si forma anche per azione dell' anidride fosforica.

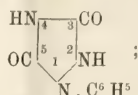
Poi dal fenil(1) pirrodiazolone(5), $C^8 H^7 ON^3$, col miscuglio dei due cloruri di fosforo, oppure col pentossido ([3]) arrivai alla corrispondente anidride $C^{16} H^{12} ON^6$, cristallizzata in aghetti fusibile a 162°.

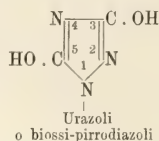
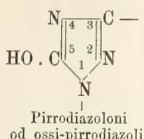
L' acqua in queste condensazioni si forma a spese dell' idrogeno acido del nucleo pirrodiazolico, poichè le due anidridi sono insolubili negli alcali.

Allora non insistei sull' azione dei cloruri di fosforo sopra i pirrodiazoloni, perchè essendo riuscito a trasformarli, per mezzo del pentasolfuro di fosforo, direttamente in pirrodiazoli, potei seguire il cammino che mi ero tracciato per arrivare al rappresentante più semplice del gruppo pirrodiazolico. Oggi, riprendendo lo studio di questo gruppo, coll' intento di porre in evidenza le relazioni più importanti che esso ha con gli altri sistemi eterociclici, di colmare qualche lacuna e sopratutto di eliminare i dubbi sulla co-

([1]) Loc. cit., pag. 457.
([2]) Id., id. 459-460
([3]) Loc. cit., pag. 465.

stituzione di alcuni suoi rappresentanti, son ritornato sull'azione dei cloruri di fosforo sopra i miei pirrodiazoloni(5) e sul fenil-urazolo di Pinner [1].

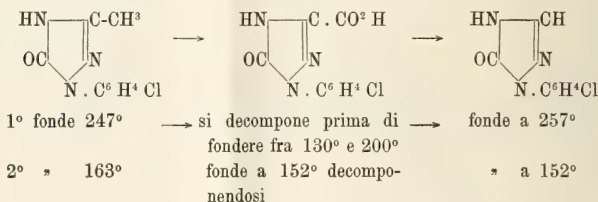
```
HN┌4──3┐CO
  │    │
OC 5 1 2 NH   ;
   \  /
    N . C⁶ H⁵
```

anche per vedere qual grado di probabilità hanno le tautomere formole ossidriliche, pure possibili per queste sostanze.

```
      N┌4──3┐C —              N┌4──3┐C . OH
       ║    ║                  ║    ║
HO . C 5 1 2 N          HO . C 5 1 2 N
        \  /                    \  /
         N                       N
         |                       |
  Pirrodiazoloni               Urazoli
od ossi-pirrodiazoli     o biossi-pirrodiazoli
```

Ecco il risultato delle mie odierne ricerche:

L'azione del pentacloruro di fosforo sul fenil(1) metil(3) pirrodiazolone(5) a 150°, in recipiente aperto, non va teoreticamente nel modo sopra indicato, poichè il tricloruro di fosforo eliminatosi rappresenta circa i $^2/_3$ della quantità calcolata; inoltre, insieme ad una materia vischiosa e bruna, si forma una sostanza isomera al cloro-derivato $C^9 H^8 Cl ON^3$, rammentato; essa fonde a 163°, cristallizza in piccoli prismi duri, conserva le proprietà acide dei pirrodiazoloni, ed è molto più solubile nei solventi del suo isomero.

I due isomeri clorurati, ossidati con permanganato potassico in soluzione alcalina, si trasformano in cloro-carbo-acidi, dai quali per eliminazione di anidride carbonica si ottengono due clorofenilpirrodiazoloni isomeri. Da ciò risulta, che il cloro sostituisce l'idrogeno del fenile e che l'isomeria dipende dalla diversa posizione del cloro rispetto all' inserzione del nucleo pirrodiazolico all'anello benzolico.

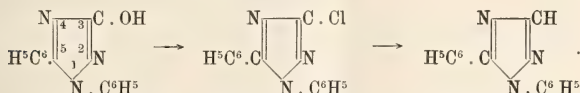
La struttura ed i punti di fusione di queste sostanze risultano nel seguente specchio:

Clorofenilmetilpirrodiazoloni		Acidi clorofenilcarbopirrodiazolonici		Clorofenilpirrodiazoloni
HN——C-CH³ / OC N / N . C⁶ H⁴ Cl	⟶	HN——C . CO² H / OC N / N . C⁶ H⁴ Cl	⟶	HN——CH / OC N / N . C⁶H⁴Cl
1° fonde 247°	⟶	si decompone prima di fondere fra 130° e 200°	⟶	fonde a 257°
2° » 163°		fonde a 152° decomponendosi		» a 152°

[1] Berl. Berichte 1887, pag. 2358.

Ho riottenuto il clorofenil(1)pirrodiazolone fusibile a 257° direttamente dal fenil-pirrodiazolone per azione del pentacloruro di fosforo.

Avevo già iniziato alcune ricerche sull'azione dell'ossicloruro di fosforo sul fenil-pirrodiazolone quando comparve una nota di A. Cleve: *Ueber einige Phenyltriazol* [1], colla quale l'autore annunziava di essere riuscito, dopo varî tentativi, a sostituire col cloro l'ossidrile di alcuni ossi-pirrodiazoli o triazoli, preparati coi metodi di O. Widman [2] e di Joung [3], i quali differiscono dai miei pirrodiazoloni per contenere l'ossigeno nella posizione 3.

Così dal difenil (1.5) ossi(3) pirrodiazolo per azione del pentacloruro di fosforo mescolato con ossicloruro, in tubi chiusi fra 180° e 200°, ottenne il il cloropirrodiazolo corrispondente, dal quale poi, per riduzione con acido jodidrico e fosforo rosso in tubi chiusi passò al difenil-pirrodiazolo, identico a quello che Joung [4] aveva ottenuto direttamente per azione del pentasolfuro di fosforo sull'ossi-pirrodiazolo medesimo.

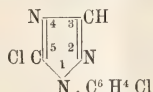
$$\begin{array}{c} N\text{—}C.OH \\ H^5C^6.C \quad N \\ N.C^6H^5 \end{array} \longrightarrow \begin{array}{c} N\text{—}C.Cl \\ H^5C^6.C \quad N \\ N.C^6H^5 \end{array} \longrightarrow \begin{array}{c} N\text{—}CH \\ H^5C^6.C \quad N \\ N.C^6H^5 \end{array}.$$

Il Cleve ritiene che il suo metodo indiretto di eliminare l'ossigeno dal nucleo pirrodiazolico, passando pel composto clorurato, sia preferibile al mio del pentasolfuro di fosforo.

Pertanto ho voluto subito provare l'azione del miscuglio di penta ed ossicloruro di fosforo, possibilmente nelle stesse condizioni accennate dal Cleve, sopra il fenil(1) pirrodiazolone(5), il fenil(1) metil(3) pirrodiazolone(5) e sul fenil-urazolo.

Eccettuato il fenil-urazolo, che dà il fenil-dicloropirrodiazolo facilmente separabile dagli altri prodotti, perchè distilla solo col vapor d'acqua, i miei due pirrodiazoloni forniscono diverse sostanze dalle quali non è molto semplice il separare la piccolissima quantità dei due cloro(5) pirrodiazoli corrispondenti.

Dal fenil(1) pirrodiazolone(5) si generano i seguenti prodotti:

1°. Il cloro-fenil(1) cloro(5) pirrodiazolo

$$\begin{array}{c} N\text{—}CH \\ Cl\,C \quad N \\ N.C^6H^4Cl \end{array}$$

che cristallizza in laminette fusibili a 70°;

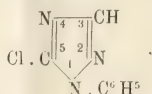
[1] Berl. Berichte 1896, pag. 2617.

[2] Berl. Ber. 1893, p. 2612.

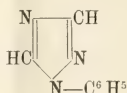
[3] Journ. Chem. Soc. 1895, pag. 1063.

[4] Loc. cit. pag. 1068.

2°. Il fenil(1) cloro(5) pirrodiazolo

```
       N‗4‗‗3‗CH
       ‖       ‖
Cl . C 5     2 N
        \ 1 /
         N . C⁶ H⁵
```

che cristallizza in grossi prismi fusibili a 54°. Entrambi in gran parte precipitano per aggiunta di acqua alla massa ottenuta dalla reazione ed il rimanente viene estratto coll' etere dalle acque acide, sono volatili col vapor d' acqua e la loro separazione si effettua per distillazione frazionata e cristallizzazione frazionata dalla ligroina delle diverse porzioni distillate.

3°. Il fenil(1) pirrodiazolo

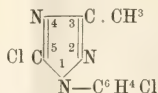
```
    N‗‗‗‗‗CH
    ‖      ‖
  HC       N
     \   /
      N—C⁶ H⁵
```

fusibile a 47°, bollente a 266, identico a quello che si ottiene per azione del pentasolfuro di fosforo sul fenil(1) pirrodiazolone(5) e sul fenil(1) ossi(3) pirrodiazolo.

4°. Un composto clorurato fusibile a 133°, cristallizzato in laminette lucenti, che per la quantità del cloro corrisponderebbe ad un clorofenil(1)pirrodiazolo. Quest' ultime due sostanze restano sciolte nelle acque acide già squassate con etere e vi si estraggono, con questo solvente, dopo avere saturato con carbonato sodico.

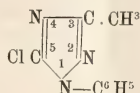
5.° Una sostanza clorurata polverosa, molto meno solubile delle altre nei comuni solventi a freddo, pochissimo nell' acqua bollente, dalla quale si separa in sottilissimi aghi, estraibile con etere dal liquido acido e non volatile col vapor d' acqua, la di cui composizione, dall' analisi di azoto e cloro, corrisponderebbe a quella di un' anidride del fenil-pirrodiazolone mono-cloro sostituita $C^{16} H^{11} Cl ON^{6}$.

Anche dal fenil(1) metil(3) pirrodiazolone si formano varî prodotti, fra i quali ho potuto separare i seguenti:

1° Il clorofenil(1) metil(3) cloro(5) pirrodiazolo

```
      N‗4‗‗3‗C . CH³
      ‖       ‖
  Cl C 5    2 N
       \ 1  /
        N—C⁶ H⁴ Cl
```

fusibile a 95° cristallizzato in lunghi aghi lucenti;

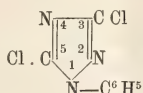
2°. il fenil(1) metil(3) cloro(5) pirrodiazolo

$$\begin{array}{c} N \overset{4\quad 3}{=\!=} C \, . \, CH^3 \\ Cl\, C \overset{5\quad 2}{\,} N \\ \diagdown_1 \diagup \\ N - C^6 H^5 \end{array}$$

fusibile a 84°, cristallizzato in grossi prismi. Entrambi sono volatili col vapor d'acqua e la loro separazione si effettua per distillazione frazionata e cristallizzazione frazionata dalla ligroina delle diverse porzioni distillate.

3.° Una sostanza solubile nelle acque acide, fusibile a 123°, cristallizzata ln lunghi aghi che per la quantità del cloro in essa contenuto corrisponderebbe ad un clorofenil(1) metil(3) pirrodiazolo.

4.° Un residuo bruno, vischioso, non volatile col vapor d'acqua, che ancora non ho purificato.

Dal prodotto della reazione sul fenil-urazolo per distillazione col vapor d'acqua ho separato, dalle sostanze non volatili che saranno in seguito studiate, abbastanza puro il fenil-dicloro-pirrodiazolo cristallizzato in piccoli prismi fusibili a 94°, il quale ha probabilmente la seguente costituzione:

$$\begin{array}{c} N \overset{4\quad 3}{=\!=} C\, Cl \\ Cl\, .\, C \overset{5\quad 2}{\,} N \\ \diagdown_1 \diagup \\ N - C^6 H^5 \end{array} .$$

Dal risultato di queste ricerche ebbi il convincimento, che l'ossicloruro di fosforo solo si sarebbe prestato molto meglio del suo miscuglio col cloruro fosforico per sostituire l'ossigeno dei pirrodiazoloni col cloro, sia perchè il penta cloruro, anche in tubi chiusi, agisce parzialmente come cloro libero, sia ancora perchè il tricloruro, che si genera nella reazione, riduce i pirrodiazoloni in pirrodiazoli.

Perciò ripresi lo studio dell'azione dell'ossicloruro di fosforo sul fenil-pirrodiazolone e nello stesso tempo quella del cloruro fosforoso sullo stesso composto.

Il fenilpirrodiazolone, per azione dell'ossicloruro di fosforo a 180° in tubi chiusi, si trasforma circa il 50 per $^0/_0$ nel fenil(1) cloro(5) pirrodiazolo fusibile a 54° ed il rimanente in una sostanza che non contiene cloro, fusibile a 162° che ha tutti i caratteri dell'anidride del fenil-pirrodiazolone $C^{16}H^{12}ON^6$. La separazione delle due sostanze si effettua facilmente, con una semplice cristallizzazione frazionata dall'etere; prima cristallizza il composto fusibile a 162°, che è molto meno solubile del composto clorurato, il quale può essere purificato con una cristallizzazione dalla ligroina.

Per azione del cloruro fosforoso sul fenil pirrodiazolone in tubi chiusi a 180° si ottengono i seguenti prodotti:

1.° il fenil(1) cloro(5) pirrodiazolo fusibile a 54°;

2.° fenil(1) pirrodiazolo fusibile a 47°;

3.° La sostanza fusibile a 162°, che ha i caratteri dell'anidride del fenil-pirrodiazolo.

I cloro ed i dicloro-pirrodiazoli da me ottenuti ed anche quelli preparati da A. Cleve rassomigliano molto più ai pirrodiazoli, che non ai pirrodiazoloni, ossitriazoli ed urazoli, da cui provengono. Infatti hanno come i pirrodiazoli, punto di fusione e di ebollizione basso, distillano inalterati alla pressione ordinaria, e col vapor d'acqua, sono più solubili nei solventi, compresa l'acqua, non contenendo più l'idrogeno acido nel nucleo pirrodiazolico, sono insolubili nelle soluzioni degli idrati alcalini; invece con minor difficoltà dei pirrodiazoloni fanno cloridrati e cloroplatinati, ma meno resistenti di quelli dei pirrodiazoli all'azione dissociante dell'acqua. Si deve però eccettuare il fenil-dicloro-pirrodiazolo, che deriva dal fenil-urazolo, il quale si discioglie difficilmente nell'acido cloridrico concentrato.

Da queste prime ricerche posso stabilire che anche per i miei pirrodiazoloni e per gli urazoli è possibile la tautomera formola ossidrilica, poichè per l'azione dei cloruri e dell'ossicloruro di fosforo, in tubi chiusi verso 200°, la sostituzione col cloro avviene come se l'ossigeno inserito nel nucleo pirrodiazolico si trovasse sotto forma ossidrilica.

Che per preparare i cloropinodiazoli è preferibile l'impiego del solo ossicloruro, sia per il rendimento e sia la facilità di purificare il prodotto, ma non credo convenga passare dai composti ossigenati del pirrodiazolo ai corrispondenti pirrodiazoli per il composto clorurato; e che, almeno per quelli da me studiati, preferisco l'azione riducente del pentasolfuro di fosforo.

L'azione riducente del cloruro fosforoso nella conversione del fenil-pirrodiazolone in fenil-pirrodiazolo, mi ha condotto a studiare anche l'azione dell'acido jodidrico fumante e fosforo rosso, ad alta temperatura sul fenil-pirrodiazolone.

La continuazione di queste ricerche e la parte sperimentale sarà l'oggetto di un'altra Nota, anche per discutere sulla possibile struttura dei miei pirrodiazoloni.

Chimica agraria. — *Sulla Denitrificazione.* Nota di G. Ampola ed E. Garino presentata dal Socio Paternò [1].

Torba.

Le rilevanti perdite d'azoto nei concimi dovute al fenomeno della denitrificazione, che si compie per opera di microrganismi di cui le specie note ed identificate sono il *B. Denitrificans I* e il *B. Coli* in simbiosi, il *B. De*

[1] Istituto chimico R. Università di Roma.

nitrificans II, isolati da Burri e Stutzer [1] ed il *B. Denitrificans agilis* isolato da noi [2], richiamarono l' attenzione dei cultori delle scienze agrarie, i quali pensarono ai rimedi da adottarsi.

La sensibilità del *B. Denitrificans I* e del *B. Denitrificans II* constatata da Burri e Stutzer e del *B. Denitrificans agilis*, constatata da noi, verso gli acidi, rendono razionale il concetto che, creato un ambiente favorevole all' attività biologica di questi germi coll' aggiunta d' un acido ai concimi, il fenomeno della denitrificazione debba arrestarsi.

Esperienze istituite alla stazione agraria di Halle e riferite dal prof. Grandeau [3] hanno dimostrato che nelle feci addizionate a torba, la quale ha reazione naturalmente acida, la perdita di azoto, la quale è dopo 5 mesi del 54,56 % nelle sole feci, è ridotta al 20,11 %.

In rapporto alla torba, per quello che si riferisce al fenomeno della denitrificazione, noi abbiamo intraprese alcune esperienze i cui risultati ci pare utile riferire.

La torba da noi adoperata proveniva dalle torbiere di Codigoro e nell' analisi ci diede i seguenti risultati:

Acqua	20,65 %
Ceneri	10,40 %

Acidità totale (determinata volumetricamente con Na O H $\frac{N}{10}$) 9,84 %, questo grado di acidità supera quello pel quale i denitrificanti noti sono resi incapaci di produrre fermentazione, non solo, ma di svilupparе.

Le prove di Wagner che noi abbiamo fatte con miscele nelle proporzioni di

Acqua	gr.	100
Torba	»	2
$NaNO^3$	»	0,32

ci diedero costantemente risultati negativi, e dopo parecchi mesi abbiamo potuto constatare la presenza di tutto il nitrato aggiunto.

Da queste prove non era lecito concludere che i germi denitrificanti non esistono nella torba, e abbiamo modificato il modo di operare così:

In tubi di brodo Loeffler nitrato portavano coll' ansa di platino una piccola porzione di torba in esame, la quantità essendo molto piccola, non avevamo a temere che l' alcalinità venisse profondamente modificata. I tubi venivano posti in termostato a 30°. Dopo 3 o 4 giorni si osservava nei tubi lo sviluppo delle bolle di gas e la formazione della caratteristica schiuma alla superficie del liquido.

[1] Central Blatt. 1895.
[2] Rendiconti Accad. Lincei 2° sem., 1896, pag. 346 e 373.
[3] *Journal d' agricolture pratique* 1896, n. 42 e segg.

La costanza con la quale abbiamo visto ripetersi il fenomeno nei tubi di brodo, ci indusse a ritenere che la presenza di germi denitrificanti nella torba fosse da ritenersi normale, e che la non avvenuta scomposizione del nitrato nelle prove di Wagner, fosse da attribuirsi all' acidità del mezzo.

Infatti, operati i miscugli nelle proporzioni sopradette e aggiunta soluzione di carbonato sodico fino ad aversi reazione spiccatamente alcalina alle cartine di tornasole, noi abbiamo constatato la formazione della schiuma e la conseguente distruzione del nitrato nelle prove di Wagner.

I trasporti in brodo nitrati dai tubi già fermentati e dai recipienti per le prove di Wagner, furono seguiti dalla formazione della schiuma e dalla distruzione del nitrato. Colle colture in serie, siamo giunti ad isolare un germe che abbiamo identificato per il *B. Denitrificans agilis.*

Ci pare interessante per la pratica, il rilevare che mentre il nostro bacillo si mostra sensibile agli acidi i quali a dosi minime già impediscono la sua moltiplicazione, si trova vitale nella torba la quale possiede un grado rilevante d' acidità.

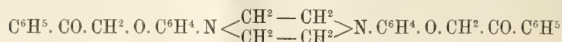
L' aggiunta della torba ai concimi, sospende senza dubbio il processo di denitrificazione fino a tanto che il grado di acidità che per essa assume il concime è mantenuto. Ma quando questa acidità venga a diminuire, fino a cessare, il che per molteplici cause può avvenire nel terreno concimato, il denitrificante trova condizioni troppo favorevoli per esplicare la sua attività biologica, perchè la temuta perdita di azoto possa dirsi scongiurata.

Chimica. — *Azione sullo zinco dell' acido cloridrico sciolto nei solventi organici.* Nota di F. Zecchini presentata dal Corrispondente Nasini.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

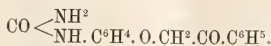
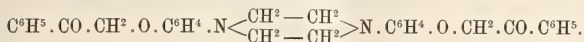
Chimica. — *Base dell' ipnoacetina e derivati.* Nota del dott. G. Vignolo, presentata dal Socio Canizzaro.

Alla descrizione dei composti menzionati nella precedente Nota ho aggiunta pure la preparazione di altre due sostanze. le quali sebbene a rigore non rappresentino veri derivati dell' acetofenonparamidofenoletere per la natura particolare dei radicali fissati, pure possono anche come tali essere considerati se si riguardino come prodotti di sostituzione dell' idrogeno del gruppo amidogeno. Difatti nella prima di queste, rappresentata dalla formula:

$$C^6H^5 . CO . CH^2 . O . C^6H^4 . N < \begin{matrix} CH^2 - CH^2 \\ CH^2 - CH^2 \end{matrix} > N . C^6H^4 . O . CH^2 . CO . C^6H^5$$

l' idrogeno di due NH^2 è sostituito da due gruppi $—CH^2—CH^2—$ in maniera da legare vicendevolmente due molecole di acetofenonparamidofenoletere. Il composto risultante però non è altro che un derivato della piperazina. Analogamente per sostituzione di un atomo d' idrogeno del radicale NH^2 dell' acetofenonparamidofenoletere col gruppo $H^2N—CO$, si ottiene un' urea sostituita, ossia la paraossiacetofenonfenilurea:

$$CO<^{NH^2}_{NH.C^6H^4.O.CH^2.CO.C^6H^5}.$$

Di. p. ossiacetofenondifenilpiperazina.

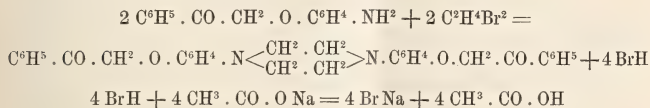
$$C^6H^5.CO.CH^2.O.C^6H^4.N<^{CH^2—CH^2}_{CH^2—CH^2}>N.C^6H^4.O.CH^2.CO.C^6H^5.$$

Tra i principali derivati della piperazina, $HN<^{CH^2.CH^2}_{CH^2.CH^2}>NH$ (1) con nuclei sostituiti all' idrogeno legato all' azoto sono da annoverare la difenil.. (2), la diparametossi.. (3), e la diparaetossidifenilpiperazina (4).

Per ottenere la diparaossiacetofenondifenilpiperazina furono poste a reagire in apparecchio a ricadere quantità equimolecolari di bromuro d' etilene e di acetofenonparamidofenoletere intimamente mescolate colla quantità calcolata di acetato sodico. Il carbonato di sodio, non si presta per la fissazione dell' a. bromidrico che si sviluppa nella reazione. Il riscaldamento si effettua a bagno d' olio, ad una temperatura di poco superiore al punto di ebullizione del bromuro di etilene, senza oltrepassare i 145°, e si protrae per circa due ore. Il prodotto della reazione si riprende diverse volte a bagnomaria con acqua, ed il residuo solidificato dopo raffreddamento si polverizza, si discioglie nel cloroformio e si tratta con carbone animale. Dalla soluzione filtrata si precipita ripetute volte coll' alcool. Più rapidamente si può ottenere questa sostanza in cristalli più puri, lavando prima della precipitazione il prodotto greggio, esaurito in precedenza con acqua, con alcool addizionato di cloroformio.

L' equazione seguente esprime la reazione:

$$2\,C^6H^5.CO.CH^2.O.C^6H^4.NH^2 + 2\,C^2H^4Br^2 =$$

$$C^6H^5.CO.CH^2.O.C^6H^4.N<^{CH^2.CH^2}_{CH^2.CH^2}>N.C^6H^4.O.CH^2.CO.C^6H^5 + 4\,BrH$$

$$4\,BrH + 4\,CH^3.CO.O\,Na = 4\,Br\,Na + 4\,CH^3.CO.OH$$

(1) Annal. d. Chem. T. 92 e 98. Jahrest, 1858. Berichte der deutschen chemischen Gesellschaft, XXIII, 3297.

(2) B. d. D. C. G., XII, 1796. Idem, XXII, 1777.

(3) Bischoff, B. d. D. C. G., XXII, 1782.

(4) B. d. D. C. G., XXII, 1979.

La sostanza pura ha dato all' analisi i seguenti risultati:

gr. 0,5723 diedero gr. 0,3124 di H^2O, e gr. 1,5907 di CO^2

gr. 0,3973 diedero cc. 19,3 di N a T. 25°,1 e P. 762,7 ossia cc. 17,18 a T. 0° e P. 760, corrispondenti in peso a gr. 0,021578.

Donde:

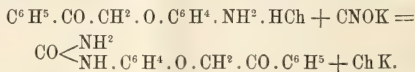
	trovato %	calcolato % per $C^{32}H^{30}N^2O^4$
C	75,80	75,89
H	6,06	5,92
N	5,43	5,63

La diparaossiacetofenondifenilpiperazina si presenta in polvere bianca cristallina. È quasi insolubile nell' acqua, etere, solfuro di carbonio, etere acetico, acetone, poco solubile nell' alcool, facilmente nel cloroformio e nel bromuro di etilene. Fonde a 175°.

Paraossiacetofenonfenilurea. $CO<^{NH^2}_{NH.C^6H^4.O.CH^2.CO.C^6H^5}$.

Questa sostanza ha una composizione analoga alla parafenetolcarbimide preparata da Berlinerblan [1] nel 1884 e conosciuta in medicina coi nomi di « sucrolo » o « dulcina ».

Per prepararla si scioglie a freddo in poca acqua una quantità pesata di cloridrato di acetofenonparamidofenoletere, e si versa in altra soluzione concentrata e fredda di cianato potassico puro. Per avere un buon rendimento è necessario che la quantità di cianato sia in eccesso del calcolato. Agitando con forza, si forma tosto un precipitato fioccoso, che addiventa in breve tempo cristallino. Si completa quindi la reazione a bagnomaria. Dopo raffreddamento si filtra e si lava accuratamente, per eliminare il cloruro di potassio ed il carbonato che prende origine dalla decomposizione dell' eccesso del cianato per l' azione del calore, ed infine si cristallizza il prodotto dall' acqua o dall' alcool. La reazione avviene secondo l' equazione seguente:

$$C^6H^5.CO.CH^2.O.C^6H^4.NH^2.HCh + CNOK =$$
$$CO<^{NH^2}_{NH.C^6H^4.O.CH^2.CO.C^6H^5} + ChK.$$

Il prodotto puro, cristallizzato dall' acqua, disseccato nel vuoto ha dato all' analisi i seguenti risultati:

gr. 0,1782 dettero cc. 16,4 di N a T. 25°,1 e P. 760; ossia cc. 14,55 a T. 0° e P. 760, ovverosia gr. 0,0182748.

gr. 0,3288 dettero cc. 30,0 di N a T. 25°,4 e P. 763, corrispondenti a cc. 26,7 a T. 0° e P. 760, ossia a gr. 0,033535.

gr. 0,5512 dettero gr. 0,2673 di H^2O e gr. 1,3475 di CO^2.

gr. 0,4408 dettero gr. 0,2172 di H^2O e gr. 1,0835 di CO^2.

[1] J. f. pr. (2) 30, 103.

Donde:

	trovato %		calcolato % per $C^{15}H^{14}N^2O^3$
C	66,67	66,94	66,66
H	5,39	5,46	5,18
N	10,25	10,20	10,37

La paraossiacetofenonfenilurea si presenta in piccoli e fini aghi che hanno tendenza ad annerire per esposizione all'aria ed alla luce. Non ha sapore. È poco solubile nell' acqua e nell' etere a freddo, moderatamente solubile nell' acqua ed abbastanza nell' alcool a caldo. Per ebullizione prolungata in questi ultimi solventi si decompone parzialmente. Non contiene acqua di cristallizzazione. Fonde a 160° decomponendosi. Riscaldata sulla lamina di platino svolge odore di ipnone. A somiglianza del sucrolo, se si scalda una piccola quantità di paraossiacetofenonfenilurea con alcune goccie di fenolo ed altrettanto di acido solforico concentrato fino all' ebullizione, e, dopo raffreddamento, si versi il liquido sciropposo di color rosso che ne risulta in un tubo da saggio pieno d' acqua a metà, e si tratti quindi con ammoniaca in maniera da impedire la mescolanza dei liquidi, alla zona di contatto si forma una colorazione bleu, che a poco a poco si fa più intensa, si estende a tutto il liquido e dura per molto tempo. Per azione della potassa si decompone profondamente. Cogli acidi non dà combinazioni stabili e definite. Fisiologicamente, per alcune prove eseguite dall' egregio dott. Fausto Badano, risulta inattiva.

Per quanto si riferisce all' azione dell' ipnoacetina sull' uomo sono obbligato alla cortesia del dott. Luigi Devoto della Clinica medica della R. Università, il quale si compiacque eseguire alcune esperienze di saggio dalle quali risulta che l' ipnoacetina sviluppa un' azione antitermica, possiede un potere analegesico ed un potere ipnotico, sebbene con effetti non sempre costanti negli individui nei quali venne usata. Nelle proporzioni di grammi 0,25 — 1 nella giornata è innocua.

In seguito avendo potuto ottenere il cloridrato di acetofenonparamidofenoletere in condizioni di purezza, ed essendo questo sale solubilissimo nell' acqua, condizione questa che quasi sempre permette un assorbimento più rapido e costante, mentre l' ipnoacetina (insolubile nell' acqua, assai stabile in presenza degli acidi e particolarmente degli alcali) non presenta questi caratteri favorevoli, ricorsi all' opera del dott. Fausto Badano del laboratorio sperimentale della Clinica Medica, il quale gentilmente ebbe la bontà di sperimentare preventivamente l' azione biologica del cloridrato di acetofenonparamidofenoletere sugli animali e di comunicarmi i risultati delle esperienze nel seguente riepilogo.

« Le ricerche vennero condotte valendosi generalmente della via ipodermica.

« L'iniezione fatta con soluzione al 4 °/₀ in acqua stillata, non si dimostra dolorosa; il liquido è assorbito rapidamente, e non dà luogo mai nè a necrosi della cute nè ad ascessi.

« Non pare produca anestesia locale.

« In una *cavia* sana l'iniezione di gr. 0,10 — 0,15 di cloridrato per ogni kg. dà luogo in primo tempo a leggieri fenomeni di eccitamento bulbare, a' quali seguono rapidamente fatti di depressione, assopimento, debolezza muscolare, e successivamente ipnosi profonda con rilassatezza completa di tutti i muscoli. Contemporaneamente la temperatura del corpo si abbassa tanto che dopo 1 ora, o 1 ora e mezza è discesa a 34°-32.

« I riflessi si mantengono integri; la respirazione calma; il cuore regolare. Se l'animale è lasciato tranquillo si mantiene in questo stato di ipnosi per 3-4 ore, durante il quale ogni movimento volontario pare abolito. In seguito la cavia comincia a riscuotersi; la temperatura va gradatamente aumentando e dopo 5-6 ore l'animale è ritornato allo stato primitivo.

« Dosi maggiori di cloridrato (gr. 0,20-0,30 per kg.) danno luogo nella cavia a fenomeni più gravi e più intensi, seguiti per lo più da paralisi dei centri cerebrali e spinali con la morte dell'animale.

« *Nel coniglio* si hanno in generale gli stessi fatti notati nella cavia, però in grado minore. L'ipnosi ed il rilassamento muscolare non è mai così profondo, e la temperatura non discende più di 3°,-3°5. Inoltre i fenomeni morbosi si dileguano più rapidamente.

« Dosi superiori ai gr. 0,50 per kg., per iniezione ipodermica, non sono in genere tollerate dal coniglio, poichè danno luogo a paralisi dei centri respiratorio e cardiaco. Per via endovenosa una dose di gr. 0,15-0,20 dà luogo ad arresto istantaneo della respirazione.

« *Nel cane* dosi di gr. 0,20-0,25 per kg., danno luogo ad irrequietezza, scialorea, nausea, talora vomito; ed in seguito a tremori muscolari, accasciamento, sopore. La temperatura si abbassa di 1°-1°,5 raramente di 2°.

« Dal complesso delle osservazioni si nota adunque che l'azione esercitata dal cloridrato di acetofenonparamidofenoletere sull'organismo animale è prevalentemente ipotermizzante. Nella cavia si può avere anche un abbassamento di 6°-8° sulla temperatura normale. L'abbassamento della temperatura è sempre proporzionale alla dose somministrata. Quest'azione ipotermizzante è più spiccata e più persistente negli animali che precedentemente presentavano temperature febbrili.

« Inoltre pare che il cloridrato eserciti questa sua azione, diminuendo la produzione del calore piuttostochè favorendone la dispersione.

« *Sui centri nervosi* questa sostanza agisce prevalentemente determinando una depressione profonda dei centri cerebrali: assopimento ed ipnosi più o meno intensa, abolizione completa di ogni movimento volontario, rilassamento completo di muscoli. Non pare che deprima gran fatto la sensibilità

tattile e dolorifica, poichè l'animale, anche durante l'ipnosi più completa, reagisce sempre contro ogni stimolo dolorifico con movimento riflesso vivace e con piccole grida.

« Questa sostanza a dosi moderate non ha azione dannosa sul *centro cardiaco;* anzi le pulsazioni del cuore non sono quasi affatto modificate, nè per il ritmo nè per la forza dell'impulso. Così pure si può dire per il *centro respiratorio* che mantiene inalterata la sua funzione. Dosi tossiche però danno luogo ad arresto della funzione respiratoria prima e poi del movimento del cuore.

« Il cloridrato dell'antofenonparamidofenoletere non ha quasi azione sulla *pressione sanguigna* che si mantiene inalterata.

« A dosi moderate non ispiega alcuna azione sul *sangue*: a dosi molto forti è però capace di trasformare parte dell'ossiemoglobina circolante in metaemoglobina.

« Per quanto riguarda l'*apparecchio digerente*, è da notare che provoca spesso scialorea, nausea, talora anche vomito.

« Non modifica quasi affatto il *ricambio materiale* dell'animale; a forti dosi però dà luogo qualche volta a leggiera e transitoria albuminuria rarissimamente anche a glicosuria e peptonuria.

« Si elimina rapidamente *per le urine,* nelle quali si nota la presenza di acido paramidosolforico già 30-40 minuti dopo l'iniezione ».

Nel rinnovare i miei migliori ringraziamenti al dott. Fausto Badano, mi torna qui sopratutto gradito esternare vivi sentimenti di grato animo al sig. prof. F. Marino-Zuco dal quale ebbi costante incoraggiamento e consigli nel corso di questo lavoro.

PERSONALE ACCADEMICO

Il Presidente Brioschi dà il doloroso annuncio della morte del Socio nazionale Salvatore Trinchese, avvenuta l'11 gennaio 1897; apparteneva il defunto Socio all'Accademia, sino dal 17 settembre 1882.

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Il Segretario Blaserna presenta le pubblicazioni giunte in dono, segnalando quelle inviate dai Soci Siacci, Taramelli, Segre, Veronese; presenta poscia tre volumi (VIII, IX, X) delle *Opere di Laplace*, ed il fascicolo 11° contenente i risultati delle campagne scientifiche del Principe di Monaco.

Il Socio Cerruti offre una pubblicazione del dott. Vailati, intitolata: *Sull' importanza delle ricerche relative alla storia delle scienze* e ne discorre.

CONCORSI A PREMI

Il Segretario Blaserna comunica che all'elenco dei concorrenti al premio del Ministero della Pubblica Istruzione per le *scienze fisiche e chimiche*, pel 1896, devonsi aggiungere i seguenti lavori, presentati in tempo al Ministero, ma trasmessi con ritardo all'Accademia:

Malagoli Riccardo. — 1) *Contributo alla teoria dell'elettrolisi colle correnti alternative.* Note I. II. (st.). — 2) *Dell'effetto che produce un voltametro sopra l'intensità della corrente alternante che lo attraversa, allorchè l'elettrolisi non è possibile.* Nota I. (st.). — 3) *Di alcune applicazioni geometriche nello studio elementare della meccanica* (st.). — 4) *Sulla riflessione dei raggi Röntgen* (in collaborazione col prof. C. Bonacini) (st.). — 5) *Sugli spostamenti di fase che produce un voltametro percorso da correnti alternanti* (st.).

CORRISPONDENZA

Il Segretario Blaserna dà conto della corrispondenza relativa al cambio degli Atti.

Ringraziano per le pubblicazioni ricevute:

La R. Accademia delle scienze di Lisbona; l'Accademia di scienze naturali di Filadelfia; la Società Reale di Sydney; le Società geologiche di Dublino e di Manchester; le Società di scienze naturali di Emden, di Cassel, e di Braunschweig; il Museo di storia naturale di Nuova York; il Museo Teyler di Harlem; la Direzione della R. Scuola navale superiore di Genova; l'Istituto geodetico di Potsdam; le Università di Oxford e di Upsala; l'Osservatorio di Vienna.

Annunciano l'invio delle proprie pubblicazioni:

L'Accademia delle scienze di Cracovia; la Società entomologica di Stockholm; le Università di Bonn e di Basilea; l'Istituto geografico militare di Firenze.

OPERE PERVENUTE IN DONO ALL'ACCADEMIA

presentate nella seduta del 7 febbraio 1897.

Aimo F. A. — Observations sur les erreurs causés par les variations de température dans les instruments géodésiques. Paris, 1896. 4°.

Albert I^er de Monaco. — Résultats des campagnes scientifiques accomplies sur son yacht. Fasc. XI. Monaco, 1896, f°.

Atlas geologiczny Galicyi. Zes. VII. Kraków, 1895, f°.

Berthold G. — Eppur si muove. Leipzig, 1897. 8°.

Boccardo E. C. e *Biaggi V.* — Trattato elementare completo di geometria pratica. Disp. 47. Torino, 1897. 8°.

Brédikhine Th. — Sur quelques systèmes de météores. S. Pétersbourg. 1896. 4°.

Catalogue of the Michigan Mining School. 1894-1896. Houghton, 1896. 8°.

Elenco dei fari e fanali, semafori ecc. 1897. Genova, 1897. 4°.

Gambera V. — Relazione sulla scoperta di fossili nell' Iglesiente. Iglesias, 1897. 8°.

Laplace. — Oeuvres complétes publiées sous les auspices de l' Académie des Sciences T. VIII, IX, X. Paris, 1891-94. 4°.

Nordhavs-Expedition (Den norske) 1786-78. XXIII Zoologi. Christiania, 1896. 4°.

Pazzi M. — Applicazione della leva allo stretto superiore. Napoli, 1896. 8°.

Id. — Bibliografia ostetrica e ginecologica italiana per gli anni 1893-94. Roma, 1896. 8°.

Id. — Classificazione delle anomalie placentari e speciali ricerche intorno alla placenta dimidiata. Bologna, 1896. 8°.

Id. — Contributo allo studio della inversione acuta dell' utero puerperale. Milano, 1895. 8°.

Id. — Id. Id. Poggibonsi, 1896. 8°.

Id. — Distocia fetale meccanica che porge indicazione assoluta al rivolgimento podalico interno sopra due piedi. Torino, 1896. 8°.

Id. — Di una modificazione alla manovra di « Weit » per l' estrazione del capo fetale posteriore al tronco. Poggibonsi, 1895. 8°.

Id. — I gemelli monocorii. Bologna, 1895. 8°.

Id. — La leva in ostetricia. Siena, 1892. 8°.

Id. — La leva nel bacino infantile anche dopo la provocazione del parto prematuro. Milano, 1894. 8°.

Id. — La sinfisiotomia a Bologna. Napoli, 1894, 8°.

Id. — L' ematocele pelvico e sue varietà cliniche (618-131). Roma, 1896. 8°.

Id. — L' inclinazione parietale nel meccanismo del parto. Bologna, 1895. 8°.

Id. — Nuovo forcipe. Milano, 1892. 8°.

Id. — Primo caso di ovario-salpingectomia vaginale, eseguita dal prof. Ruggi ecc. Napoli, 1894. 8°.

Id. — Studi di ostetricia. Bologna, 1894, 8°.

Pubblicazioni dell' Istituto Geografico militare. — Superficie del Regno d' Italia 1ª e 2ª appendice — Latitudine del R. Osservatorio di Catania. — Misure delle basi del Ticino di Ozieri e di Piombino. Firenze, 1895-96. 4°.

Reina. V. — Una nuova forma di tacheometro riduttore. Torino, 1896. 8°.

Segre C. — Sulla scomposizione dei punti singolari delle superficie algebriche. Milano, 1896. 4°.

Siacci F. — Sopra una nuova formola barometrica per la misura delle altezze. Napoli, 1898. 4°.

Stossich. M. — Elementi trovati in un orthagoriscus Mola. Trieste, 1896. 8°.

Id. — Il genere ascaris Linné. Trieste, 1896, 8°.

Id. — Ricerche elmintologiche. Trieste, 1896 8°.

Taramelli T. — Alcune osservazioni stratigrafiche nei dintorni di Polcenigo. Roma, 1896. 4°.

Tuccimei G. — Resti di felis arvernensis nel pliocene della villa Spinola presso Perugia. Roma, 1896. 4°.

Vailati A. — Sull' importanza delle ricerche relative alla Storia delle Scienze. Torino, 1897. 8°.

Veronese G. — Elementi di Geometria. Padova, 1897. 8°.

Verson. E. — La borsa copulatrice nei lepidotteri. Padova, 1896. 8°.

Wedell-Wedellsborg P. S. le B.n. — Julius Thomsen's Dualismus der chemischen Masse beleuchtet durch Aufstellung einer neuen Wärmetheorie. Kopenhagen, 1897, 4°.

P. B.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 21 febbraio 1897.

A. Messedaglia Vicepresidente.

MEMORIE E NOTE

DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Astronomia. — *Sul lavoro della stazione internazionale all'Osservatorio di Catania per la Carta fotografica del cielo.* Nota del Corrispondente A. Riccò [1].

Ho l'onore di presentare all'Accademia il seguente rapporto sui lavori preparatorî e sulla parte finora eseguita delle fotografie della zona di cielo spettante all'Osservatorio di Catania, come una delle 18 stazioni per l'esecuzione della Carta fotografica di tutto il cielo stellato.

Solo nella primavera del 1896 l'equatoriale fotografico e tutti gli accessorî erano completamente in ordine, cosicchè si poterono eseguire per saggio alcune fotografie della nostra zona, le quali furono presentate da me al Congresso di Parigi nel maggio dello stesso anno.

Tornato io in Catania nel giugno successivo, il lavoro fu ripreso, anzi ricominciato; ed ora procede con sicurezza sempre crescente, per la maggiore esperienza che si va acquistando nelle relative delicate operazioni.

Tranquilli dunque sul procedere del nostro lavoro, possiamo ora rivolgerci indietro un istante per descrivere il cammino percorso, le numerose difficoltà superate, e guardare avanti la lunga strada che ci resta ancora da fare per compiere il nostro mandato.

Per la storia dei principî della nostra parte in questa impresa, dirò solo che il prof. Tacchini (alla cui instancabile iniziativa si deve, oltrechè l'Osservatorio dell'Etna e quello di Catania, l'onore che la nostra Nazione

(1) Presentata nella seduta del 7 gennaio 1897.

partecipa al grande lavoro della fotografia di tutto il cielo, colla stazione in Catania) nel 1889 ottenne dal Governo i primi fondi, pur troppo scarsi per questo scopo; nulla di meno coraggiosamente ed alla stregua della più stretta economia, egli si accinse all' impresa. Ordinò in Italia al Salmoiraghi la parte meccanica dell' equatoriale fotografico, e l' obbiettivo di $0^m,33$ di diametro allo Steinheil di Monaco; concertò col Genio Civile il progetto del padiglione che dovea ricevere lo strumento, commise all'Audisio di Torino la cupola di ferro di $5^m,50$ di diametro che dovea coprirlo. Ottenne dal Municipio di Catania, per il nostro scopo, la concessione all' Università di una buona parte del giardino dei Benedettini, attiguo all'Osservatorio, cioè un' area di circa 4000 mq., essendo allora fortunatamente Sindaco e Rettore il comm. prof. Giuseppe Carnazza Puglisi.

Per le accennate ragioni economiche lo strumento era stato costruito solo per fotografare la nostra zona, che era equatoriale, fra le declinazioni $+6^\circ$ e $+12^\circ$: era quasi compiuto al principio del 1891, ed era riuscito semplice, compatto, centrale.

Ma nel congresso dell' aprile 1891, la distribuzione del lavoro ai diciotto Osservatorî partecipanti fu cambiata, ed a noi toccò una zona zenitale, fra le declinazioni $+47^\circ$ e $+54^\circ$, inaccessibile al nostro strumento; fu quindi giocoforza modificarlo: si dovè allungare l' asse polare, porre il cannocchiale lateralmente ad esso, equilibrandolo con grandi contrappesi: l' equatoriale divenne così capace di fotografare tutto il cielo visibile, compreso il polo; il che è di grande utilità anche per le rettifiche dello strumento, per controlli fotometrici, mediante la regione polare che ha costante l' altezza sull' orizzonte, ecc.

Ma naturalmente questo cambiamento richiese tempo, e quindi lo strumento non potè essere consegnato che al principio del 1892.

Nella primavera dell' anno precedente 1891 si era cominciata la costruzione del padiglione fotografico, ma si dovette subito arrestarla: il giardino in cui si costruiva è formato di terra da trasporto sulla colata di lava dell' eruzione del 1669, ivi assai irregolare: nel luogo scelto come più conveniente per la erezione del detto padiglione, la roccia lavica su cui doveasi fondare, trovavasi ad una notevole profondità, che giungeva in qualche punto fino a 7^m: ciò importava un forte aumento nella spesa preventivata per le fondamenta; e non avendo altre somme disponibili, si dovè semplificare il progetto dell' edifizio onde ricavarne le necessarie economie. Per i relativi studî e per le necessarie autorizzazioni superiori, i lavori murarî non si poterono riprendere che in giugno; ed alla fine di settembre 1891 il padiglione era pronto a ricevere la cupola; mentre si aspettava l' arrivo di questa e dell' equatoriale per completare il padiglione, si costruì la casa del custode.

In gennaio e febbraio 1892 arrivarono finalmente l' equatoriale fotografico e la cupola; questa fu messa a posto dalla metà di marzo alla fine di aprile

dal costruttore sig. Audisio e dal meccanico dell'Osservatorio sig. A. Capra. Si completarono poscia i lavori di muratura per il padiglione e per i due grandi pilastri destinati a sostenere lo strumento; e questo fu messo poi a posto dal meccanico De Luigi dello stabilimento Salmoiraghi e dal meccanico dell'Osservatorio, nel luglio seguente.

Intanto era scoppiata nel detto mese la grande eruzione dell' Etna che durò sino alla fine del dicembre, e che assorbì gran parte della nostra attività. In questo periodo si eseguirono altri lavori necessarî all'Osservatorio: si costruì nel giardino il piccolo padiglione, o chiosco, con relativa cupola girante di legno che dovea ricevere l' equatoriale minore Cooke, e poi si mise questo in funzione; si costruì pure un altro chiosco e pilastro per lo strumento dei passaggi e si pose anche questo in azione.

Ai primi del 1893 si cominciarono le prove e rettifiche dell' equatoriale fotografico, mentre si completavano gli accessorî ed attrezzi per il suo funzionamento. Ma già fin dalle prime prove fatte nella estate precedente, ci eravamo accorti della insufficienza del pendolo conico regolatore del movimento orario, e della necessità di parecchie modificazioni ed aggiunte allo strumento.

Nè ciò deve sorprendere, poichè, avendo deciso per ragioni economiche, e per incoraggiare le industrie nazionali, di far eseguire l' equatoriale fotografico in Italia, ove ben pochi strumenti astronomici sono stati costruiti finora, ed anzi questo era il primo fotografico, era naturale che si incontrassero delle non lievi difficoltà. Si aggiunga che la modificazione, quantunque fatta con grande abilità dal costruttore ing. A. Salmoiraghi, per rendere lo strumento atto a fotografare qualunque parte del cielo visibile, importando un notevole aumento nella mole e nel peso del medesimo, doveva per necessità produrre una certa sproporzione nelle parti del meccanismo, rimaste invariate, e principalmente nel pendolo conico regolatore, che non era più capace di frenare le irregolarità del moto di sì grande massa. Si provò a modificarlo, si tentò l' applicazione di un controllo elettrico, che ad ogni secondo regolava automaticamente il movimento,; poi in fine ci decidemmo a sostituire quel pendolo con altro di dimensioni e di massa maggiori, e così si ottenne la necessaria regolarità del moto.

Anche l' illuminazione elettrica dello strumento, disposta dal costruttore ing. Salmoiraghi, ci ha causate delle difficoltà. Per le prime fotografie ci siamo valsi alla meglio di lampade a petrolio; finalmente nella primavera del 1894, dopo lunghe trattative colla locale Società di illuminazione a gas ed elettrica, abbiamo potuto ottenere dalla medesima con contratto il meno gravoso possibile, una linea speciale all'Osservatorio con cui la corrente ci è somministrata fino a mezzanotte, ed anche il permesso di impiantare e caricare una batteria di accumulatori coi quali l' illuminazione può prolungarsi nel resto della notte.

Ma fin da quando si poterono fare le prime fotografie a lunga posa, mi ero accorto di un'inesplicabile e strana anomalia nel funzionamento dell'obbiettivo fotografico: accanto alla immagine delle stelle più lucide se ne vedeva una seconda debolissima irregolare. Aggiunti alla montatura dell'obbiettivo i congegni per la sua rigorosa rettifica, costruiti gli strumenti necessarî per eseguirla e constatarla, l'anomalia delle immagini non scomparve.

Intrapresi allora una lunghissima e penosa serie di prove sull'obbiettivo medesimo, e finalmente riuscii ad eliminare del tutto l'inconveniente, sostituendo ai tre piccoli cunei rigidi d'avorio (*cales*) dello spessore di $1^{mm}\,{}^{1}/_{4}$ che separavano la lente *flint* dalla lente *crown*, dei pacchetti di stagnola dello spessore di ${}^{1}/_{4}$ di mm. L'avvicinamento dei due vetri di 1 mm., cioè di ${}^{1}/_{3460}$ della lunghezza focale non poteva portare e non ha portato alcun danno all'acromatismo fotografico (per i raggi di lunghezza d'onda G ossia 431) nè alle altre qualità ottiche dell'obbiettivo stesso, d'altronde riconosciute eccellenti dal prof. Vogel, direttore dell'Osservatorio astrofisico di Potsdam.

Eravamo giunti così ad eseguire fotografie perfette, anche con posa di molte ore, ma con tanti studî e prove si era arrivati all'estate del 1895.

Si cominciarono allora a fare delle fotografie di saggio della nostra zona, ma sorse un'altra grave difficoltà. Nel congresso di Parigi del 1889 era stato stabilito che la stella di guida da mantenere puntata col cannocchiale collimatore durante la posa fotografica potesse essere presa fino alla distanza di 20′ dal centro della lastra: ma nella nostra zona per molte lastre (219), entro quella distanza, non vi sono che stelle di guida di grandezza inferiore alla 9ª, le quali, anche sopprimendo ogni luce estranea e col maggiore sforzo dell'occhio, non si possono vedere con sicurezza nel campo illuminato, e mantenere sui fili del reticolo del cannocchiale collimatore.

Essendosi verificato questo inconveniente anche in parecchie altre delle 18 stazioni, nel congresso del 1891 fu deciso di poter portare la distanza della stella di guida fino a 40′ dal centro. Intanto il micrometro del nostro collimatore, costruito in vista della condizione stabilita anteriormente, non arrivava a tale distanza, nè poteva modificarsi per farlo arrivare. Ad evitare incertezze, studî e prove, che avrebbero fatto perdere altro tempo, si ordinò al Gautier, meccanico dell'Osservatorio di Parigi, un micrometro di grandissimo campo, simile a quello già in uso nelle stazioni francesi.

Il nostro meccanico l'applicò allo strumento, cambiando il sistema di illuminazione del campo, in modo che questa potesse estendersi fino alla straordinaria distanza di 52′ dal centro.

Finalmente nella primavera del 1896 potemmo fare alcuni saggi delle fotografie di stelle appartenenti alla nostra zona, i quali, come già dissi, portai al congresso del 1896 per essere esaminati.

Ritornato nel giugno del medesimo anno in Catania, si cominciò definitivamente il lavoro fotografico della zona, coi criterî più sicuri e precisi che mi ero formato in momento così opportuno, dietro quel che avevo visto ed appreso dagli astronomi partecipanti all' impresa ed in essa più avanzati, riuniti in Parigi; e d' allora in poi si è proceduto alacremente, senza ritardi e senza incontrare altre difficoltà, se non per parte del tempo singolarmente avverso.

E così lo stato del nostro lavoro dal giugno 1896 a tutto gennaio 1897 è il seguente:

Lastre del catalogo eseguite	N.	226 [1]
Lastre scartate	»	46
Lastre utili	»	180

Le fotografie scartate perchè riconosciute difettose dietro un esame sommario (sia per qualche menda originale delle lastre, sia per peggioramento dello stato dell' atmosfera durante la posa, sia per qualche equivoco nelle operazioni di calcolo, di puntamento o di fotografia), naturalmente sono andate diminuendo rapidamente durante il lavoro, ed ora sono ben rare le lastre che non sono soddisfacenti.

Oltre alle predette fotografie della nostra zona, ne abbiamo fatte molte altre, sia per saggio, sia per studio, il cui numero è indicato nel seguente elenco, avvertendo che la Luna ed i pianeti in generale sono stati fotografati con ingrandimento diretto di 10 volte, mediante apposito apparato, costruito dal Gautier, ed applicato direttamente all' equatoriale fotografico:

Stelle varie	N.	21
Asterismi	»	33
Nebulose	»	21
Pianeti (fotografie multiple)	»	5
Comete	»	3
Luna	»	41
Sole nascente	»	22
Corona solare.	»	129
Ecclissi	»	3
Spettri	»	10
Totale	N.	288

Le fotografie del Sole nascente e della corona solare sono state fatte col coronografo di Huggins o di Hale, e per la massima parte all' Osservatorio Etneo.

[1] Nel correggere le prove di stampa, posso aggiungere che ora (19 febbr. 1897) il numero delle lastre fatte è giunto a 247.

Abbiamo poi fatto anche i seguenti ingrandimenti non diretti, cioè con un apparato ottico da noi stessi combinato [1]:

Grande nebulosa d'Orione.	27
Nebulosa presso 42 di Orione [2].	10
Sole nascente.	2
Spettri.	2
Totale	41

Parte delle enumerate fotografie, insieme ad altre di indole geofisica, presentate all'Esposizione di Milano nel 1894, riportarono la maggiore onorificenza, cioè il *Diploma d'onore.*

Oltre alle predette fotografie celesti, le quali possono avere per loro stesse qualche interesse, ne abbiamo fatte parecchie altre puramente allo scopo di rettificare e controllare il funzionamento dell'equatoriale fotografico, e sono:

Determinazione del fuoco chimico dell'equatoriale.	29
" " " " dell'app. d'ingrand. diretto.	10
Orientamento del porta-châssis	8
Centratura del reticolato	8
Aree tipiche stellari.	21
Miste (per diversi scopi insieme).	4
Totale	80

Vediamo ora qual'è il lavoro che dobbiamo fare; come è noto, si debbono eseguire due serie doppie di fotografie: quelle del *Catalogo* e quella della *Carta;* la prima a due pose brevi (ordinariamente 5^m e $2^m, 30^s$ alla distanza l'una dall'altra di $0^{mm}, 3$ sulla lastra), serviranno per formare un catalogo completo di tutte le stelle fino alla 11^a grandezza; la seconda serie doppia a pose lunghe (una posa continua di un'ora in una serie semplice, e 3 pose vicine di 30^m ciascuna nell'altra) servirà a formare la Carta di tutto il cielo stellato, fino alla 14^a grandezza. Ciascuna serie sarà dunque eseguita due volte, affinchè ogni stella sia fotografata due volte: una volta verso il centro, l'altra verso la periferia delle lastre.

Per Catania ciascuna serie doppia è di 1008 lastre. In quanto a quelle del catalogo, l'esperienza ha dimostrato che ne possiamo fare almeno 400 all'anno; per cui, calcolando anche largamente gli scarti, che certamente diminuiranno, ma non scompariranno completamente, possiamo esser sicuri che il lavoro sarà compiuto in meno di 3 anni, cioè prima dell'estate del 1899, ossia anche prima del 1900, epoca per cui sarà calcolato il *Catalogo.*

Noi abbiamo stabilito di spingere avanti la doppia serie del catalogo, per la quale tutto è stato bene studiato e stabilito; in quanto all'altra serie

[1] Rendiconti della R. Acc. dei Lincei, 21 aprile 1895.

[2] Astrophysical Journal-Chicago, Aug. 1895.

doppia per la *Carta* aspetteremo a cominciarla quando saranno completamente dileguati tutti i dubbi sul modo di eseguirla, e quando l' esperienza fatta da chi l' ha già intrapresa avrà indicate le migliori soluzioni delle difcoltà. Del resto anche altri dei 18 Osservatorî non hanno ancora cominciata la serie di fotografie della *Carta,* per la ragione ora detta.

Ma per ricavare dalle fotografie il *Catalogo*, occorre un grandissimo lavoro di misura e di calcolo. Non essendo stata accettata, nel congresso del 1891, la proposta di Tacchini, Gill, Mouchez, e di altri, di eseguirlo in un istituto unico internazionale, il che avrebbe portato una grande economia di tempo e di denaro, ed avrebbe dato perfetta unità al lavoro, l' Osservatorio di Catania si è provveduto di un magnifico *macromicrometro*, costruito dal Gautier, col quale le posizioni delle immagini fotografiche delle stelle possono essere misurate con esattezza anche maggiore della richiesta di $0^{mm},003$, ossia di $0'',2$.

In quanto poi all' entità del lavoro di misura delle nostre 1008 lastre del catalogo, basterà considerare che in ogni lastra vi sono in media 200 stelle fino all' 11^a grandezza, in tutto cioè oltre 200 mila stelle. Supponendo di eseguire le misure come si fa in Parigi, per ogni stella si debbono fare 16 puntate al micrometro: in un' ora vengono così misurate 16 stelle: occorrono dunque $12\frac{1}{2}$ ore di lavoro per una lastra, eseguito da due persone che si alternano, l' una a misurare e dettare le letture del macromicrometro, l' altra a scrivere.

Ritenendo che nel nostro clima per un tal genere di lavoro non si possa stabilire che un orario di 7 ore al giorno, e computando le inevitabili perdite di tempo al principio ed alla fine dell' orario stesso, possiamo calcolare di avere misurata una lastra in due giorni; quindi per le 1008 lastre occorreranno da 6 a 7 anni di 300 giorni di lavoro ciascuno, per due persone. Questo lavoro e questo tempo saranno aumentati di circa $1/3$, se si farà anche la misura del diametro delle immagini stellari per ricavarne la *grandezza fotografica* delle stelle; ossia occorreranno in tutto per le misure 8 o 9 anni. Sarà poi necessaria una terza persona per dirigere ed ordinare questo lavoro, fare le medie ecc.

Siccome questa operazione deve farsi mentre si continua l' altra per eseguire le fotografie, e per la quale bastano appena le persone ed i mezzi di cui disponiamo; perciò se si vuole corrispondere seriamente all' impegno internazionale assunto, e far procedere alacremente la nostra partecipazione, si dovrà provvedere per fornirci dei mezzi necessari (1). I quali non saranno gran cosa, poichè la misura delle fotografie, che richiede solo esattezza e pazienza, può essere eseguita bene, o da donne, come si fa in altre stazioni di Europa e d'America, o da ragazzi, come si fa in Australia, e quindi con stipendi

(1) Dietro proposta del presidente Tisserand, il Congresso di Parigi del 1896 espresse il voto unanime che all'Osservatorio di Catania sieno dati dal Governo italiano i mezzi per eseguire anche le misure delle fotografie.

assai moderati. Credo che da noi la spesa annua potrebbe essere di L. 3500 per le 3 persone indicate.

Dopo il lavoro di misura, verrà quello di calcolo delle coordinate rettangolari delle stelle riferite al centro della lastra, lavoro lungo ma di semplice computo logaritmico e trigonometrico; poi viene la determinazione delle coordinate equatoriali delle stelle fotografate, mediante 8 o 10 stelle di riferimento, aventi posizioni ben note per ogni lastra, e facendo concorrere a questa determinazione anche le stelle di riferimento delle altre quattro lastre della serie sovrapposta attigue fra loro, che vengono ad avere gli angoli adiacenti nel centro della prima lastra e che perciò hanno con essa comuni alcune stelle di riferimento, le quali servono al collegamento. Questa operazione, che è la parte più delicata per ricavare dalle fotografie il *Catalogo stellare*, deve essere fatta da un astronomo.

Terminate le fotografie del *Catalogo*, intraprenderemo quelle della *Carta* propriamente, le quali per essere a posa lunga, e dovendo essere riprodotte ed ingrandite al doppio, richiederanno maggior tempo e maggior perfezione. Frattanto col lungo esercizio noi ci saremo fatti più abili, e forse si saranno allora trovati metodi di preparazione per lastre più sensibili, o di sviluppo più rapido, in modo da risparmiare tempo.

Per questa serie non occorreranno nè misure, nè calcoli: solo, per maggior sicurezza, si dovrà di ognuna delle 1008 lastre fare due copie in diapositivo, di cui una sarà depositata nell' Ufficio internazionale di pesi e misure a Breteuil.

Intorno al modo di pubblicazione, per ora si preconizza la riproduzione in fotoincisione; per ogni lastra l' incisione in rame e 200 copie stampate costerebbero in Parigi 200 franchi.

L' intero *Atlante* o *Carta* fotografica di tutto il cielo stellato sarà di 11027 pagine o tavole, se, come basta, si riprodurrà solo una delle due serie di lastre.

Nel finire adempio il dovere di dichiarare che in tutte le lunghe operazioni preparatorie fui ajutato con intelligenza e zelo dal 1° Assistente dell' Osservatorio, ing. A. Mascari, che ho fatto colla sua collaborazione le varie sorta di fotografie celesti, e che dal giugno scorso in poi ci alterniamo, io e lui, una sera per ciascuno, nell' eseguire le fotografie della nostra zona.

Il dott. E. Tringali, Assistente per la Fotografia Celeste, mi ha coadiuvato diligentemente nell' eseguire le fotografie della zona, ed altresì ha ajutato l' ing. Mascari nella preparazione delle posizioni micrometriche delle stelle di guida.

Il meccanico dell' Osservatorio, A. Capra, ha eseguito con molta abilità le modificazioni ed aggiunte che io ho trovate necessarie nell' equatoriale fotografico.

L' inserzione di questo rapporto nei Rendiconti nella R. Accademia servirà a me come voto favorevole a chè il Ministero della Pubblica Istruzione continui a fornirci i mezzi per compiere la non comune opera intrapresa.

Matematica. — *Le superficie algebriche di genere lineare* $p^{(1)} = 2$. Nota di FEDERIGO ENRIQUES, presentata dal Socio CREMONA.

1. Il sig. Noether ha introdotto nella teoria delle superficie algebriche due caratteri fondamentali, che ultimamente hanno ricevuto una opportuna estensione: sono il genere superficiale p (già considerato dal Clebsch) ed il genere lineare $p^{(1)}$.

È noto come questi caratteri si definiscano.

Data una superficie F, d'un certo ordine n (in S_3), si considerino le superficie d'ordine $n-4$, φ_{n-4}, ad essa *aggiunte*, le quali segano su F (all'infuori delle curve multiple e di certe curve *eccezionali* trasformabili in punti semplici) le *curve canoniche* di F: p e $p^{(1)}$ sono rispettivamente il numero delle φ_{n-4} (o delle curve canoniche) linearmente indipendenti, ed il genere delle dette curve canoniche.

Nell'ipotesi che si considera come più generale, delle superficie *regolari*, il genere p si può valutare mediante le formule di postulazione del sig. Noether, estese ormai al caso in cui F abbia singolarità qualunque: si ha così ad ogni modo la definizione aritmetica di un carattere invariantivo della superficie, che si designa con p_n e si chiama *genere numerico*, in opposizione al carattere precedente p o p_g detto *genere geometrico*. Si preferisce usare semplicemente la lettera p e il nome « genere (superficiale) » quando, come si suppone nel seguito, $p_g = p_n$.

Quanto al genere lineare $p^{(1)}$ (genere delle curve canoniche - $p > 0$) si deve notare che si possono avere anche qui diverse definizioni nel caso in cui le curve canoniche sieno riducibili: noi intenderemo sempre che $p^{(1)}$ sia il genere *virtuale* delle curve canoniche, comunque composte.

Il sig. Noether ha stabilito la disuguaglianza

$$p^{(1)} \geq 2p - 3$$

che vale sempre (come è facile vedere) comunque le curve canoniche sieno riducibili, purchè sia $p^{(1)} > 1$. Invece non si ha alcuna disuguaglianza analoga che fissi un massimo di $p^{(1)}$ dato p.

Perciò, quando si voglia procedere ad una classificazione effettiva delle superficie secondo i loro caratteri, converrà ordinare la classificazione secondo i valori del $p^{(1)}$, e cominciare dai valori più bassi che il $p^{(1)}$ può ricevere.

Ma il valore $p^{(1)} = 1$ è sotto molti rispetti eccezionale e dà luogo, come lo proveremo altrove (con esempî), ad infiniti tipi di superficie anche per valori fissati del genere p.

Cominceremo dunque ad esaminare le superficie di genere lineare

$$p^{(1)} = 2 \quad \text{con } p > 0 \quad (p = 1,\ p = 2).$$

E perverremo alla seguente conclusione:

Le superficie algebriche di genere lineare $p^{(1)} = 2$ *e di genere superficiale* $(p_g = p_n =) p > 0$, *possono riferirsi birazionalmente ad uno dei seguenti tipi:*

1) $$p^{(1)} = 2 \qquad p = 1:$$

superficie F_6 *del 6° ordine dotata di 3 rette cuspidali giacenti in un piano e passanti per un punto dove la* F_6 *ha un contatto del 5° ordine con sè stessa;*

2) $$p^{(1)} = 2 \qquad p = 2:$$

piano doppio $z^2 = f(x\,y)$ *con curva di diramazione* $f(x\,y) = 0$ *del 10° ordine dotata di due punti 5pli infinitamente vicini.*

Diamo qui succintamente la dimostrazione del resultato.

2. Dobbiamo richiamare anzitutto dalla teoria generale delle superficie il seguente fatto fondamentale.

Sopra una superficie di genere lineare $p^{(1)} > 1$ e genere superficiale $p > 0$ esiste (almeno) una effettiva curva canonica (d'ordine > 0) (1).

Il sistema canonico ammette un sistema lineare *aggiunto* (2), di cui la dimensione vale

$$P_2 - 1 = p + p^{(1)} - 1,$$

il genere (virtuale)

$$P_2^{(1)} = 3p^{(1)} - 2$$

il grado (virtuale)

$$P_2^{(2)} = 4(p^{(1)} - 1).$$

Questo sistema è il *sistema doppio* (completo) del sistema canonico; P_2 dicesi il *bigenere* della superficie.

Analogamente il sistema bicanonico ammette un sistema aggiunto, *triplo* del sistema canonico, che vien detto *sistema tricanonico:* la dimensione del sistema tricanonico vale

$$P_3 - 1 = p + 3p^{(1)} - 3,$$

il genere (virtuale)

$$P_3^{(1)} = 6p^{(1)} - 5,$$

(1) Cfr. la mia Memoria *Sui piani doppî di genere uno.* Mem. della Soc. it. delle Scienze, detta dei XL, 1896, § 4.

(2) Cfr. la mia *Introduzione alla Geometria sopra le superficie algebriche* (ibidem), cap. IV.

il grado (virtuale)

$$P_3^{(2)} = 9(p^{(1)} - 1)$$

(P_3 è il *trigenere* della superficie).

Se la superficie ha curve canoniche irriducibili (non si esclude che esse abbiano dei punti, base, comuni, i cui intorni vadano sommati ad esse) anche le curve bicanoniche e tricanoniche riescono irriducibili: di più le curve bicanoniche (cui una curva canonica presenta $p^{(1)}$ condizioni) non possono avere punti base (nemmeno in punti multipli) sopra una curva canonica e quindi non possono avere punti base sulla superficie; perciò i caratteri effettivi (genere e grado) del sistema bicanonico uguagliano in questo caso i caratteri virtuali.

3. Ciò posto consideriamo le superficie F coi caratteri

$$p^{(1)} = 2 \qquad p = 1\,,$$

e supponiamo dapprima che sopra F (o su una conveniente trasformata di essa) si abbia una curva canonica irriducibile. Le ∞^2 curve bicanoniche (irriducibili) di F non sono iperellittiche, giacchè altrimenti, incontrandosi esse in due coppie di punti coniugati (variabili), darebbero luogo, come si verifica facilmente, ad un sistema completo ∞^3 invece che ∞^2 (sarebbe allora $p = 2$ non $p = 1$).

Perciò il sistema tricanonico su F è semplice, vale a dire le curve di esso passanti per un punto generico non passano in conseguenza per altri punti variabili col primo. Le curve tricanoniche incontrano la curva canonica in 3 punti; questi formano, sulla detta curva di genere 2, una serie g'_3 che può avere al più un punto fisso, punto base semplice pel sistema tricanonico; segue che il genere effettivo delle curve tricanoniche uguaglia il suo valore virtuale $P_3^{(1)} = 7$. Se si considerano le curve tricanoniche di F che passano per un gruppo fissato della g'_3, si ha un sistema lineare ∞^3 che non possiede altri punti base: un sistema irriducibile di genere 7, e grado 6. Questo sistema è semplice almeno quando si sia fissato un gruppo generico della g'_3: per convincersene basta considerare la superficie F' di S_4, trasformata di F, che ha per sezioni iperpiane le curve tricanoniche; la F' ha l'ordine 9 o 8 (se il sistema tricanonico ha un punto base); vi è su F' una retta 3pla o (risp.) 2pla a immagine della curva canonica, e la proiezione della F' in S_3 fatta da un punto generico di questa retta riesce semplice se la F' non contiene ∞' curve sezioni di piani per a; ma in quest' ultimo caso il sistema bicanonico segato su F' dagli iperpiani per a sarebbe riducibile, ciò che si è escluso.

Possiamo dunque trasformare la data superficie F in una F_6, del 6° ordine, in S_3, in modo che le sezioni piane di F_6 sieno le curve tricano-

niche passanti per 3 punti fissi della curva canonica su F: la F_6 possiederà 3 rette eccezionali, passanti per un punto O, corrispondenti ai 3 punti nominati. L' intorno del punto O rappresenterà su F_6 la curva canonica, e quindi le sezioni piane per O daranno le curve bicanoniche.

Le sezioni piane generiche di F_6 hanno il genere 7: quelle fatte con piani per O hanno il genere 4. Queste ultime si segano due a due in 4 punti variabili, quindi O è un punto doppio di F_6: punto doppio particolare dove la superficie ha un contatto con sè stessa; l' ordine del contatto (cioè il numero dei punti doppî infinitamente vicini ad O sopra ogni sezione per O) è $\varrho + 2$, se ϱ denota la molteplicità di O per la curva doppia di F_6.

Esaminiamo questa curva doppia. Essa ha l' ordine 3, essendo 7 il genere delle sezioni piane di F_6; non può ridursi ad una retta tripla perchè altrimenti le curve canoniche, bicanoniche e tricanoniche si comporrebbero delle sezioni ellittiche di F_6 fatte coi piani per la retta tripla, e sarebbe $p^{(1)} = 1$.

Indichiamo con C_3 la curva doppia di F_6.

Vi sono ∞^2 superficie del 4° ordine biaggiunte ad F_6 seganti su di essa le curve bicanoniche; esse si spezzano nei piani per O ed in una superficie cubica fissa F_3 passante due volte per C_3: segue di qui che la C_3 è una cubica piana e che la F_3 si compone del piano di C_3 contato due volte e di un altro piano fisso α. Le condizioni che fissano il piano α possono soltanto essere espresse dal passaggio e dal contatto relativo a punti multipli proprî della F_6, e siccome è facile vedere che la F_6 non ha altri punti siffatti all' infuori di O, si conclude che il piano α deve passare per O e toccare in O la superficie, ossia deve essere il piano osculatore ad F_6 nel punto O, dove la F_6 ha un contatto con sè stessa.

Consideriamo la quadrica aggiunta alla F_6: essa si spezza nel piano di C_3 e in un altro piano fisso che, per le medesime ragioni, deve essere il piano α osculatore in O, prima considerato.

Ora se il piano α non fosse il piano di C_3, il che avverrebbe se C_3 non passasse per O, si avrebbe in α una curva del 6° ordine eccezionale, mentre la F_6 ha, come sappiamo, soltanto 3 rette eccezionali.

Dunque il piano di C_3 è il piano α e la C_3 ha in O almeno un punto doppio ($\varrho \geq 2$).

Il piano α contato due volte soddisfa alle condizioni imposte dal punto O alle superficie aggiunte, ma vi soddisfa appena se la C_3 ha in O la molteplicità $\varrho = 2$ e quindi la F_6 ha in O un contatto del 4° ordine con sè stessa: siccome l' intorno di O deve rappresentare la curva canonica di F_6, la quadrica aggiunta (ossia il piano α) deve essere *superaggiunta* relativamente al punto O. Per ciò si esige che la C_3 abbia in O un punto multiplo di ordine $\varrho = 3$, ossia che la C_3 si componga di 3 rette per O nel piano α. Ed allora la F_6 possiede 3 curve eccezionali date dagli intorni

delle 3 rette doppie: essa avrà dunque (come deve avere) 3 rette eccezionali se le 3 rette doppie nominate sono cuspidali.

Ora si domanda: esisterà effettivamente una superficie F_6 del 6° ordine, dotata di 3 rette cuspidali giacenti in un piano α e passanti per un punto O dove la F_6 abbia un contatto del 5° ordine con sè stessa? e una tale F_6 avrà i caràtteri $p = 1$, $p^{(1)} = 2$?

Le due domande ammettono risposta affermativa.

Possiamo costruire una F_6 dotata delle singolarità domandate nel modo seguente:

Si prendano in un fascio di raggi 3 rette a, b, c. Consideriamo una superficie cubica F_3 per a, b, c. Possiamo costruire un'altra F_3 passante per a, b, c ed avente colla prima un contatto del 5° ordine nel punto O comune alle 3 rette. Le due F_3 si toccano secondo le rette a, b, c come risulta dalla ordinaria rappresentazione piana di una di esse. Prendiamo il piano α delle rette a, b, c contato 3 volte ed un cono cubico Γ di vertice O: la coppia di F_3 e la superficie $\alpha^3 + \Gamma$ dànno luogo ad un fascio di superficie irriducibili del 6° ordine: la superficie generica F_6 del fascio ha appunto in O un contatto del 5° ordine con sè stessa, e possiede le a, b, c come rette cuspidali.

La F_6 dotata di queste singolarità ha anzitutto il genere geometrico $p_g = 1$ perchè possiede *una* quadrica aggiunta: per essa anche il genere numerico $p_n = 1$ perchè, le sue sezioni piane avendo il genere 7, la F_6 possiede ∞^7 superficie cubiche aggiunte cioè le superficie cubiche passanti per a, b, c, ed aventi in O un contatto del 4° ordine con una delle F_3 innanzi considerate (il numero di queste superficie cubiche si valuta tenendo presente la ordinaria rappresentazione piana della F_3). Infine la F_6 ha il genere lineare $p^{(1)} = 2$; ciò si desume dal fatto che il suo bigenere vale

$$P_2 = p^{(1)} + 1 = 3$$

giacchè si hanno ∞^2 superficie cubiche biaggiunte alla F_6, composte del piano α contato due volte e di un qualsiasi piano per O: di ciò si ha una conferma nel fatto che due curve bicanoniche di F_6 si segano in $4(p^{(1)} - 1) = 4$ punti ecc.

4. La riducibilità della curva canonica sopra la superficie che si considera ($p = 1$, $p^{(1)} = 2$) farebbe cadere in difetto il ragionamento svolto innanzi, non permettendo di escludere a priori che le curve bicanoniche (o le loro parti variabili) sieno iperellittiche con due punti base, o che essi si spezzino in coppie di curve di genere due di un fascio. Ma la presenza di nuovi tipi di superficie corrispondenti a questi casi, si escluderebbe a posteriori coll'analisi dei piani doppi con curva di diramazione d'ordine 10 o 8 cui tali superficie dovrebbero potersi riferire mediante il sistema bicanonico, o mediante il sistema aggiunto al fascio di curve di genere due.

5. Passiamo a considerare le superficie di genere lineare $p^{(1)} = 2$ e di genere superficiale $p = 2$. Esse posseggono un fascio lineare di curve canoniche di genere 2. Le curve bicanoniche, aggiunte al fascio, sono ∞^3 e segano su ciascuna curva canonica la g_2^1 che le appartiene. Riferendo proiettivamente gli elementi (curve) del sistema bicanonico ai piani di S_3 la superficie si trasforma in (una quadrica possedente un fascio di rette autoresiduo, dunque in) un cono quadrico da contarsi due volte. Il cono quadrico doppio possiede una curva di diramazione dell'ordine 10 (poichè le coniche sezioni piane rappresentano curve di genere 4 sulla superficie iniziale); tale curva sega le generatrici del cono (immagini di curve del genere 2) in 5 punti.

Per proiezione il cono quadrico doppio dà luogo al:

piano doppio con curva di diramazione del 10° ordine dotata di due punti quintupli infinitamente vicini.

Questo è il tipo delle superficie coi caratteri $p^{(1)} = 2$, $p = 2$, $c\supset\supset$.

Si noti che il ragionamento svolto non può cadere in difetto per la riducibilità delle curve canoniche, bastando, se mai, considerare il sistema aggiunto alle parti variabili di esse il cui genere non può essere < 2 giacchè per ogni superficie con un fascio di curve ellittiche si ha $p^{(1)} = 1$.

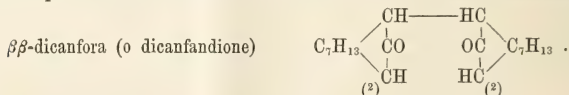
Matematica. — *Sul complesso di 1° ordine delle trisecanti di una superficie immersa in uno S_4.* Nota del prof. E. ASCIONE, presentata dal Socio CREMONA.

Fisica. — *Sulle variazioni di resistenza prodotte dalla trazione nell'argentana e nel nichel crudo.* Nota del dott. M. CANTONE, presentata dal Socio BLASERNA.

Queste due Note saranno pubblicate nel prossimo fascicolo.

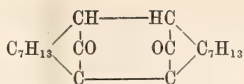
Chimica. — *Azione del sodio sulla dicanfora e sul dicanfanessan-*1,4*-dione e sulla presenza del gruppo* —H_2C—CO—CH= *nella molecola della canfora.* Nota di G. ODDO, presentata dal Socio S. CANNIZZARO.

In due lavori pubblicati nella Gazzetta chimica italiana (1) ho dimostrato che per l'azione del sodio sulla bromocanfora si formano simultaneamente:

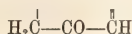
```
                                      CH———HC
                                    /  |      |  \
ββ-dicanfora (o dicanfandione)  C7H13  CO      OC  C7H13 .
                                    \  |      |  /
                                   (2)CH      HC(2)
```

(1) 1893, 316 v. 2° e 1897 v. 1°, fascicolo di febbraio.

(2) Per rendere più facile la composizione tipografica, tralascerò di segnare in questa e in altre formole analoghe la 4ª valenza di questo atomo di carbonio, che sarebbe pure diretta verso il C_7H_{13}, senza formare però doppio legame con quella esistente

$\beta\beta$-dicanfanessan-1,4-dione

```
        CH——HC
       /  |    |  \
C7H13    CO    OC   C7H13
       \  |    |  /
        C———— C
```

oltre il miscuglio degli acidi che ho chiamati canfanoncanfanoico e dicanfandioici.

Studiando ora l' azione del sodio sia sulla dicanfora che sul dicanfanessandione, assieme a ciò che aveva previsto per la formazione graduale di queste sostanze, sono riuscito a dimostrare la scissione della dicanfora in due molecole di canfora e la presenza in questa sostanza del gruppo

$$H_2\overset{|}{C}—CO—\overset{\|}{C}H$$

Infatti sia la dicanfora che il dicanfanessandione reagiscono col sodio in soluzione nel toluene anidro. Trattando con acqua i prodotti delle reazioni si ottengono dalla dicanfora:

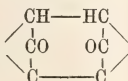
1° se durante la reazione non si è impedito l' accesso dell' aria: canfora e borneolo, oltre a dicanfora, dicanfanessandione e il miscuglio degli acidi;

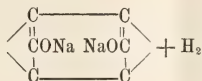
2° se si è evitato l' accesso dell' aria, facendo compire la reazione in corrente d' idrogeno: canfora, borneolo e dicanfora senza nessuna traccia di dicanfanessandione e di acidi.

Dal dicanfanessandione si ottengono dicanfora e dicanfanessandione in quantità quasi uguale e il miscuglio degli acidi.

I risultati di queste esperienze dimostrano quanto ho detto sopra.

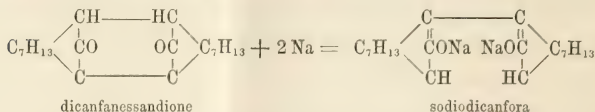
Difatti la riduzione del dicanfanessandione in dicanfora sotto l' azione del sodio in solvente indifferente, come il toluene, non si può spiegare se non si ammette nella molecola di questo composto l' aggruppamento:

```
   CH——HC
  /  |   |  \
    CO   OC
  \  |   |  /
   C———— C
```

che per l' azione del sodio, perdendo idrogeno, possa diventare:

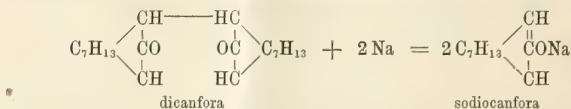
```
   C————C
  /  ||    ||  \
    CONa NaOC    + H2
  \  |     |  /
   C————C
```

L' idrogeno che viene sostituito dal sodio però non si elimina ma si addiziona alla medesima molecola, rompendo il legame del nucleo chinonico che

si era ultimo formato nel processso di condensazione, secondo l'equazione:

$$\begin{array}{ccccc} & CH & \text{———} & HC & \\ C_7H_{13} & CO & & OC & C_7H_{13} \\ & C & \text{———} & C & \end{array} + 2\,Na = \begin{array}{ccccc} & C & \text{———} & C & \\ C_7H_{13} & CONa & & NaOC & C_7H_{13} \\ & CH & & HC & \end{array}$$

dicanfanessandione — sodiodicanfora

La scissione poi della dicanfora in canfora sotto l'azione del sodio in solvente indifferente si può rappresentare analogamente con l'equazione:

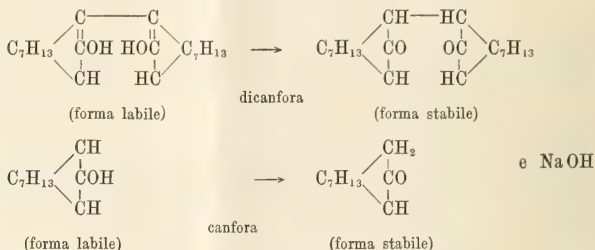
$$\begin{array}{ccccc} & CH & \text{———} & HC & \\ C_7H_{13} & CO & & OC & C_7H_{13} \\ & CH & & HC & \end{array} + 2\,Na = 2\,C_7H_{13}\begin{array}{c} CH \\ CONa \\ CH \end{array}$$

dicanfora — sodiocanfora

Questi due sodiocomposti, come è noto, per l'azione dell'acqua si decompongono dando:

$$\begin{array}{ccccc} & C & \text{———} & C & \\ C_7H_{13} & COH & & HOC & C_7H_{13} \\ & CH & & HC & \end{array} \longrightarrow \begin{array}{ccccc} & CH & \text{——} & HC & \\ C_7H_{13} & CO & & OC & C_7H_{13} \\ & CH & & HC & \end{array}$$

(forma labile) — dicanfora — (forma stabile)

$$C_7H_{13}\begin{array}{c} CH \\ COH \\ CH \end{array} \longrightarrow C_7H_{13}\begin{array}{c} CH_2 \\ CO \\ CH \end{array} \quad \text{e } NaOH$$

(forma labile) — canfora — (forma stabile)

Questa è la prima dimostrazione che si dà della presenza del gruppo

$$-H_2C-CO-CH<$$

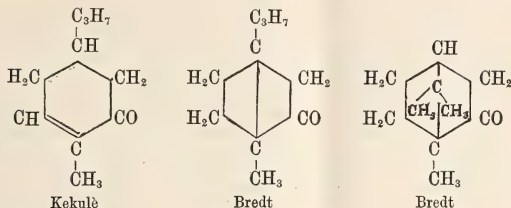
nella molecola della canfora, che io avevo supposto nel 1891 (1) e intrapreso a dimostrare fin dal 1893 (2); e che in seguito Tiemann (3) per interpretare le sue importanti ricerche sulla serie canfolenica e Wagner (4) per ispiegare la formazione dell'acido canfencanforico anch'essi ammisero, sebbene nessuno di loro abbia potuto tentare di ritornare dai prodotti ottenuti alla canfora. Questo fatto nuovo scoperto per la molecola della canfora, è senza dubbio

(1) Gazz. chim. ital. XXI, vol. II, 549.
(2) Ibid. XXIII, vol. I, 70.
(3) Ber. *1895,* 1079 e 2151; *1896,* 127, 3006.
(4) Bull. Soc. chim. 1896, 1719 e 1833.

importante, perchè per esso la formola proposta da Kekulé [1] e le due di Bredt [2] per la canfora:

C_3H_7 — CH; H_2C, CH_2, CH, CO; C — CH_3
Kekulè

C_3H_7 — C; H_2C, CH_2, H_2C, CO; C — CH_3
Bredt

CH; H_2C, CH_2, C, CH_3, CH_3, H_2C, CO; C — CH_3
Bredt

e che sono quelle che hanno incontrato finora il maggior favore fra i cultori di questo campo e i trattatisti, vengono dimostrate erronee. Queste formole difatti al CO oltre il CH_2 finora conosciuto portano attaccato per la 4ª valenza un carbonio quaternario.

Azione del sodio sulla dicanfora in presenza di aria.

Gr. 10 di dicanfora (1 mol.) gr. 1,50 di sodio (2 at.) tagliato in fili sottili e cc. 60 di toluene assoluto furono messi a ricadere in apparecchio asciutto e chiuso con valvola ad acido solforico, a bagno d' olio. Anche a freddo i pezzettini di sodio incominciarono a ricoprirsi di uno strato bruno; all' ebollizione avvenne una reazione alquanto energica, che durò pochi secondi. Dopo aver fatto ricadere per 5 ore rimasero soltanto due globuletti di sodio. Il prodotto, freddo, fu decantato in un imbuto a rubinetto e lavato con acqua. Le due soluzioni furono distillate in corrente di vapore acqueo.

Dalla toluica, dopo eliminato il toluene, distillò una sostanza bianca, molto volatile, che solidificava nella canna del refrigerante. Scacciata questa completamente, nel pallone rimase una massa gialla.

La sostanza bianca, della quale ne raccolsi un' altra porzione dal toluene, disseccandolo con cloruro di calcio e distillandolo con tubo a bolle, era canfora assieme a borneolo. Essa difatti aveva l' odore della canfora, ruotava celermente nell' acqua, e purificata con due sublimazioni fondeva a 174-176° e bolliva a 204-206°. Per ulteriore conferma ne preparai la bromocanfora e la canferossima.

La prima trattando gr. 4 di sostanza con gr. 2 di bromo e poco cloroformio. Dopo parecchie ore di riposo scacciai il solvente distillando a bagno di acqua salata e poi svaporando in una capsula a bagno maria. Il residuo, dopo

[1] Ber. 1873, 929.
[2] Ann. d. Ch., 226, 249 e Ber. 1893, 3047.

averlo spremuto tra carta e cristallizzato ripetutamente da ligroina e da etere, fuse a 76° ed era bromocanfora.

Preparai la canferossima col metodo di Nägeli [1], impiegando gr. 4 di sostanza. Dopo gli otto giorni di riposo, scacciai l'alcool a bagno maria, estrassi il residuo con etere ed, evaporato questo, lo agitai con acido cloridrico diluito ed estrassi di nuovo con etere la parte rimasta non disciolta, neutralizzai quindi esattamente la soluzione cloridrica ed estrassi con etere il precipitato che si formò: il residuo dello svaporamento dell'etere era cristallizzato in aghi, e ricristallizzato da alcool e acqua, fuse a 114°: era canferossima.

Il residuo giallo rimasto nella distillazione a vapor d'acqua da un miscuglio di ligroina e benzina (4:1) cristallizzò in belli aghi gialli p. f. 191-192°: era dicanfanessandione. Per ulteriore conferma ne preparai la dicanfanessanazina, che fuse a 200-201°. Il residuo delle acque portate a secco cristallizzato una volta da acido acetico e una volta da ligroina, fornì una sostanza bianca in prismi p. f. 165-166°: era dicanfora.

Le acque di lavaggio del prodotto della reazione, dopo averle distillate per circa mezz'ora in corrente di vapore, filtrate e acidificate diedero un precipitato bianco voluminoso. Sul prodotto di diverse preparazioni ho fatto le seguenti ricerche:

Lo cristallizzai da alcool e acqua $2:1\frac{1}{2}$ frazionatamente e ottenni diverse frazioni che fondevano tra 200° e 250°. La porzione meno solubile fuse a 142-143°. Disciolsi di nuovo tutto in soda diluita: rimasero nel filtro delle scagliette bianche, splendenti, p. f. 142-143°, solubili negli alcali soltanto a caldo: era l'anidride dell'acido dicanfandioico.

Nel miscuglio solubile nella soda separai l'acido canfanoncanfanoico aggiungendo soluzione concentrata di soda: si formò un precipitato cristallino, che disciolto in acqua, precipitato con acido cloridrico e cristallizzato da alcool e acqua $2:1\frac{1}{2}$ fuse a circa 220°.

La porzione rimasta disciolta nella soda concentrata riprecipitata con gli acidi e cristallizzata dal solito solvente, fuse a circa 250° e diede un sale di calcio insolubile, caratteristico dell'acido β-transdicanfandioico.

Da gr. 10 di dicanfora ottenni circa gr. 3 di canfora, gr. 2 di dicanfanessandione, altrettanto di dicanfora e gr. 0,80 del miscuglio degli acidi.

Se invece di trattare con acqua il miscuglio dei sodiocomposti, si satura con CO_2, si ottiene canfora (e borneol), dicanfora e il miscuglio degli acidi; ma invece del dicanfanessandione il miscuglio dei suoi isomeri non saturi a punto di fusione irregolare.

Azione del sodio sulla dicanfora in corrente d'idrogeno.

Volli provare se nella formazione del dicanfanessandione oltre il tetrasodiodicanfendiol instabile vi concorra l'ossigeno dell'aria. Nella memoria

[1] Ber., 1883, pag. 497.

citata che ho pubblicata contemporaneamente nella Gazzetta chimica ho detto a questo proposito che con gr. 150 di bromocanfora anche in corrente d'idrogeno si forma il dicanfanessandione. Ora agii con gr. 10 di dicanfora. Versai prima il sodio nel toluene e feci gorgogliare la corrente d'idrogeno secco; aggiunsi poscia la dicanfora e soltanto quando tutta l'aria fu scacciata dall'idrogeno incominciai a riscaldare, continuando a far passare idrogeno sempre, sino a che non decomposi con acqua il miscuglio formatosi. La reazione si compì come nel caso precedente; tenni a ricadere soltanto per tre ore. Il processo di separazione e di identificazione delle sostanze ottenute fu identico del tutto a quello descritto precedentemente. Ottenni soltanto canfora, borneolo e dicanfora, senza alcuna traccia nè di dicanfanessandione nè di acidi.

Azione del sodio sul dicanfanessandione.

Operai come nella 1ª esperienza e con le stesse quantità di reagenti (2 at. di sodio per 1 mol. di dicanfanessandione), lasciando libero l'accesso dell'aria. Del sodio usato non rimase che qualche globuletto. Usando il solito metodo di separazione e identificazione, ricavai da gr. 10 di dicanfanessandione gr. 4 di dicanfora, gr. 3 di dicanfanessandione inalterato e gr. 1,50 del miscuglio degli acidi. Non riuscii a constatare la formazione di canfora.

Azione del sodio sul dicanfenessadienperossido.

La reazione si compie come nel caso precedente, trattando con acqua i prodotti dell'azione del sodio si ottengono ugualmente dicanfora, dicanfanessandione e il miscuglio degli acidi. Non riuscii a constatare tracce di dicanfenessadienperossido inalterato.

Chimica fisica. — *Azione sullo zinco dell'acido cloridrico sciolto nei solventi organici.* Nota di F. Zecchini presentata dal Corrispondente Nasini [1].

L'argomento che io ho cominciato a studiare non è stato sin qui trattato da nessuno, che io sappia, e mi sembra che offra molto interesse in riguardo alla teoria della dissociazione elettrolitica in generale e alla questione della tensione di dissoluzione in modo speciale.

Il mio lavoro non è completo, ma avendo dovuto lasciare l'Istituto Chimico dell'Università di Padova in cui ho eseguito le esperienze, che qui trovansi descritte, ho creduto opportuno di pubblicarle, riservandomi di con-

[1] Lavoro eseguito nell'Istituto di chimica generale dell'Università di Padova. — Presentato nella seduta del 7 gennaio 1897.

tinuare lo studio, se i mezzi di cui dispone questo laboratorio (Istituto tecnico di Modica) me lo permetteranno.

Io mi proposi di studiare come procedeva la reazione fra lo zinco e l'acido cloridrico sciolto nei diversi solventi organici, quali l' alcool metilico, l' alcool etilico, l' alcool amilico, l' acetone e l' etere solforico.

Cercai di mettermi in condizioni tali che sugli alcoli l' acido non facesse subire un' eterificazione marcata, e feci poi agire dei cilindretti di zinco puro della stessa superficie, e per quanto fosse possibile, anco dello stesso peso; specialmente ebbi cura di mantenere costante la superficie di contatto, almeno nei limiti che si possono raggiungere esperimentalmente.

Per avere un' agitazione continua, mi servii di un apparecchio formato di un motore ad acqua che trasmetteva il movimento ad una ruota, la quale alzando ed abbassando una leva alzava ed abbassava il cilindro di zinco che s' immergeva nel cilindro contenente la soluzione cloridrica.

Potendo regolare la quantità d' acqua che mandavo nel motore mi riusciva facilmente di ottenere una agitazione costante e regolare, in modo tale che l' agitatore percorresse in un minuto 72 volte la colonna liquida.

I cilindretti di zinco erano della lunghezza di 28 mm. con un diametro di 3 mm.; perciò presentavano una superficie d' attacco di 278 mm.

Il vaso che conteneva la soluzione cloridrica veniva poi messo in un bagno, che si manteneva ad una temperatura di 20°.

Nel massimo numero dei casi, facevo durare la reazione 20 minuti, servendomi sempre di un cilindretto di zinco nuovo, per presentare all' azione dell' acido cloridrico una superficie il più possibile identica, avendo così cura di trovarmi sempre nelle stesse condizioni. Per misurare poi la velocità di attacco mi servivo di una soluzione di $KOH \frac{N}{5}$: misuravo l' acidità prima della reazione e poi successivamente dopo 20 minuti; prelevando 10 cc. di soluzione determinavo l' acidità residua. Nella tabella seguente è riportato il numero dei centimetri cubi di potassa $\frac{N}{5}$ occorsi per saturare sempre 10 c. c. di soluzione cloridrica.

Soluzione di $HCl \frac{N.}{2}$ *Quantità iniziale 100 cc. - T.* 20°.

Durata della reazione	$HCl \frac{N}{2}$ in alcool metilico		$HCl \frac{N}{2}$ in alcool etilico		$HCl \frac{N}{2}$ in acetone		$HCl \frac{N}{2}$ in alcool amilico		$HCl \frac{N}{2}$ in acqua	
	I. Esper.	2. Esper.	I. Esper.		I. Esper.	2. Esper.				
m^i 0	25 cc.	25 cc.	25 cc.		23,8 cc.	22,2 cc.	Attacco piccolissimo.	Attacco piccolissimo.	25 cc.	
20	17,4 »	17,8 »	22,6 »		15,8 »	15 »			23,6 »	
40	14,6 »	14,8 »	19,8 »		13 »	11,8 »			23 »	
60	11,8 »	12,4 »	17,8 »		10,2 »	8,2 »			22,4 »	
80	9,2 »	9,8 »	16,4 »		8,4 »	7 »			21,8 »	

Soluzione di HCl $\frac{N.}{2}$ *Quantità iniziale 200 cc. - T.* 20°.

Durata della reazione	HCl $\frac{N}{2}$ in alcool metilico		HCl $\frac{N}{2}$ in alcool etilico		HCl $\frac{N}{2}$ in acetone		HCl $\frac{N}{2}$ in alcool amilico		HCl $\frac{N}{3}$ in acqua	
0	25 cc.	24 cc.	25 cc.		25 cc.	26,2 cc.	Attacco piccolissimo.	Attacco piccolissimo.	25 cc.	
20	21,4 »	20,4 »	23,8 »		20 »	21.4 »			23.8 »	
40	18 »	17 »	22,4 »		16,2 »	18 »			23,4 »	
60	16,2 »	14,4 »	21,2 »		13,4 »	15,8 »			23 »	
80	14,4 »	11,6 »	19,8 »		10,6 »	12,4 »			22,8 »	
100	12,6 »	9,6 »	18,4 »		9,6 »	10 »				
120			17,8 »							

Soluzione di HCl $\frac{N.}{2}$ *Quantità iniziale 100 cc. - T.* 20°.

Durata della reazione										
0	50 cc.	49 cc.	50 cc.	50 cc.	50 cc.		Attacco piccolissimo.	Attacco piccolissimo.	50 cc.	
20	34,2 »	33,4 »	42,8 »	43,8 »	30 »				48 »	
40	37 »	24,8 »	37 »	38 »	22,2 »				46,8 »	
60	22,2 »	19,6 »	32 »	32,6 »	18 »				44 »	
80	19,4 »	16 »	28,2 »	28,8 »	15,2 »				42 »	
									41 »	

Soluzione di HCl $\frac{N.}{2}$ *Quantità iniziale 200 cc. - T.* 20°.

Durata della reazione										
0	50 cc.	49 cc.	50 cc.	50 cc.	50 cc.		Attacco piccolissimo.	Attacco piccolissimo.	50 cc.	50 »
20	41 »	39,4 »	47 »	46,2 »	40 »				48,6 »	48,8 »
40	34,6 »	32,6 »	43 »	43,4 »	34 »				47,2 »	47,2 »
60	30 »	28,8 »	39,8 »	40 »	29,2 »				46,4 »	46,4 »
80	27,2 »	25 »	36,6 »	36,8 »	25 »				42,2 »	46,4 »
100	25 »		34 »	34,2 »	21,6 »				41,8 »	46,4 »
120	24,2 »		32,6 »	32,4 »	20,8 »				40,8 »	

Soluzioni di HCl $\frac{N.}{2}$ *Quantità iniziale 100 cc.*

Durata della reazione m. 100. - T. 20°

											KOH $\frac{N}{5}$
0	25 cc.	25 cc.	25 cc.	25 cc.	25 cc.	25 cc.	25 cc.	25 cc.	25 cc.	25 cc.	
100	9,0 »	8,8 »	15,6 »	15,2 »	7,4 »	8,2 »	24,4 »	24,4 »	16,8 »	16,8 »	» »
Fu consumato tanto HCl corrispondente di KOH $\frac{N}{5}$a	16 »	16.2 »	9,4 »	9,8 »	17,6 »	16,8 »	0,6 »	0,6 »	8,2 »	8,2 »	

L' alcool metilico di cui mi son servito era stato disidratato prima sul solfato di rame anidro, poi distillato sull' ossido di bario e da ultimo distillato in presenza di acido tartrico. L' alcool etilico venne disidratato prima coi soliti mezzi, poi col solfato di rame anidro, e finalmente ridistillato dopo l' aggiunta di alcuni pezzetti di sodio. L' alcool amilico scioglie bene l' acido cloridrico con un notevole sviluppo di calore; alla concentrazione corrispondente a quella normale la soluzione non manda fumi, ma ben presto si colora in giallo e finisce coll' annerire resinificandosi. L' acetone adoperato lo avevo fatto digerire sul cloruro di calcio per 15 giorni e da questo distillato. Le soluzioni di acido cloridrico in acetone fumano se esposte all' aria e dopo qualche tempo incominciano ad imbrunire.

Per l' etere non potei fare prove comparative, per la grande difficoltà di avere delle soluzioni corrispondenti a quelle alcooliche e per il fatto che le soluzioni eteree di acido cloridrico fumano fortemente esponendole all' aria, assorbono umidità e così vengono a determinarsi delle differenze rilevantissime nei risultati finali, come mostrerò più innanzi. Solo posso assicurare che la velocità di attacco fra lo zinco e la soluzione di HCl nell' etere è maggiore che in tutti gli altri solventi fino ad ora studiati.

Ho osservato che piccolissime quantità d' acqua influiscono assai sulla velocità d' attacco fra lo zinco e l' acido cloridrico sciolto nell' etere. A tal uopo mi preparai dell' etere solforico puro ed assoluto coi soliti mezzi di purificazione e di disidratazione, e finalmente ottenni un prodotto che lasciai sul sodio per 20 giorni. Dopo 8 giorni, non si vedeva più sviluppo di bolle nell' etere: allora aggiunsi nuovo sodio e lasciai l' etere ancora per 12 giorni sul sodio, senza che si potesse osservare la più piccola bolla: quindi distillai quest' etere sul sodio e lo raccolsi in un collettore a tre fori. Uno era in comunicazione coll' apparecchio a distillazione dell' etere; un secondo in comunicazione coll' apparecchio a svolgimento dell' acido cloridrico secco; e per il terzo passava un tubo di vetro chiuso col mezzo di un tubo di gomma e morsetta, che doveva servire per introdurre lo zinco.

Questo apparecchio mi metteva nelle condizioni di avere etere solforico ed acido cloridrico completamente anidri, e perciò potevo osservare quale era la velocità d' attacco in queste condizioni.

Per eseguire l' esperienza, cominciavo a distillare l' etere fino a metà del collettore; poi levavo la bottiglia a distillazione dell' etere, ed all' imboccatura del refrigerante mettevo un tappo che portava un tubo di vetro, al quale, per mezzo di tubi di gomma, univo due tubi a cloruro di calcio, per evitare che l' umidità dell' aria entrasse dall' imboccatura del refrigerante.

Avuto in tal modo dell' etere anidro, facevo in questo gorgogliare l' acido cloridrico secco proveniente da un apparecchio Kipp che conteneva nella boccia mediana del cloruro ammonico, sul quale facevo arrivare dell' acido solforico concentratissimo nel solito modo.

Quando l' acido veniva a contatto del cloruro ammonico, si svolgeva dell' acido cloridrico gassoso, che facevo passare prima per una bottiglia di lavaggio e disidratante contenente acido solforico concentratissimo; poi la bottiglia di lavaggio era in congiunzione con due grandi tubi ad U a cloruro di calcio, ed infine il gas HCl lo facevo passare attraverso a tre tubi contenenti anidride fosforica.

In tal modo potevo esser sicuro di avere dell' acido cloridrico perfettamente anidro.

L' acido così preparato lo facevo gorgogliare nell' etere raccolto senza che vi fosse contatto coll' aria, e preparavo in tal modo le soluzioni eteree di acido cloridrico.

Nelle soluzioni così preparate, per mezzo del terzo foro facevo arrivare un pezzo di zinco preparato nel modo già descritto e osservavo l' attacco fra l' acido e lo zinco. Appena lo zinco veniva in contatto della soluzione, si manifestava immediatamente l' attacco e si svolgevano bollicine minutissime, ma in gran numero, e contemporaneamente si separava una sostanza bianca, che aveva un' apparenza di squame cristalline e che dovrebbe essere cloruro di zinco; ma non l' ho potuto ancora definire coll' analisi per tale.

Se a questa soluzione si aggiunge una piccola quantità d' acqua, si osserva un attacco più vivo, e le bollicine che si sviluppano sono di dimensioni maggiori; e l' attacco aumenta mano mano che si aggiunge maggiore quantità d' acqua.

Resta però sempre il fatto che la velocità d' attacco dell' acido cloridrico sciolto nell' etere sullo zinco, è di gran lunga maggiore che la velocità d' attacco dell' acido stesso sciolto in acqua.

Per fare le esperienze, mi son servito di una soluzione di HCl nell' etere circa $\frac{N}{3}$, non potendo misurare con certezza la concentrazione per le ragioni anzidette; e tale soluzione mi diede i seguenti risultati:

Soluzione di HCl $\frac{N}{3}$ (circa) nell' etere sullo zinco. Volume 125 cc. e T. 20°

I.

I. soluzione anidra	in 2′ ebbi uno sviluppo di cc.	5.5 di gas
II. » con una goccia d' acqua	» » » »	8.0 »
III. » con un decimo cc. d'acqua	» » » »	13.0 »
IV. » con 2.5 decimi cc. d' acqua	» » » »	18.5 »
V. » con 5 decimi cc. d' acqua	» » » »	23.0 »

II.

I. Soluzione anidra	in 2′ ebbi uno sviluppo di cc.	6.00 di gas
II. » con $^1/_2$ cc. d' acqua	» » » »	26.00 »

Risultato di altre esperienze fatte con etere ripreparato anidro, servendomi dei metodi sopra descritti:

I. Soluzione anidra	in 2′ ebbi uno sviluppo di cc.	6.00 di gas
II. » »	» » » »	5.75 »

Aggiungendo a queste soluzioni anidre piccole quantità misurate d'acqua, ottenni sempre risultati analoghi a quelli sovraccennati.

Ho voluto poi osservare, se le piccole quantità d'acqua avessero una eguale influenza sulle soluzioni alcooliche, metiliche ed etiliche, acetoniche, di acido cloridrico, e trovai in tutti questi casi dei risultati opposti.

Prendendo una soluzione di acido cloridrico sciolto in alcool metilico disidratato coi mezzi precedentemente indicati, trovai una velocità d'attacco corrispondente ai dati già esposti. Man mano che si aggiungono a dette soluzioni anidre piccole quantità d'acqua, la velocità d'attacco diminuisce. Lo stesso succede per le soluzioni in alcool etilico e in acetone.

Fra le esperienze eseguite, meritano una speciale osservazione quelle fatte coll'acido cloridrico in soluzione eterea sullo zinco.

È noto che in base alle teorie ora ammesse, l'energia degli acidi è determinata dalla maggior o minor jonizzazione dell'acido; ora esperienze di conducibilità elettrica provano che l'acido cloridrico nell'etere non è dissociato e perciò in queste condizioni non dovrebbe attaccare lo zinco; mentre l'esperienza ci dimostra il contrario, trovandosi una velocità d'attacco molto maggiore che nelle soluzioni acquose corrispondenti, nelle quali l'acido è quasi totalmente dissociato.

Mi limito ora a fare cenno di tal fatto, riservandomi di studiare più profondamente il fenomeno.

Trattandosi di esperienze preliminari, non ho nemmeno tentato di vedere se erano applicabili le formole che esprimono la velocità di reazione in sistemi non omogenei: è noto che esse non rappresentano bene nemmeno la velocità di attacco degli acidi acquosi sopra i metalli e sopra il carbonato di calcio, tante sono le cause perturbatrici della trasformazione principale. Sopra alcuni punti richiamo l'attenzione:

In alcuni dei solventi da me esaminati, la velocità d'attacco sullo zinco per parte dell'acido cloridrico è maggiore che quando questo è sciolto nell'acqua; ora, come dissi, si ammette che questa velocità sia tanto maggiore, quanto maggiore è l'jonizzazione dell'acido, la quale, come è noto, raggiunge il suo massimo nel solvente acqua, mentre è nulla o quasi nell'etere. D'altra parte, sembrerebbe che la velocità stessa fosse tanto più grande quanto volatile è il solvente, o per lo meno che su di essa questa proprietà del solvente avesse influenza grandissima. Se le traccie d'acqua, che non possono eliminarsi dai liquidi usati, o quelle che eventualmente possono formarsi nella reazione, sieno bastanti a determinare la velocità d'attacco, la quale sarebbe poi facilitata dalla maggiore volatilità del solvente, che permette all'idrogeno di liberarsi più rapidamente, è questione che merita studî ulteriori.

P. B.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 7 marzo 1897.

F. Brioschi Presidente.

MEMORIE E NOTE
DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Meteorologia. — *Sull'insolazione al nord, al centro ed al sud d' Italia.* Nota del Socio P. Tacchini.

Astronomia. — *Sulla teoria di Wilson relativa al livello delle macchie solari.* Nota del Corrispondente A. Riccò.

Queste Note saranno pubblicate nel prossimo fascicolo.

Fisiologia. — *L' accrescimento progressivo in peso e in azoto della larva del bombice del gelso, in ordine all' alimentazione occorrente nelle successive età* (1). Nota del Socio Luciani in collaborazione col dott. Lo Monaco.

Nel maggio e giugno del 1895, valendoci di una piccola partita di bachi da seta di razza gialla ascolana, coltivata *ad hoc* nell' Istituto Fisiologico di Roma, abbiamo determinato con ricerche seriali giornaliere il *peso* e l' *azoto* di un certo numero di bachi della identica età e sviluppo. Ogni mattina, ad ora fissa, ne prendevamo un certo numero (variabile nelle diverse età), li pesavamo con bilancia chimica, e quindi li sacrificavamo per determinarne l' *azoto totale* col metodo Kyeldahl.

(1) Ricerche eseguite nell' Istituto Fisiologico della R. Università di Roma.

L' allevamento essendo stato condotto alla temperatura naturale (17-20° C.), tutta la fase della vita larvale, compresi tre giorni della tessitura del bozzolo, si protrasse per 40 giorni (dal 2 maggio all' 11 giugno). L' alimentazione fu abbondante durante il giorno, e sospesa nelle ore notturne, durante le quali l' Istituto rimaneva chiuso. Ciò non ostante la coltivazione riuscì bene e senza alcuna perdita per malattie.

Riassumiamo nella seguente tabella il complesso dei dati numerici raccolti, tanto quelli del *peso* (A) che dell' *azoto* (B), ragguagliati a 1000 individui. Da queste cifre abbiamo dedotte col calcolo quelle del percentuale, riguardanti cioè il *numero d' individui* (A') e l' *azoto* (B') contenuto in 100 grammi di bachi.

Giorni di età	A Peso di 1000 individui	B Azoto di 1000 individui	A' Numero d' individui contenuti in 100 gr.	B' Azoto di 100 gr. di bachi	Note	Giorni di età	A Peso di 1000 individui	B Azoto di 1000 individui	A' Numero d' individui contenuti in 100 gr.	B' Azoto di 100 gr. di bachi	Note
0	0,375	0,012	266600	5,97	Bacolini appena nati	21	186,8	2,31	535	1,23	
1	0,574	0,022	174200	3,90		22	255,0	3,43	392	1,34	
2	1,061	0,030	94250	2,90		23	348,6	3,55	286	1,01	
3	1,772	0,039	56430	2,06		24	466,4	6,66	214	1,42	
4	2,345	0,047	42640	2,02		25	698,7	9,24	143	1,32	
5	3,766	0,071	26818	1,89		26	814,2	11,48	122	1,40	
6	4,574	0,085	21862	1,86	1a Dormita	27	816,0	11,66	120	1,42	4a Dorm.
7	5,157	0,094	19391	1,81		28	746,5	10,92	133	1,46	
8	7,676	0,134	13027	1,75		29	877,2	13,72	114	1,56	
9	9,892	0,157	10109	1,58		30	1127	15,68	88	1,39	
10	16,97	0,224	5892	1,32		31	1362	18,76	73	1,37	
11	24,93	0,381	4011	1,52		32	1785	26,60	56	1,49	
12	32,40	0,490	3086	1,51		33	2775	44,10	36	1,58	
13	34,70	0,504	2881	1,45	2a Dorm.	34	3332	60,90	30	1,82	
14	43,76	0,672	2285	1,53		35	4404	91,10	22	2,06	
15	51,68	0,756	1934	1,40		36	3179	68,60	31	2,15	Purgazione
16	77,38	1,01	1292	1,30		37	2676	69,30	37	2,18	
17	108,3	1,46	923	1,34		38	2214	59,36	45	2,68	Tessitura del bozzolo
18	148,6	2,02	675	1,36		39	1838	37,24	53	2,02	
19	171,4	2,13	583	1,24	3a Dorm.	40	1615	32,48	61	2,01	
20	174,6	2,24	572	1,28							

I dati numerici delle colonne A e B forniscono la nozione esatta dell' accrescimento progressivo in peso e in azoto della larva del bombice del gelso nei giorni successivi della sua vita. Da esse si possono ricavare due curve di andamento assai somigliante, che ricordano in tutti i

particolari essenziali, la curva dell' aumento progressivo dell' attività respiratoria del baco, da noi esposta in una Nota precedente, presentata alla R. Accademia dei Georgofili di Firenze (1). Volendo limitarci a descrivere il decorso generale delle tre curve suddette, diremo che il loro innalzarsi dal livello dell' ascissa è lentissimo nelle due prime età, si accentua alquanto nella terza, assai più nella quarta, per raggiungere infine rapidamente nella quinta un' altezza colossale, che tocca l' acme quando il baco è maturo.

Ad ogni accesso di *letargo*, o come suol dirsi, ad ogni *dormita* con cui termina ciascuna delle prime quattro età (che secondo le nostre precedenti ricerche coincide con un abbassamento dell' attività respiratoria), si nota un sensibile rallentamento dell' accrescimento del peso e dell' azoto assimilato dal baco, perchè durante detti periodi il baco si astiene quasi completamente dal cibo. Durante la quarta dormita, e precisamente al 28mo giorno di età, si nota una sensibile diminuzione tanto del peso che dell' azoto, dovuta probabilmente al fatto che i bachi oltre all' essersi astenuti dal cibo, hanno vuotato il contenuto intestinale.

Al 35mo giorno di età, come si scorge nella tabella, i bachi raggiungono la maturità, e quindi assumono il massimo peso, e la massima quantità assoluta di azoto. Nei due giorni successivi si ha quel periodo ben distinto della vita del baco, che nella nostra precedente Memoria già citata noi chiamammo della *purgazione*, durante il quale il baco non mangia o assai stentatamente, ed emette tutti i residui alimentari dei pasti abbondantissimi dei giorni precedenti, per predisporsi alla tessitura del bozzolo. È appunto questa *catarsi* o vuotamento intestinale, che determina quella notevole diminuzione di peso e di azoto che si osserva nella tabella al 26mo e 27mo giorno.

La diminuzione di peso e di azoto si accentua successivamente nei tre ultimi giorni, durante i quali ha luogo la tessitura dei bozzoli. Questo fatto evidentemente dipende dalle perdite che subisce il filugello per la secrezione della materia serica.

I dati raccolti nella colonna A′ sono dedotti da quelli della colonna A, e rappresentano la *curva invertita dell' accrescimento del baco*. È evidente infatti che coll' aumentare progressivo del peso del baco, va diminuendo in proporzione il numero d' individui occorrenti per raggiungere il peso di 100 grammi.

Molto interessante è invece il considerare le variazioni dei valori percentuali in azoto rappresentati dai dati numerici della colonna B′. Si nota che nella prima decade i detti valori vanno regolarmente diminuendo (da 5,97 a 1,32): che nella seconda e terza decade oscillano leggermente nelle frazioni decimali, senza apparente tendenza a crescere o diminuire, che nella quarta decade infine aumentano di nuovo (da 1,37 a 2,68).

(1) V. gli Atti di detta Accademia, anno 1895, vol. XVIII, disp. 1ª.

L' interpretazione logica di questi fatti non ci sembra difficile. Evidentemente il *diminuendo* del percentuale dell' azoto nella prima decade è un effetto indiretto dell' alimentazione del baco. Nella composizione chimica della foglia del gelso prevalgono assai le sostanze non azotate sulle azotate. Secondo la media di 10 nostre determinazioni, la foglia delle vicinanze di Roma, di cui ci servimmo per l' allevamento, contiene allo stato fresco ed esclusi i gambi 1,171 °/₀ di azoto, mentre i bacolini appena nati ne contengono poco meno del 6 °/₀. A misura dunque che il baco si va nutrendo di foglia, si deve accrescere nel suo organismo la quantità delle sostanze non azotate (idrati di carbonio e grassi), e diminuire relativamente quella delle sostanze azotate (proteiche o albuminoidi). Questo successivo immagazzinarsi nell' organismo del baco di sostanze non azotate, non progredisce oltre la prima decade; nella seconda e terza decade si ha uno stato quasi stazionario del rapporto tra le sostanze azotate e le non azotate. Le oscillazioni che si notano in questo lungo periodo possono dipendere dal maggiore o minore accumulo di residui alimentari negl' intestini dei bachi adoperati per le analisi nei diversi giorni. Finalmente per ispiegare il *crescendo* del percentuale dell' azoto nell' ultimo periodo, basta considerare che è appunto durante questo tempo che si sviluppano enormemente le glandole setifere, ove si va accumulando una forte quantità di sostanze seriche molto azotate (sericina e fibroina), destinate alla formazione del bozzolo ([1]). Secondo la media di 11 nostre determinazioni (sempre col metodo Kjeldahl) della quantità di azoto contenuta in complesso nella materia serica dei bozzoli, ci risulta che esso vi raggiunge il 14,92 °/₀, mentre abbiamo veduto che i bacolini appena nati non ne contengono che 5,97 °/₀. Dopo questo risultato potrà destar meraviglia non tanto il fatto che nella 5ª età, pel tumultuario sviluppo dei scrittèri, il percentuale dell' azoto dei bachi aumenti, ma piuttosto che aumenti in maniera troppo lieve, se quest' ultimo fatto non trovasse una adeguata e chiara spiegazione nella circostanza, che durante l' ultima età, l' intestino del baco si trova fortemente ricolmo di materie alimentari di cui fa uso quasi incessante, le quali essendo poco azotate, debbono contribuire ad abbassare il percentuale suddetto. La riprova che questa non sia una gratuita supposizione, sta nel fatto che durante i due giorni di purgazione, e nel giorno in cui i bachi cominciano a tessere il bozzolo, il percentuale dell' azoto raggiunge la cifra più alta.

Nel 1867 il chimico francese Peligot riescì con belle ricerche a dimostrare, che il baco da seta non è capace di fissare l' azoto atmosferico ([2]),

([1]) V. i dati delle ricerche dell' Haberlandt riportate dal Verson nel suo recente trattato *Il filugello e l' arte serica* — Drucker — Padova 1896, pag. 153.

([2]) Eug. Peligot, *Études chimiques et physiologiques sur les vers à soie.* Annales de Chimie et de Physique, 1867, vol. XII, pag. 445.

verità scientifica ammessa senza contrasto per tutti gli animali e vegetali in generale, eccettuato quel gruppo a cui viene assegnata l'importantissima funzione della *nitrificazione*. Ciò ammesso è evidente che debba esistere una perfetta equazione tra l'azoto totale contenuto nel baco in un periodo qualunque del suo sviluppo, e quello contenuto nella quantità complessiva di foglia di gelso da esso assimilata sino a quel giorno. Secondo i risultati dei nostri esperimenti, quando il baco raggiunge la maturità, vale a dire il massimo peso, esso contiene gr. 91,1 di azoto per ogni 1000 individui. Siccome la foglia di gelso di cui ci servimmo per la coltivazione, contiene come dicemmo dianzi, gr. 11,71 di azoto per chilogrammo, ne segue che 1000 bachi, giunti alla maturità, debbono avere mangiato kg. 7,777 di foglia, considerando come una quantità trascurabile la piccolissima dose di azoto che essi contengono appena nati.

Ma non tutto l'azoto della foglia mangiata dai bachi entra a far parte del loro organismo: una notevole quantità di esso è eliminata giornalmente colle *excreta*. Sicchè per determinare abbastanza esattamente la quantità totale di foglia mangiata dai bachi durante la loro vita, non basta precisare la quantità di azoto da essi assimilata e immagazzinata; ma è necessario conoscere anche la quantità complessiva di azoto da essi emessa colle deiezioni. Abbiamo provveduto a questo intento con una distinta serie di ricerche sul *ricambio materiale* del baco, fatte nell'ultima età. Durante la settimana che precede la tessitura dei bozzoli, abbiamo determinato giornalmente sia il peso e l'azoto contenuto nella foglia mangiata, sia il peso e l'azoto degli escrementi.

L'esperimento ebbe luogo su 50 bachi coetanei dello stesso grado di sviluppo. Ogni mattina si prendeva una certa quantità di foglia sufficiente per la giornata all'alimentazione dei 50 bachi, e tolti i gambi, si pesava con bilancia chimica. Si pesavano anche due altri piccoli saggi di foglia, uno destinato alla determinazione dell'azoto col solito metodo, e l'altro per determinare la diminuzione di peso che subiva dopo 24 ore, per effetto dell'evaporazione acquosa che ne produce l'appassimento. Ciò eseguito, si raccoglievano esattamente da un lato tutti i residui della foglia somministrata ai 50 bachi nelle 24 ore precedenti (il così detto *letto*), e dall'altro lato tutti gli escrementi o cacherelli emessi nella stessa unità di tempo. Dei primi si determinava esattamente il peso, tenendo conto dell'appassimento subìto per evaporazione, onde stabilire con esattezza la quantità precisa della foglia mangiata; dei secondi si determinava oltre il peso, la quantità totale dell'azoto. Questi pochi schiarimenti sono sufficienti per intendere i metodi seguiti per raccogliere i dati numerici contenuti nella seguente tabella.

Data	Peso di 50 bachi	A Foglia ingerita	A′ Azoto della foglia ingerita	B Peso degli escrementi	B′ Azoto degli escrementi	A′ – B′ Azoto assimilato	A″ Azoto di 100 gr. di foglia	B″ Azoto di 100 gr. di escrementi	Note
31 Maggio	38,932	—	—	—	—	—	—	—	L' alimentazione ha luogo abbondantemente durante il giorno, ed è sospesa durante la notte.
1 Giugno	45,076	20,084	0,254	5,066	0,118	0,136	1,39	2,33	
2 »	67,653	40,952	0,518	7,358	0,154	0,364	1,07	2,09	
3 »	78,074	54.150	0,685	18,688	0,316	0,369	1,17	1,69	
4 »	110,639	83,625	1,058	29,914	0,397	0,661	1,25	1,32	
5 »	129,808	77,907	0,985	38,112	0,410	0,575	1,37	1,07	
6 »	153,045	104,363	1,320	34,563	0,418	0,908	1,37	1,21	
7 »	170,243	98,610	1,247	39,970	0,481	0,766	1,24	1,20	
			0,867			0,540	1,26		Cifre medie

Come era da prevedersi in seguito ai risultati dei precedenti esperimenti, tanto il peso e l'azoto della foglia ingerita, quanto il peso e l'azoto degli escrementi (AA′, BB′), aumentano grandemente nei giorni successivi di ricerca, eccettuato il giorno 5, in cui nei dati delle colonne AA′ si osserva una leggera diminuzione, causata dal fatto accidentale che in quel giorno la foglia ci giunse in laboratorio col ritardo di alcune ore.

Interessante è il considerare il *diminuendo* quasi regolare del percentuale dell'azoto degli escrementi (B″), il quale dimostra che nell'ultima età dei bachi, ha luogo una digestione e assimilazione sempre più perfetta delle sostanze albuminoidi contenute nell'alimento. Questo fatto armonizza perfettamente, ed è una splendida riprova dell'altro da noi precedentemente rilevato del *crescendo* del percentuale dell'azoto del baco, che si osserva nell'ultima età, dovuto al fatto dello sviluppo tumultuario delle glandole setifere.

Il dato fondamentale che era lo scopo precipuo di queste ricerche, di stabilire cioè, con sufficiente approssimazione, il rapporto tra la quantità di azoto introdotto negli alimenti e quella dell'azoto eliminato cogli escrementi, si deduce facilmente dalla differenza tra la media dei dati della colonna A′ esprimenti l'azoto della foglia ingerita, e la media dei dati della colonna A′-B′ esprimenti l'azoto assimilato. Da esse medie si ricava che dell'azoto totale contenuto nella foglia mangiata dal baco, il 37,69 °/₀ si elimina colle *excreta*, e così la quantità assimilata dal baco si riduce al 62,31 °/₀.

Dopo ciò prendendo di nuovo in esame il fatto precedentemente acquisito che 1000 bachi pervenuti alla maturità hanno assimilato gr. 91,10 di azoto, si può facilmente dedurre che essi hanno perduto come *excreta* gr. 55,10 di azoto. Infatti;

$$62{,}31 : 37{,}69 :: 91{,}10 : 55{,}10.$$

Sommando 91,10 (azoto assimilato) con 55,10 (azoto escreto), si hanno in complesso gr. 146,20, che rappresentano l'azoto totale introdotto coll'ali-

mento da 1000 bachi, per giungere alla maturità. Ora assunta la nostra cifra media dell' azoto contenuto in un chilogr. di foglia eguale a gr. 11,71, si ha che gr. 146,20 di azoto, corrispondono a kgr. 12,485 di foglia, cifra che rappresenta la quantità totale di foglia mangiata da 1000 bachi durante tutto il corso della loro vita. Calcolando per un'oncia commerciale di gr. 30 di semebachi (che secondo le nostre ricerche, eseguite prima dell' incubazione delle uova, corrisponde in cifra tonda a 47000 individui), si ha la somma totale di foglia mangiata eguale a kgr. 586,795.

Naturalmente questa cifra è assai minore al peso della foglia che i coltivatori impiegano per l' allevamento di gr. 30 di uova di filugello. In essa infatti non è tenuto conto che della foglia *mangiata*, e sono esclusi dal calcolo i ramoscelli, i gambi delle foglie, e i residui di queste, che costituiscono nel complesso i così detti *letti*. È evidente che secondo la prodigalità maggiore o minore del bachicultore, la quantità di foglia che si perde inutilmente coi letti, può aumentare o diminuire. La risultante di queste nostre ricerche induce a pensare che molta della foglia somministrata ai bachi potrebbe essere economizzata con un'alimentazione più razionale e meno prodiga.

Calcolando, con dati raccolti, la quantità di foglia mangiata dai bachi nelle successive età, per vedere in quali proporzioni essa va aumentando dalla prima all'ultima età, abbiamo ottenuto i risultati esposti nel seguente specchietto:

Età successive	Durata delle medesime	A Azoto assimilato da 1000 bachi	A′ Azoto escreto da 1000 bachi	A + A′ Azoto totale introdotto da 1000 bachi	B Foglia di gelso mangiata da 1000 bachi	B′ Foglia di gelso mangiata da 47000 bachi
1ª età	2-9 mag.	0,094 gr.	0,056 gr.	0,150 gr.	12,809 gr.	0,602 Kgr.
2ª »	10-15 »	0,410 »	0,249 »	0,659 »	54,277 »	2,645 »
3ª »	16-22 »	1,736 »	1,049 »	2,785 »	239,831 »	11,178 »
4ª »	23-30 »	9,420 »	5,696 »	15,156 »	1294,278 »	60,831 »
5ª »	31-6 giug.	79,440 »	48,050 »	127,450 »	10833,860 »	511,539 »
Totali. . .		91,100 »	55,100 »	146,200 »	12485,055 »	586,795 »

Questi risultati differiscono assai da quelli forniti dai diversi autori, fondandosi nel peso lordo complessivo della foglia consumata negli allevamenti. La differenza non è molta riguardo alla quantità di foglia occorrente nella quinta età; ma è invece fortissima in quella consumata nelle prime quattro età. Ciò appare manifesto confrontando i nostri dati con quelli forniti dal Dandolo e rettificati dal Maillot [1]. Sicchè possiamo concludere che le nostre ricerche hanno messo in luce questo fatto abbastanza degno di rilievo dal punto di vista pratico, e cioè che i coltivatori consumano nelle

[1] V. Verson e Quajat, *Il filugello e l' arte serica*. Fr. Drucker, Padova, 1896, pag. 208.

prime quattro età una quantità di foglia assai maggiore di quella che i bachi possono effettivamente consumare, anche tenuto conto dei necessari residui rappresentati dai letti.

Perchè questo forte sciupio di foglia ha luogo nelle prime quattro età, e non si avverte abbastanza sensibilmente nella quinta? La spiegazione di questo fatto apparentemente strano, risiede tutta, secondo il nostro parere, nella pratica generalmente invalsa di trinciare la foglia che si somministra ai bachi nelle prime quattro età, mentre nella quinta età la si somministra intera. Fra le ragioni che si adducono in favore del metodo della trinciatura della foglia, l'unica che ci sembra chiara e convincente, è che essa rende più facile, spedita, ed eguale la somministrazione dell'alimento ai bachi. Ma le ragioni per preferire la pratica di dare la foglia intera in tutte le età, ci sembrano di maggior peso: la foglia appassisce con molta minore facilità; quindi è mangiata per più lungo tempo e più completamente; quindi diminuiscono in proporzione i residui che vanno inutilmente perduti coi letti, e si ha una sensibile economia della foglia occorrente per l'alimentazione.

Non abbiamo circoscritte le nostre ricerche seriali dell'azoto, alla vita larvale del bombice; ma l'abbiamo anche estese alle *crisalidi* e alle *farfalle*, maschi e femmine separatamente. Essendo però i nostri studî, durante questi due periodi, riesciti incompleti, prima di presentarli al pubblico, ci prefiggiamo di continuarli nella prossima primavera, per poi farne soggetto di una speciale comunicazione.

Zoologia. — *Descrizione d' un Leptocefalo brevirostre in via di trasformarsi in anguilla.* Nota del Corrispondente G. B. Grassi.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Matematica. — *Sul complesso di 1° ordine delle trisecanti di una superficie immersa in un* S_4. Nota del dott. E. Ascione, presentata dal Socio Cremona.

In fine di un' altra Nota [1] accennai ad una certa necessità, riscontrata in ricerche di varia natura, di fare uno studio di *tutti* i tipi più generali dei complessi di rette di un S_4, o almeno di quelli di 1° ordine.

Intanto è noto [2] che un complesso di 1° ordine di un S_4 non può avere una *varietà focale* o *singolare*, e quindi dovrà essere costituito da

[1] Ascione, *Sopra alcune involuzioni dello spazio.* Rend. della R. Acc. delle Scienze fis. e mat. di Napoli, fasc. 1°, 1896.

[2] Segre, *Un' osservazione sui sistemi di rette degli spazii superiori.* Rend. del Circ. Mat. di Palermo, tomo II, 1888.

rette trisecanti di una *superficie* algebrica (*focale* o *singolare*), la quale può spezzarsi in 2 o 3 superficie o degenerare nel sistema di una linea ed una superficie, o anche ridursi ad un solo punto, appartenente a tutti i raggi del complesso.

Inoltre il Bordiga [1] ha fatto uno studio dei complessi in generale nello spazio a 4 dimensioni, ed in particolare di alcuni di 1° ordine, ma esclude completamente dalle sue considerazioni generali il complesso generato da trisecanti di una superficie unica.

Quindi, volendo completare lo studio di tutti i tipi più generali di complessi di 1° ordine, io mi propongo appunto in questa Nota di trattare questo tipo di complessi, abbastanza importante e che è il più generale tra quelli dello stesso ordine. E dimostro che tre sole superficie possono, con le loro trisecanti, dar luogo ad un complesso di questo tipo: una delle quali è la notevole F_2^6 del Veronese [2]. Però lo studio di queste superficie, che si presenta abbastanza interessante, sarà oggetto di un' altra Nota.

1. Chiameremo, come al solito, *complesso* di rette di un S_4 un sistema ∞^3 di rette dello S_4: *ordine* del complesso è il numero dei raggi del sistema che escono da un punto arbitrario dello S_4, mentre la *classe* del complesso è il grado della rigata formata dai raggi di questo che appartengono ad uno spazio ordinario [3].

2. Sia ora F_2^x una superficie dello spàzio S_4, di ordine x, per ora indeterminato. Se questa superficie ammette ∞^3 trisecanti, queste costituiscono un complesso Γ, di cui la F_2^x è la superficie *focale* o *singolare*.

Consideriamo pure che Γ sia di 1° ordine, cioè per un punto arbitrario dello S_4 passi un solo raggio trisecante della F_2^x.

3. Un punto arbitrario della F_2^x è punto *singolare* di Γ e i raggi del complesso che passano per esso formano un cono razionale, di cui indicheremo con m l' ordine.

In uno spazio ordinario S i raggi di Γ generano una rigata, costituita dalle trisecanti della curva γ_x, intersezione di F_2^x con lo spazio S. Il grado n di questa rigata è la *classe* di Γ.

La curva γ_x sarà multipla secondo m per la superficie delle sue trisecanti, perchè per un punto P arbitrario di γ_x passano m trisecanti, intersezione di S col cono dei raggi di Γ che ha il vertice in P.

La γ_x, non possederà alcun raggio quadrisecante.

[1] Bordiga, *Dei complessi in generale nello spazio a 4 dimensioni ed in particolare di quelli di 1° ordine.* Atti del R. Istituto Veneto, serie IV, tomo VI.

[2] Veronese, *Principien des Projicirens und Schneidens.* Math. Annalen, B. XIX. Vedi pure Bordiga, *La superficie del 6° ordine con 10 rette, nello spazio* R_4 *e le sue proiezioni nello spazio ordinario.* Atti della R. Acc. dei Lincei, Serie 4ª, vol. III, 1887.

[3] Dicendo *spazio ordinario* o semplicemente *spazio* intenderemo sempre che si tratti di uno spazio a 3 dimensioni.

4. Una retta r di S_4 è direttrice semplice di una rigata dell'ordine $n+1$, dalla quale si stacca un cono dell'ordine m, se la retta r ha un punto comune con la F_2^x. Sicchè se r è trisecante della F_2^x, ovvero se r è un raggio di $\boldsymbol{\Gamma}$, la rigata corrispondente si scinde in tre coni dell'ordine m.
Da ciò si deduce senz'altro la notevole relazione

$$(1) \qquad n+1=3m$$

che lega la classe e l'ordine di un cono del complesso $\boldsymbol{\Gamma}$.

5. I raggi del complesso che incontrano un piano α arbitrario, formano una congruenza di ordine $n+1$, di cui fanno parte x coni di ordine m, dovuti agli x punti comuni ad α e ad F_2^x.

Se il piano α è tale che sega F_2^x secondo una cubica piana, ogni retta di α appartiene a $\boldsymbol{\Gamma}$ e la congruenza corrispondente al piano si scinde nel sistema dei fasci di raggi di α e nel sistema dei coni di $\boldsymbol{\Gamma}$, i cui vertici appartengono alla cubica.

In tale caso, chiameremo α un *piano parassito* di $\boldsymbol{\Gamma}$.

6. Consideriamo ora nello spazio S_4 due spazii S, S' a tre dimensioni.

Per un punto M di S passa un solo raggio m di $\boldsymbol{\Gamma}$, che sega S' in un punto M'. I punti M, M', al variare di m generano tra S ed S' una corrispondenza cremoniana C.

Questa corrispondenza C ha per *elementi fondamentali* in S:

1° *una curva* γ_x *fondamentale* m^{pla} *per la* C, *curva che è l'intersezione di* F_2^x *con* S;

2° *una curva* C_n *piana, di ordine* n, *fondamentale semplice. Questa curva appartiene al piano* σ *comune ai due spazii* S *ed* S' *ed è l'intersezione di* σ *con la rigata* F'_n *di ordine* n, *costituita dalle rette di* $\boldsymbol{\Gamma}$ *appartenenti ad* S';

3° n^2-m^2x *rette fondamentali parassite.*

Di vero, per ogni punto M di γ_x passa un cono di raggi di $\boldsymbol{\Gamma}$, di ordine m; e quindi ad M corrisponde in S' una curva μ_m razionale, di ordine m. Sicchè γ_x è una curva fondamentale m^{pla} per lo spazio S.

Inoltre ad ogni punto P della C_n intersezione di F'_n con σ corrisponde per intero il raggio di $\boldsymbol{\Gamma}$ che passa per esso ed appartiene alla F'_n, perchè questo raggio appartiene ad S'. Sicchè C_n è curva fondamentale semplice.

Per ottenere finalmente il numero delle rette parassite, si osservi che in S' esisterà una curva C'_n, analoga alla C_n, che trovasi pure nel piano σ. La C_n e la C'_n hanno n^2 punti comuni, ma x sono i punti comuni a σ ed alla F_2^x ed ognuno di questi punti è m^{plo} per ciascuna delle curve. Dunque i rimanenti punti comuni alle due curve sono n^2-m^2x. A questi corrisponderanno n^2-m^2x rette r parassite in S ed n^2-m^2x rette r' parassite in S'. Queste rette parassite provengono dai piani che secano la F_2^x secondo cubiche, cioè dai piani parassiti di $\boldsymbol{\Gamma}$. Ognuno dei piani parassiti seca ri-

spettivamente S ed S' in 2 rette parassite *coniugate* r, r' tali che ad un punto di una di esse corrisponderà tutta l'altra retta.

Due rette parassite coniugate si secano in un punto del piano σ comune alle C_n e C'_n.

Analogamente saranno *fondamentali* in S':

1° *una curva* γ'_x *fondamentale* m^{pla}, *intersezione di* F_2^x *con* S;

2° *una curva* C'_n *fondamentale semplice intersezione di* σ *con la superficie rigata* F_n, *costituita dalle rette di* Γ *appartenenti ad* S;

3° $n^2 - m^2x$ *rette* r' *fondamentali parassite.*

Si noti pure che le rigate F_n e F'_n sono costituite rispettivamente dalle trisecanti di γ_x e γ'_x e per esse queste curve sono ordinatamente m^{ple}: inoltre la F_n contiene le $n^2 - m^2x$ rette r parassite in S e la F'_n contiene le $n^2 - m^2x$ rette r' parassite in S'. Sicchè si avrà $F_n \equiv \gamma_x^m, (n^2 - m^2x)\, r$ ed $F'_n \equiv \gamma'^m_x, (n^2 - m^2x)\, r'$.

7. *Il piano* $\sigma \equiv SS'$ *è punteggiato unito per la corrispondenza* C, poichè ad ogni suo punto in uno dei due spazii S, S' corrisponde il punto stesso considerato come appartenente all'altro spazio.

8. *Ad un piano* φ *di* S *corrisponderà in* S' *una superficie di ordine* $n+1$, *e precisamente una* $\Phi'_{n+1} \equiv \gamma'^m_x\, C'_n\, (n^2 - m^2x)\, r'$.

Di vero un piano φ di S è direttore di una congruenza di ordine $n+1$ e questa sega S' secondo una superficie di ordine $n+1$. Per le multiplicità delle linee fondamentali indicate basta tener presente ciò che si è detto per la multiplicità delle linee fondamentali per la C, appartenenti ad S'.

Analogamente: *ad un piano* φ' *di* S' *corrisponde in* S *una superficie di ordine* $n+1$ *e precisamente una* $\Phi_{n+1} \equiv \gamma_x^m\, C_n\, (n^2 - m^2x)\, r$.

Se il piano φ coincide con σ, la Φ'_{n+1} si spezza nella F'_n corrispondente a C_n e nel piano σ stesso.

9. Sarà facile avere la jacobiana delle Φ'_{n+1}. Osservando che alla curva C_n corrisponde la superficie, di ordine n, $F'_n \equiv \gamma'^m_x\, (n^2 - m^2x)\, r'$, si ha che:

La jacobiana delle Φ'_{n+1} *in* S' *si spezza nelle due superficie* $F'_n \equiv \gamma'^m_x\, (n^2 - m^2x)\, r'$ ed $F'_{3n} \equiv \gamma'^{3m-1}_x\, C'^3_n\, (n^2 - m^2x)\, r'^3$ *corrispondenti rispettivamente alle curve* C_n e γ_x.

Analogamente: *la jacobiana delle* Φ_{n+1} *in* S *si spezza nelle due superficie* $F_n \equiv \gamma_x^m\, (n^2 - m^2x)\, r$ ed $F_{3n} \equiv \gamma_x^{3m-1}\, C_n^3\, (n^2 - m^2x)\, r^3$, *corrispondenti rispettivamente alle curve* C'_n e γ'_x.

10. *Ad una retta* r *di* S *corrisponderà in* S' *una curva dell'ordine* $n+1$ *e precisamente una* $\varrho'_{n+1} \equiv \gamma'^{3n}_x\, C'^n_n$. In fatti la rigata di Γ che ha per direttrice semplice la r è dell'ordine $n+1$. Di più per i punti di appoggio di ϱ'_{n+1} alle γ'_x e C'_n basta notare che la r incontra la F_{3n} e la F_n in S rispettivamente in $3n$, ed n punti.

Analogamente *ad una retta* r' *di* S' *corrisponderà in* S *una curva dell'ordine* $n+1$ *e precisamente una* $\varrho_{n+1} \equiv \gamma_x^{3n}\, C_n^n$.

Se la retta r si appoggia in uno, due punti alla γ_x, dalla ϱ'_{n+1} si staccheranno rispettivamente una, o due curve di ordine m; e se la r è trisecante della γ_x, la ϱ'_{n+1} sarà costituita dalle tre curve di ordine m, corrispondenti ai tre punti di appoggio.

Se la r appartiene per intero al piano σ, la ϱ'_{n+1} si scinde nella retta r stessa ed in n rette che sono le trisecanti di γ'_x condotte rispettivamente dagli n punti in cui r sega la C_n.

11. Cerchiamo ora di determinare x, m ed n. Introduciamo pure un nuovo numero incognito, cioè il numero dei punti doppî apparenti della γ_x, che indicheremo con h.

Si ha intanto la relazione già accennata (n. 4)

$$n + 1 = 3m. \tag{1}$$

Un' altra relazione si ha esprimendo che la multiplicità della γ_x per la superficie F_n è m. Si ha

$$h - x + 2 = m. \tag{2}$$

Una terza relazione si ha esprimendo che l' ordine della superficie delle trisecanti della γ_x è n. Adoperando una formola nota [1], si ha

$$(x-2)\left\{ h - \frac{1}{6} x(x-1) \right\} = n. \tag{3}$$

E finalmente una quarta relazione si ottiene esprimendo che il numero delle quadrisecanti della curva γ_x, con h punti doppî apparenti è uguale a zero. Adoperando ancora una formola del Berzolari [2], si ha

$$\frac{1}{2} h(h - 4x + 11) - \frac{1}{24} x(x-2)(x-3)(x-13) = 0. \tag{4}$$

Ora noi potremmo risolvere il sistema (1), (2), (3) e (4) e ricavare i numeri incogniti x, m, n, h; ma questo metodo è poco geometrico e preferiamo quindi il metodo seguente.

Innanzi tutto si è mostrato che il numero delle rette parassite in uno degli spazî S ed S' è $n^2 - m^2 x$ e dovrà essere certamente

$$n^2 - m^2 x \geq 0 \tag{5}$$

ed essendo per la (1) $3m = n + 1$, si avrà

$$(9 - x) n^2 - (2n + 1) x \geq 0. \tag{6}$$

[1] Berzolari, *Sulle secanti multiple di una curva algebrica dello spazio a tre o a quattro dimensioni*. Rend. del Circ. Mat. di Palermo, t. IX, 1895. Vedi § II, *d*).

[2] Berzolari, Nota citata, § II, *e*).

Dovendo essere n ed x interi e positivi, è chiaro che dovrà essere

$$x < 9 .$$

Inoltre x non potrà essere minore di 4, poichè la γ_x deve possedere trisecanti.

Esaminiamo dunque le curve di ordini compresi tra 3 e 9 e scartiamo quelle che hanno quadrisecanti e quelle che, non avendone, non soddisfano al sistema delle (1), (2) e (3) [1].

Una curva dell' 8° ordine γ_8 può essere di genere da 0 a 9. Una γ_8 di genere 9 (per la quale è $h = 12$) è intersezione di una quadrica F_2 con una superficie del 4° ordine F_4 ed una γ_8 di genere 8 (per la quale è $h = 13$) è intersezione parziale di una F_2 con una F_5. Entrambe queste curve sono da scartare, perchè ammettono infinite quadrisecanti oppure cinquesecanti.

Una γ_8 di genere 7 (per la quale è $h = 14$) ha per la formola (4) del Berzolari sempre una quadrisecante e quindi anch' essa è da scartare. Tutte le altre curve γ_8 di generi inferiori a 7 ammettono poi rispettivamente 5, 10, 16, 23, 31, 40, 50 quadrisecanti, sicchè sono tutte da scartare.

Non potrà essere quindi $x = 8$.

Per $x = 7$, procedendo analogamente la sola γ_7 di genere 5, intersezione parziale di due F_3, non ha quadrisecanti [2]. Per questa γ_7 si ha $x = 7$, $h = 10$, $n = 15$, $m = 5$ ed essa è pure da scartare perchè per questi numeri non si verifica ad es. la relazione $3m = n + 1$.

Procedendo analogamente pel caso di $x = 6$, si ha che la sola curva che dà una soluzione del sistema (1), (2), (3) e (4) è la γ_6 di genere 3.

Per $x = 5$ si ha una soluzione per la γ_5 di genere 1 [3] e per $x = 4$ si ha una soluzione per la γ_4 di genere 0.

[1] Per questo esame, basta tener presente: Halphen, *Sur la classification des courbes gauches algébriques.* Journal de l'École Polytech., LII cahier, 1882, e Nöther, *Zur Grundlegung der Theorie der algebraischen Raumcurven.* Sitzungsberichte der Königlichen Akademie der Wissenschaften, st. XXXII, 1883.

[2] Questa curva è stata più specialmente studiata dal prof. Montesano, il quale nella Nota *Su di un sistema lineare di coniche dello spazio,* Atti dell' Acc. di Torino, vol. XXVII, 1882, dimostra che essa determina completamente una rete di superficie di 3° ordine, e dà luogo ad una congruenza lineare di coniche.

[3] Di questa curva γ_5 di genere 1 si è dapprima occupato il Weyr, il quale in due Note pubblicate nei Sitz. Ak. Wien (B. XC e XCII) ha studiato semplicemente alcune involuzioni di punti che si hanno sulla curva. E più diffusamente si è occupato di essa il prof. Montesano nella Nota *Su la curva gobba di 5° ordine e di genere 1.* Rend. della R. Acc. delle Scienze fis. e mat. di Napoli, fasc. 6°, giugno, 1888. In quest' ultima Nota sono pure studiate le caratteristiche elementari del sistema di coniche appoggiate in 5 punti alla curva data.

Quindi si hanno tre sole soluzioni del sistema ([1]) e sono le seguenti:

12. La soluzione α) corrisponde ad una superficie F_2^6 del 6° ordine, che ammette 10 piani che la segano secondo cubiche (perchè $n^2 - m^2x = 10$).

$$\alpha) \begin{cases} x = 6 \\ h = 7 \\ m = 3 \\ n = 8 \end{cases} \qquad \beta) \begin{cases} x = 5 \\ h = 5 \\ m = 2 \\ n = 5 \end{cases} \qquad \gamma) \begin{cases} x = 4 \\ h = 3 \\ m = 1 \\ n = 2 \end{cases}$$

Per un punto dello S_4 passa una sola trisecante della F_2^6, mentre per un

[1] Volendo risolvere invece direttamente il sistema delle (1), (2), (3) e (4) si può procedere così:

Eliminiamo tra (1), (2) e (3) la m e la h, si otterrà

$$(7) \qquad 2n(x-5) = (x-2)^2(x-5)$$

e quindi potrà essere o $x = 5$ oppure $2n = (x = 2)^2$.

Per $x = 5$ la (4) ci fornisce 2 valori per h e precisamente $h = 5$ oppure $h = 4$. Quindi avremo corrispondentemente

$$\beta) \begin{cases} x = 5 \\ h = 5 \\ m = 2 \\ n = 5 \end{cases} \qquad \beta') \begin{cases} x = 5 \\ h = 4 \\ m = 1 \\ n = 2 \end{cases}$$

la soluzione numerica β') è però da scartare, poichè ad es. $n^2 - m^2x$ è negativo. La β) è da ritenere.

Considerando poi che sia $2n = (x-2)^2$, sostituiamo nel sistema proposto questa equazione alla (3) ed eliminiamo tra questa, la (1) e la (2) le m ed n, si ha

$$h = \frac{x^2 + 2x - 6}{6}.$$

Sostituendo poi questo valore di h in funzione di x nella (4), dopo aver moltiplicato ambo i membri di essa per 2, si ottiene riducendo e cambiando i segni a tutta l'equazione

$$(8) \qquad 2x^4 - 34x^3 + 203x^2 - 486x + 360 = 0.$$

Questa equazione ammette certamente per radici $x = 6$ e $x = 4$ corrispondenti a due superficie F_2^6, F_2^4, già conosciute e che dovevamo aspettarci come soluzioni. Sicchè dividendo il primo membro della (8) per $x^2 - 10x + 24$, si ottiene

$$(9) \qquad 2x^2 - 14x + 15 = 0.$$

Ora questa equazione ha per radici $x = \frac{7 \pm \sqrt{19}}{2}$, vale a dire fornisce per x valori inaccettabili. Quindi le altre soluzioni oltre (β), sono date da

$$\alpha) \begin{cases} x = 6 \\ h = 7 \\ m = 3 \\ n = 8 \end{cases} \qquad \text{e} \qquad \gamma) \begin{cases} x = 4 \\ h = 3 \\ m = 1 \\ n = 2 \end{cases}$$

E si hanno così le tre soluzioni, già avute per altra via più geometrica.

punto della F_2^6 le trisecanti che vi passano costituiscono un cono cubico. Uno spazio S_3 seca la superficie in una γ_6 di genere 3 multipla secondo 3 per la superficie di ottavo ordine delle sue trisecanti, ecc.

Ciò basta a far riconoscere in essa la superficie F_2^6 del Veronese, che è generabile mediante 4 reti proiettive di spazî [1].

13. La soluzione β) corrisponde ad una superficie F_2^5 del 5° ordine che ha 5 piani che la segano secondo cubiche (perchè $n^2 - m^2x = 5$). Per un punto della superficie passa un cono quadrico di trisecanti. Uno spazio S_3 qualunque la sega in una γ_5 di genere 1 doppia per la superficie di 5° ordine costituita dalle sue trisecanti, ecc.

La soluzione γ) corrisponde ad una superficie F_2^4 che non ha piani che la segano secondo cubiche (perchè $n^2 - m^2x = 0$). Per un punto della superficie passa un fascio di raggi di trisecanti della F_2^4. Uno di questi piani taglia la superficie nel centro del fascio di raggi e in una conica. Uno spazio qualunque seca la superficie in una curva γ_4 di genere 0 doppia per la superficie costituita dalle sue trisecanti, ecc. Questa superficie è anche conosciuta [2].

14. Abbiamo così determinato tre superficie F_2^6, F_2^5 ed F_2^4 ciascuna delle quali può determinare un complesso lineare di trisecanti, di cui essa è superficie focale. Per caratterizzare quindi questo complesso ci occuperemo un po' diffusamente delle superficie F_2^5 ed F_2^4, essendo la F_2^6 stata completamente studiata. Ma ciò sarà oggetto di un' altra Nota.

Matematica. — *Sulle superficie algebriche di genere lineare* $p^{(1)} = 3$. Nota di Federigo Enriques, presentata dal Socio Cremona.

1. In una precedente Nota ho determinato le superficie di genere lineare $p^{(1)} = 2$ (e di genere superficiale $p > 0$).

Mi propongo di effettuare qui l'analoga ricerca per $p^{(1)} = 3$. Per semplicità mi riferirò ancora a superficie (regolari) di genere

$$p_n = p_g = p > 0\,,$$

e supporrò inoltre che esse abbiano curve canoniche irriducibili (senza esclu-

[1] Veronese e Bordiga, Mem. citate. Questa superficie, come nota il Bordiga, era però già nota al Caporali che ne aveva dato notizia nella Nota *Sopra i sistemi lineari di curve algebriche piane* (Milano, 1879, Hoepli).

[2] Vedi ad es. Del Pezzo: *Sulle superficie dell' n^{mo} ordine immerse nello spazio ad n dimensioni*. Rend. del Circ. mat. di Palermo t. I, fasc. 4, 1887.

Di questa superficie F_2^4 mi sono occupato anch' io nella Nota citata nella prima pagina della presente.

dere che il sistema canonico possa avere dei punti base i cui intorni vadano sommati alle curve canoniche).

In corrispondenza al valore $p^{(1)} = 3$ $(p > 0)$ si può avere

$$p = 3\,,\; p = 2\,,\; p = 1\,.$$

Ecco i relativi tipi di superficie ($p^{(1)} = 3$, $p > 0$, curve canoniche irriducibili):

1) $$p^{(1)} = 3 \qquad p = 3:$$

piano doppio $z^2 = f(xy)$ *con curva di diramazione* $f(xy) = 0$ *di ordine 8*;

2) $$p^{(1)} = 3 \qquad p = 2:$$

piano doppio $z^2 = f(xy)$ *con curva di diramazione* $f(xy) = 0$ *composta di una retta* r *e di una curva del 9° ordine dotata di 3 punti tripli su* r *e di altri due punti tripli infinitamente vicini.*

3) $$p^{(1)} = 3 \qquad p = 1:$$

a) superficie di ordine 8 dotata di una curva doppia d'ordine 14 (che può degenerare) la quale è definita, nel caso generale, come la curva doppia d'una superficie di ordine 7, razionale, a sezioni ellittiche;

b) piano doppio $z^2 = f(xy)$ *con curva di diramazione* $f(xy) = 0$ *di ordine 10, dotata di un punto quadruplo e di 4 coppie di punti tripli infinitamente vicini.*

2. Le superficie coi caratteri

$$p^{(1)} = 3 \qquad p = 3$$

si determinano subito.

Il sistema canonico (irriducibile) ha il grado $p^{(2)} = p^{(1)} - 1 = 2$ e però non ha punti base: la rete canonica riferita proiettivamente alla rete delle rette di un piano dà la rappresentazione della superficie su questo piano doppio; la curva di diramazione del piano doppio ha l'ordine 8.

3. Si abbia una superficie F coi caratteri

$$p^{(1)} = 3 \qquad p = 2\,.$$

Il sistema bicanonico ha la dimensione

$$P_2 - 1 = 4\,,$$

il genere

$$P_2^{(1)} = 7\,,$$

il grado

$$P_2^{(1)} = 8:$$

esso è irriducibile, tale essendosi supposto il sistema canonico. Una curva bicanonica sega le ∞^1 curve canoniche di F, ciascuna in 4 punti variabili, costituenti un gruppo della g_4^2 canonica, perciò il sistema bicanonico non ha punti base: segue che i precedenti caratteri di esso dati virtualmente sono anche i suoi caratteri effettivi. Dimostriamo che le curve canoniche sono iperellittiche, e perciò tutte le curve bicanoniche passanti per un punto della superficie F passano in conseguenza per un altro punto variabile col primo.

Facciamo la dimostrazione per assurdo.

Se le curve canoniche della superficie F non sono iperellittiche, in opposizione all'ipotesi precedente il sistema bicanonico è un sistema semplice, e la superficie F si può trasformare in una F_8 d'ordine 8 di S_4, a sezioni (iperpiane) di genere 7. La F_8 deve possedere un fascio autoresiduo di quartiche piane (canoniche) di genere 3, i cui piani (segandosi a due a due secondo una retta) hanno una retta fissa comune r.

Ora mostreremo (per assurdo) che una siffatta F_8 non può esistere.

In S_4 vi sono ∞^{34} varietà cubiche V_3; esse segano sulla F_8 (supposta esistente) un sistema lineare che è (tutto o in parte) il sistema 6-canonico (6plo del sistema canonico), ossia il sistema aggiunto al sistema 5-canonico.

Il sistema 5-canonico di F_8 ha il genere

$$P_5^{(1)} = 5p^{(1)} + 10\,(p^{(1)} - 1) - 4 = 31\,,$$

e però il sistema 6-canonico ha la dimensione

$$P_6 - 1 = p + 31 - 1 = 32\,.$$

Segue che per F_8 passano almeno ∞^1 varietà cubiche V_3. Ora una V_3 per F_8 non può essere che un cono cubico di 2^a specie di asse r, perchè la V_3 contiene ∞^1 quartiche in altrettanti piani per r.

È dunque assurdo che esistano due V_3 per F_8, giacchè due coni cubici di asse r non possono aver comuni che piani per r.

È dunque assurda l'esistenza della F_8.

Segue che le curve canoniche della data superficie ($p^{(1)} = 3$, $p = 2$) sono iperellittiche, e le curve bicanoniche passanti per un punto (di una di esse) passano in conseguenza per un altro punto coniugato del primo.

Riferendo proiettivamente gli elementi (curve) del sistema bicanonico agli iperpiani di S_4, si ottiene ora (non più una F_8 semplice, ma) una F_4 (del 4° ordine) doppia (con una certa curva di diramazione) trasformata della data superficie F. La F_4 deve essere razionale normale in S_4, quindi a sezioni normali ellittiche; la F_4 è dunque la intersezione di due quadriche di S_4 (superficie di *Segre*).

Sulla F_4 le curve canoniche della data superficie F hanno per immagini (doppie) le coniche d'un fascio autoresiduo: i piani di queste coniche pas-

sano per una retta r, non appartenente ad F_4, e congiungente due punti doppi A, B di F_4.

Vi sono su F_4 (in generale 16 rette, nel nostro caso) 8 rette, di cui 4 passano per A, 4 per B. Prendiamo una retta a per A. Gli iperpiani per a segano su F_4 le cubiche C_3 di una rete omaloidica col punto base A.

Una conica C_2 sezione di F_4 con un piano per r ed una C_3, segano su un'altra C_3 un gruppo di 3 punti (incluso il punto A), e siccome sulla F_4 doppia $|C_2 + C_3|$ è il sistema aggiunto alla rete $|C_3|$, si vede così che le C_3 rappresentano, sulla superficie F riferita alla F_4 doppia, curve di genere 4.

Proiettiamo F_4 da a sopra un piano, essa verrà rappresentata su questo, punto per punto. La data superficie F verrà dunque rappresentata sul piano doppio π, e (siccome le rette del piano sono le proiezioni delle C_3) la curva di diramazione del detto piano doppio sarà una C_{10} del 10° ordine, della quale farà parte una retta a' immagine del punto A. Le immagini delle sezioni iperpiane di F_4, sul piano π, sono date dalle cubiche che passano per tre punti fissi $A_1 A_2 A_3$ di a' e per altri due punti fissi infinitamente vicini $B_1 B_2$ (corrispondenti al punto doppio B di F_4), alle quali cubiche si può aggiungere la parte fissa a'.

Si trae di quì che le 8 rette di F_4 incontrano ciascuna in 4 punti (inclusi i punti A o B) la curva di diramazione. Quindi la C_{10}, curva di diramazione del piano doppio π, ha 3 punti qudrupli in $A_1 A_2 A_3$ e due punti tripli infinitamente vicini in $B_1 B_2$. D'altra parte si verifica facilmente che: il piano doppio con curva di diramazione C_{10} dotata di due punti tripli infinitamente vicini (riuniti in B) e di 3 punti quadrupli su una retta r (facente parte di C_{10}) ha il genere superficiale

$$p = (p_g = p_n =)\ 2$$

e il genere lineare

$$p^{(1)} = 3\,,$$

avendosi, sul piano, come immagini delle curve canoniche le rette per B (aumentate della parte fissa eccezionale r).

4. Passiamo alle superficie F coi caratteri

$$p^{(1)} = 3 \qquad p = 1\,.$$

Il sistema bicanonico ha la dimensione $P_2 - 1 = 3$, il genere 7 e il grado 8, come nel caso precedente. Questi caratteri virtuali sono anche per esso caratteri effettivi, giacchè stante la supposta irriducibilità della curva canonica il sistema bicanonico è irriducibile, ed inoltre esso non ha punti base sulla curva canonica, giacchè sega su questa curva la serie canonica completa $(p_g = p_n = p)$.

In generale il sistema bicanonico è semplice e si può quindi trasformare la F in una F_8 d'ordine 8 di S_3, a sezioni piane del genere 7. La F_8 deve possedere una curva doppia C_{14} dell'ordine 14, eventualmente riducibile a curve d'ordine minore con maggiore molteplicità.

Vediamo come si può caratterizzare la C_{14} nel caso generale.

La F_8 possiede una superficie biaggiunta φ_7, d'ordine 7, che presa insieme ad un piano dà una biaggiunta φ_8 d'ordine $8 = 2 . 8 - 8$. La φ_7 possiede la C_{14} come curva doppia. La φ_7, supposta irriducibile, è dunque una superficie a sezioni ellittiche, ed è una superficie razionale perchè per la C_{14} passa una superficie, φ_4, del 4° ordine.

D'altra parte si prenda una superficie φ_7, del 7° ordine, razionale, a sezioni ellittiche, e si consideri la sua curva doppia C_{14}. È facile provare che la C_{14} è curva doppia per una superficie irriducibile F_8, di ordine 8, coi caratteri

$$p^{(1)} = 3 \qquad p_n = p_g = p = 1 .$$

Si può costruire una tale superficie F_8 considerando una superficie del sistema lineare determinato dalla φ_7 aumentata di un piano e dalla φ_4 (aggiunta a φ_7) contata due volte.

La F_8 così costruita ha effettivamente il genere

$$(p =)\ p_n = p_g = 1 ,$$

ammettendo *una* superficie aggiunta del 4° ordine (anche secondo le formule aritmetiche); essa possiede una curva canonica del 4° ordine, questa è una quartica piana di genere $p^{(1)} = 3$, come resta provato anche dal fatto che le curve bicanoniche, sezioni piane, di F_8 la segano in $2\,p^{(1)} - 2 = 4$ punti.

Dunque il tipo generale delle superficie coi caratteri

$$p = 1 \qquad p^{(1)} = 3$$

è la superficie F_8 di ordine 8 avente come curva doppia, la curva C_{14} dell'ordine 14 doppia per una superficie razionale del 7° ordine: tutti i caratteri di questa curva doppia si possono valutare facilmente.

In questo tipo generale rientrano, eventualmente in corrispondenza a degenerazioni della C_{14} (e della φ_7), tutte le superficie coi nominati caratteri $p = 1$ $p^{(1)} = 3$ (curva canonica irriducibile) salvo quella, che dovremo considerare a parte, per cui il sistema bicanonico non riesce semplice: questa infatti non rientra nel precedente tipo, almeno se non si vogliono riguardare come possibili le degenerazioni della C_{14} per cui degenera anche la F_8 stessa, riducendosi ad una F_4 doppia.

5. Procediamo dunque ad esaminare partitamente le superficie dotate dei caratteri $p^{(1)} = 3$, $p = 1$ (curva canonica irriducibile), sopra cui le curve

bicanoniche passanti per un punto generico, passano in conseguenza per un altro punto variabile col primo. In questo caso la curva canonica di F riesce iperellittica, le curve bicanoniche segando su di essa la serie (completa) doppia della g_2^1. Riferendo proiettivamente gli elementi (curve) del sistema bicanonico di F si ottiene ora come trasformata di F, non più una F_8 semplice, ma una F_4, del 4° ordine, doppia.

La F_4 è una superficie normale di S_3 e contiene una conica antoresidua rispetto alle sezioni piane di F_4, immagine della curva canonica di F. Il piano della detta conica tocca in ciascun punto di essa conica la superficie F_4.

La curva di diramazione della F_4 incontra la conica e quindi il piano di essa in 8 punti; essa ha dunque l'ordine 8. Segue che le sezioni piane di F_4 hanno il genere due, ossia la F_4 è la superficie (razionale) del 4° ordine con retta doppia.

La F_4 si può rappresentare sopra un piano π, assumendo come immagini delle sue sezioni, le curve del 4° ordine C_4 che passano due volte per un punto O ed una volta per 8 punti $A_1 A_2 \ldots A_8$ [1].

Poichè la F_4 possiede un piano tangente secondo una conica, fra le C_4 ve n' è una che si riduce ad una conica contata due volte, e perciò gli 8 punti $A_1 \ldots A_8$ compongono 4 coppie di punti infinitamente vicini $A_1 A_2$, $A_3 A_4$, $A_5 A_6$, $A_7 A_8$.

Su F_4 vi è una rete omoloidica di quartiche, immagini delle rette del piano π, essa rappresenta su F un sistema di grado $n = 2$ e di un certo genere π: le curve del sistema sono incontrate dalle curve bicanoniche (sezioni piane di F_4 contate due volte) in $2 \{ 2(\pi - 1) - n \} = 8$ punti; dunque si ha $\pi = 4$. Segue che la curva di diramazione C_8 della F_4 viene rappresentata sul piano π da una curva del 10° ordine C_{10} dotata del punto quadruplo O e delle coppie di punti tripli infinitamente vicini $A_1 A_2$, $A_3 A_4$, $A_5 A_6$, $A_7 A_8$.

Il piano doppio dotato della curva di diramazione C_{10}, fornisce effettivamente (come si può verificare) una superficie coi caratteri

$$p = p_g = p_n = 1 \qquad p^{(1)} = 3,$$

ed è, per ciò che abbiamo visto, il tipo delle superficie dotate di questi caratteri (curva canonica irriducibile) che hanno un sistema bicanonico non semplice.

Le verifiche relative ai caratteri dei piani doppi considerati in questa Nota, verifiche che abbiamo omesso di sviluppare, si compiono subito come corollario di alcuni resultati generali sui piani doppi, che avremo occasione di esporre altrove.

[1] Clebsch, *Ueber die Abbildung algebraischer Flächen, insbesondere der vierten und fünften Ordnung*. Mathem. Annalen, Bd I. Sturm, Mathem. Annalen, Bd. IV.

Fisica. — *Sulle variazioni di resistenza prodotte dalla trazione nell'argentana e nel nichel crudo* (¹). Nota del dott. M. Cantone, presentata dal Socio Blaserna.

Molte ricerche si hanno sulle variazioni di resistenza dovute alla trazione, e con risultati nelle linee generali piuttosto concordanti; se non che, vuoi per la difficoltà delle misure, vuoi perchè non è possibile avere fili nelle stesse condizioni di struttura interna, non mancano divergenze nei particolari, e quantitativamente parlando l'accordo lascia spesso molto a desiderare.

Il Tomlinson (²) ha voluto trattare a fondo la questione studiando il modo di variare la resistenza non solo col crescere del carico tensore, ma anche col sottoporre i corpi in esame ad azioni capaci di alterare l'assetto delle particelle, occupandosi fra l'altro degli effetti dell'allungamento permanente. Il lavoro è condotto con grande cura, tuttavia parmi che per il metodo seguito dal fisico inglese resti qualche incertezza su talune modalità del fenomeno.

Egli, infatti, dopo avere studiato il comportamento elastico delle varie sostanze, passa allo esame delle variazioni di resistenza in rapporto ai pesi tensori, e deduce la costante di proporzionalità fra queste variazioni e gli allungamenti che vi corrispondono, servendosi dei valori del modulo e del coefficiente di Poisson ottenuti dalle primitive ricerche, autorizzato a ciò dall'uso degli stessi campioni nelle due specie di esperienze e dalla circostanza di non avere in esse ecceduto di molto nel limite di deformazione. A queste seguirono le ricerche, avanti accennate, relative all'influenza degli allungamenti residui, però non si ha il mezzo di collegare i risultati delle ultime esperienze colle altre compiute con pesi tensori assai piccoli, non sappiamo cioè se la costante ricavata nel primo caso valga nel secondo, od in termini più generali se essa conservi il suo valore in tutte le fasi della trazione e della detrazione operando con forze deformatrici estreme anche grandi.

A siffatta indagine mirano le ricerche cui mi sono dedicato in questi ultimi tempi, e delle quali quì saranno esposti i risultati riferentisi ad esperienze eseguite con due fili di argentana.

Oltre a ciò credo utile render conto nella presente Nota di uno studio intrapreso sul nichel crudo, allo scopo di mostrare come i processi ciclici di deformazione influiscano sulla resistenza di un metallo che presenta riguardo al fenomeno in esame un comportamento anomalo, ed ancora per accertare

(¹) Lavoro eseguito nel laboratorio di fisica della R. Università di Palermo.
(²) Phil. Trans. of the Roy. Soc., Parte I, 1883.

se i fatti rilevati dal Tomlinson per il nichel ricotto, procedano alla stessa maniera per il metallo crudo.

Metodo usato nella ricerca. — Il metodo adottato per la misura delle variazioni di resistenza fu quello del ponte. Due lati contigui di esso erano costituiti da due rocchetti di argentana aventi ciascuno la resistenza di un ohm, e gli altri dal filo che si cimenta X e dal filo di paragone Y coi rispettivi pezzi di attacco A e B.

I fili X ed Y, porzioni di un unico tratto, venivano distesi parallelamente e vicinissimi fra loro, sostenuti alla parte superiore da una mensola coll' intermediario di due cuscinetti di ebonite stretti a morsa in un tubo di ottone a mezzo di un dado, e portanti agli estremi liberi, il primo un piatto destinato ai carichi torcenti, e l' altro un' asta orizzontale con due masse di piombo agli estremi e con un foro rivestito di sostanza isolante per il passaggio di X, più lungo di Y. L' adattamento di X al pezzo che portava il piatto si faceva nel modo indicato per la sospensione superiore, evitando così in entrambi i casi l' inconveniente cui può dar luogo l' uso di cuscinetti metallici, i quali, quando non si voglia sottoporre i fili ad eccessiva pressione, lasciano incerti sulla natura del contatto al margine.

L' unione di X ed Y ai fili di attacco A e B si operò mediante due asticine di ottone saldate all' estremo di X ed all' asta orizzontale sorretta da Y, facendole pescare in due pozzetti a mercurio dove giungevano i conduttori A e B. E qui bisogna avvertire che a compensare la inuguale resistenza di X ed Y, fu aggiunta a B una porzione di filo della sostanza in esame, e ciò allo scopo di rendere trascurabili le variazioni di resistenza dovute al riscaldamento per il passaggio della corrente.

Nella diagonale che andava dall' origine comune di X ed Y al punto di concorso dei rocchetti di argentana, trovavasi un galvanometro Deprez-D'Arsonval, e nell' altra una coppia Bunsen. L' uso di siffatto elemento potrebbe far nascere a tutta prima qualche sospetto sull' attendibilità dei risultati a causa della intensità non piccola della corrente che veniva a circolare per X ed Y, ma per la precauzione presa di ottenere la stessa corrente in questi fili, la causa disturbatrice di cui ci occupiamo non poteva essere rilevante; e l' esperienza ne diede la conferma, poichè con una chiusura del circuito per un tempo più lungo di quello necessario per fare le misure, non si ebbero variazioni notevoli nei risultati. Del resto la loro regolarità in ogni serie e l' accordo fra le esperienze eseguite con campioni diversi della medesima sostanza, davano completo affidamento sulla bontà del metodo adoperato.

Anche il galvanometro bastava alle esigenze delle nostre ricerche. Riconosco che la sua sensibilità non era grandissima; però il vantaggio che esso offriva di dare indicazioni pronte, senza che lo specchietto oscillasse attorno la posizione di riposo, era tale da giustificarne la preferenza in uno studio per cui non era necessario l' uso di un apparecchio estremamente sensibile.

Le variazioni di resistenza si misuravano per mezzo delle letture sulla scala del galvanometro, poste in confronto con quelle avute inserendo nel lato del ponte che racchiudeva il filo X un piccolo rocchetto c di 0,0102 ohm ; in tal modo le variazioni potevano apprezzarsi sino al *centomillesimo* del valore totale.

Passo a descrivere la disposizione per la misura degli allungamenti. A due punti della regione terminale dei fili X ed Y, e presso a poco alla stessa altezza, si saldavano due striscette di ottone alle quali venivano attaccate con del mastice due lastrine di vetro, l' una con graduazione in millimetri e l' altra con un tratto di riferimento, Sul sistema, illuminato da una candela messa a grande distanza, si guardava con un cannocchiale munito di micrometro oculare, sicchè poteva aversi la misura dell' allungamento in frazione di millimetro e con un' approssimazione maggiore anche del necessario.

Risultati delle esperienze. — Comincio dall' esporre, i risultati relativi ai due fili di argentana ricotti Ar_1 ed Ar_2. In queste, come nelle esperienze sul nichel, il filo Y portava un peso tensore totale di kg. 2,800, ed X un carico cestante di kg. 1,800, più un certo numero di pezzi di piombo di 200 gr. ciascuno che formavano il peso tensore variabile. Alla fine di ogni serie però questo peso veniva ridotto a 1000 gr., per ottenere che durante il riposo i fili X ed Y fossero sottoposti alla medesima tensione.

Per dare un' idea del modo come procedevano le esperienze, riporto nella tabella I i risultati della prima serie eseguiti col filo Ar_1. P indica il peso tensore, D la distanza in divisioni del micrometro oculare fra un determinato tratto della scala incisa in una delle due lastrine ed il tratto di confronto che si aveva nell' altra, d la differenza fra due successivi valori di D, Δ la deviazione letta sulla scala del galvanometro e δ la differenza fra due successivi valori di Δ.

Dall' andamento delle d ci accorgiamo che la legge di Hooke è seguita quasi esattamente dal nostro filo, e d' altro canto si vede che anche per le variazioni di resistenza vi ha proporzionalità colle forze deformatrici.

Ma le cose procedono in modo diverso se si oltrepassa il carico estremo raggiunto in questa prima serie, come si può argomentare dall' esame delle tabelle II e III che contengono i risultati delle ultime serie compiute coi fili Ar_1 ed Ar_2 col carico massimo di 3600 gr., tenendo presente che (D) e (Δ) denotano quì le letture sul micrometro oculare e sulla scala del galvanometro computate a partire dai valori che corrispondono a $P=0$. Per i dati che si riportano in ciascuna tabella convengo di denotare con l la lunghezza della parte del filo X sottoposta a trazione sino al punto di attacco colla striscetta di metallo che sorregge la scala graduata, con R il raggio di X, con ν la sua resistenza per tutto il tratto che si deforma, con Δ_1 la deviazione prodotta inserendo nel ponte il rocchettino c, con D_1 il numero di divisioni del tamburo che corrispondono nel micrometro oculare ad un millimetro della scala attaccata ad X, con E il modulo di elasticità dedotto

dalle prime serie di esperienze fra i limiti di forze estreme *0* e *2000*, ed in fine con ϱ la resistenza specifica di X nello stato iniziale.

I (*24 Marzo*) Ar_1

P	D	d	Δ	δ
1000	755		0,2	
		—100		—1,5
800	655		—1,3	
		—204		—3,0
400	451		—4,3	
		—205		—3,0
0	246		—7,3	
		204		3,0
400	450		—4,3	
		205		3,0
800	655		—1,3	
		206		2,8
1200	861		1,5	
		216		2,8
1600	1077		4,3	
		206		2,7
2000	1283		7,0	
		—207		—2,8
1600	1076		4,2	
		—205		—2,7
1200	871		1,5	
		—208		—2,7
800	663		—1,2	
		—208		—2,7
400	455		—3,9	
		—208		—2,9
0	247		—6,8	
		513		7,0
1000	760		0,2	

II. (*15 Aprile*) Ar_1

P	(D)	(Δ)	a
1000	—573	—6,9	2,25
0	0	0,0	—
400	203	2,5	2,31
800	408	5,1	2,34
1200	615	7,7	2,34
1600	833	10,5	2,36
2000	1051	13,4	2,39
2400	1278	16,3	2,39
2800	1511	19,1	2,37
3200	1749	22,0	2,35
3600	2020	25,6	2,37
3200	1830	22,9	2,34
2800	1621	20,6	2,38
2400	1413	17,9	2,37
2000	1192	15,3	2,40
1600	969	12,6	2,43
1200	746	9,9	2,48
1000	631	8,5	2,52

$l = 1473^{mm}$ $R = 0,253^{mm}$

$D_1 = 925$ $\Delta_1 = 39,8$

$\nu = 1,8623^{ohm}$ $\varrho = 0,0000246^{ohm}$

$E = 13070$

III. (*30 Aprile*) Ar_2

P	(D)	(Δ)	a
1000	—549	—7,2	2,18
0	0	0,0	—
400	243	3,0	2,05
800	444	5,8	2,17
1200	662	8,8	2,21
1600	892	11,8	2,20
2000	1129	14,9	2,19
2400	1376	18,1	2,19
2800	1646	21,5	2,17
3200	2123	27,6	2,16
3600	2721	35,1	2,14
3200	2515	32,2	2,13
2800	2292	29,1	2,11
2400	2055	26,0	2,10
2000	1816	23,0	2,10
1600	1565	19,8	2,10
1200	1305	16,3	2,07
800	1036	12,9	2,07
400	770	9,3	2,01
0	487	5,9	2,01
400	699	8,9	2,11
800	923	11,7	2,11
1000	1030	13,1	2,11

$l = 1473^{mm}$ $R = 0,251^{mm}$

$D_1 = 947$ $\Delta_1 = 44,5$

$\nu = 1,9249^{ohm}$ $\varrho = 0,0000250^{ohm}$

$E = 12780$

Le ultime due tabelle mostrano che tanto per le (D) come per le (Δ) si è molto lontani dalla proporzionalità colle rispettive P. Invece essendo le a, che servono a denotare i rapporti $\dfrac{\frac{\Delta\nu}{\nu}}{\frac{\Delta l}{l}}$, presso a poco costanti, risulta che le (Δ) stanno sensibilmente come le (D). Volendo accertare sin dove questa legge fosse ammissibile, ho costruito per il filo Ar_2, che rivela sempre un comportamento più regolare dell'altro, il diagramma delle (Δ) in funzione di (D), ed ho trovato che i punti relativi ai passaggi da $P = 0$ a $P = 3600$, e da $P = 3600$ a $P = 0$, non sono sulla stessa retta, ma sopra due archi a

leggiera curvatura, dei quali quello che si riferisce ai carichi crescenti presenta la concavità all'asse delle deformazioni, e l'altro la convessità.

Resta ora ad esaminare l'influenza dei processi di deformazione sul modo con cui varia la resistenza dei nostri fili. Riassumo perciò nei due annessi quadri le esperienze eseguite coi due campioni, limitandomi a riportare le D e le Δ avute per i punti estremi dei cicli. Trovansi nelle due tabelle i valori di a che si riferiscono alle differenze fra le successive Δ e le D corrispondenti, e sono altresì segnati nella prima riga, racchiusi fra parentesi, i valori dello stesso rapporto dedotti dalle variazioni di resistenza e di lunghezza dallo stato iniziale del filo sino a quello da cui si parte in ciascuna delle serie, che al principio delle esperienze manifestano un considerevole allungamento residuo del corpo.

Noterò in ultimo che nelle ricerche compiute col filo Ar_1, quando per la prima volta venne applicato il carico di 3600 gr., la deformazione riuscì tanto grande che si fu obbligati a diminuire il peso tensore senza fare misure. Col filo Ar_2 per lo stesso carico di 3600 gr. l'aumento di lunghezza risultò sin dalla prima volta assai minore. Potrebbe darsi che il diverso comportamento dei due campioni fosse da attribuire al fatto di non aversi nei due casi le medesime condizioni di struttura interna, ma è giusto avvertire che, mentre col filo Ar_1 si pervenne al peso tensore massimo passando direttamente da $P = 3400$ a $P = 3600$, col secondo il carico fu accresciuto in ultimo di 100 in 100 gr., per cui non è escluso che la diversa rapidità nell'aumentare il peso abbia influito sul disaccordo.

IV. Ar_1

P	D	Δ	a	P	D	Δ	a	P	D	Δ	a
24 Marzo				*25 Marzo*				*31 Marzo*			
1000	755	0,2		1000	760	0,2		1000	794	0,1	
0	246	−7,3	2 42	0	250	−7,1	2,37	0	275	−6,9	2,28
2000	1283	7,0	2,27	2400	1501	11,1	2,40	2800	1741	12,4	2,23
0	247	−6,8	2,19	0	266	−6,7	2,38	1000	804	−0,1	2,26
1000	760	0,2	2,24	1000	782	0,2	2,20				
11 Aprile				*13 Aprile*				*14 Aprile*			
1000	808	−0,1		1000	838	0,1		1000	3400	27,0	(2,27)
0	290	−6,8	2,28	0	321	−6,7	2,41	0	2864	21,1	2,02
3200	1978	14,3	2,20	3200	1991	14,6	2,33	3600	6547	64,9	2,17
1000	847	0,1	2,21	3600	....	....	....	1000	5141	47,2	2,30
15 Aprile (ant.)				*15 Aprile (pom.)*				*16 Aprile*			
1000	5138	46,2	(2,19)	1000	5195	47,7	(2,26)	1000	5199	47,9	(2,34)
0	4565	39,3	2,23	0	4625	40,8	2,27	0	4644	41,4	2,27
3600	6585	64,9	2,35	3500	6541	63,7	2,25	3500	6546	63,8	2,28
1000	5196	47,8	2,28	1000	5197	47,6	2,25	1000	5207	47,9	2,30

Ar_2

P	D	Δ	a	P	D	Δ	a	P	D	Δ	a
29 Aprile (ant.)				*29 Aprile (pom).*				*30 Aprile*			
1000	860	−2,8		1000	867	−2,8		1000	1105	0,1	
0	318	-10,0	2,19	0	321	-10,0	2,22	0	556	−7,1	2,18
2000	1421	4,7	2,20	2800	2194	13,9	2,15	3600	3277	28,0	2,14
0	319	-10,0	2,20	0	560	−7,8	2,24	0	1043	--1,2	2,17
1000	862	−2,8	2,20	1000	1105	--0,3	2,31	1000	1586	6,6	2,20

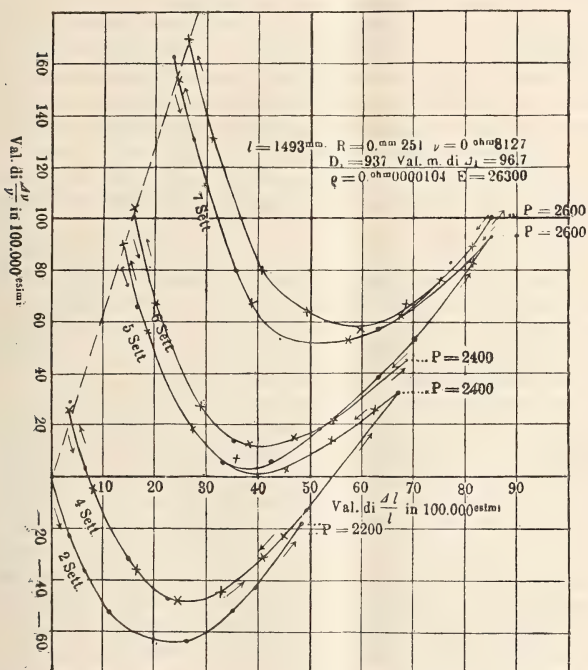
Dai risultati esposti si ricava che, colle restrizioni fatte nell' esame delle tabelle II e III, tanto per gli effetti temporari che per i residui, sieno da riguardarsi le variazioni di resistenza dell' argentana come proporzionali agli allungamenti. Segue da ciò che, essendo

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{\Delta \varrho}{\varrho} + \frac{\Delta l}{l}(1 + 2\mu)$$

se è costante il coefficiente di Poisson μ, nelle varie fasi dei cicli compiuti esiste anche proporzionalità fra le variazioni di resistenza specifica e gli aumenti di lunghezza.

Per ciò che riguarda i valori di a ottenuti nelle prime serie di esperienze coi due fili, cioè operando entro limiti di deformazione molto ristretti, farò osservare che essi non si discostano molto da quelli cui pervenne il Tomlinson, e sono fra loro assai concordanti. Questa circostanza e la regolarità che si ebbe nel complesso dei miei risultati, depongono a favore del metodo seguito nelle attuali ricerche.

Le esperienze fatte col nichel crudo rivelarono l' anomalia, osservata dal Tomlinson, di esservi col crescere del carico tensore in principio una diminuzione di resistenza e poi un aumento, con questo di particolare che si trovò per ciascuno dei tre campioni adoperati un minimo di v per $P = 1200$, e per quanto riguardava la legge di variazione di v al variare di P un andamento conforme del fenomeno nei tre casi. Se non che i valori D per i primi due fili Ni_1, ed Ni_2, in ispecie al principio della detrazione, misero in chiaro delle irrregolarità nel modo di procedere dei valori di Δl che acccusavano un imperfetto funzionamento dei pezzi destinati alla misura delle dilatazioni; per cui fu giuocoforza rinunziare ai risultati ottenuti coi fili anzidetti. L' inconveniente in parola non si verificò col campione Ni_3, ed io mi limito pertanto a riferire sulle esperienze eseguite con esso.

Essendo per il nichel messa fuori discussione la costanza del rapporto a, non è qui possibile riassumere i risultati come si è fatto per l'argentana, e d'altro canto ragioni di spazio non mi consentono di esporli per esteso. Credo per ciò utile rappresentarli nell'annesso diagramma, il quale anche nella scala in cui è tracciato dà modo di apprezzare la natura del fenomeno in tutti i suoi particolari e, poichè si riferisce a tutto quanto il processo compiuto, offre al tempo stesso il vantaggio di mostrare a prima vista il comportamento elettrico del filo per riguardo alle deformazioni subìte.

Ogni curva porta l'indicazione del giorno di esperienza e del carico massimo raggiunto nella serie. I punti che servirono per il loro tracciamento, sono distinti con un tondino o con una crocetta, a seconda rappresentino stati relativi alla trazione o alla detrazione.

Sin dalla serie del 2 settembre, per la quale si operò entro limiti di deformazione assai ristretti, il fenomeno si presenta complicato, giacchè, oltre il manifestarsi la nota anomalia, le curve di andata e di ritorno non coincidono, discostandosi la seconda dalla prima sempre più a misura che ci si avvicina al carico *zero*, nel senso di indicare un aumento dei valori di ν rispetto alle resistenze che si ebbero nel primo passaggio.

Nella serie successiva (4 sett.) colla trazione si passa sensibilmente per i punti della linea che caratterizzava per le esperienze del giorno avanti il passaggio da $P = 2200$ a $P = 0$, ma essendoci ora spinti ad una deformazione estrema assai più grande, abbiamo un nuovo spostamento dell' arco che corrisponde alla seconda detrazione, e più accentuato che nel caso di prima. Segue la serie del 5 settembre nella quale, pur essendoci arrestati per il carico tensore a 2400 gr. come nel giorno 4, la curva di andata che nel tratto iniziale coincideva con quella di ritorno del 4 settembre se ne allontana, sempre nel senso di accusare valori più grandi della resistenza, producendo per questo fatto nella linea rappresentatrice della detrazione un ulteriore sollevamento, senza che però ne fosse alterata la forma rispetto alla curva di ritorno del 4 settembre. I particolari sin qui esposti si riproducono nelle due ultime serie.

Dalla circostanza che i punti terminali di ogni serie si trovano ad un dipresso lungo la stessa retta, si trae che sono in tal caso gli aumenti di resistenza proporzionali agli aumenti di lunghezza. Il Tomlinson trova in proposito una legge più complicata, ma operando col nichel ricotto; abbiamo quindi ragione di credere che il nichel crudo, a causa forse della sua minore cedevolezza, si comporti in modo più regolare che nello stato ricotto.

Del resto, anche per ciò che concerne i risultati quantitativi esistono differenze notevoli fra i due stati, in quanto dalle esperienze da me fatte coi tre campioni Ni_1 Ni_2 ed Ni_3, i quali come fu detto dettero dal lato elettrico risultati abbastanza concordanti, si può assodare che i decrementi massimi di resistenza in ogni serie sono nel nichel crudo molto minori che nel metallo ricotto, tanto che a cominciare dal 5 settembre, atteso l' aumento residuo di resistenza che ha già subito il filo, non è più possibile, procedendo per carichi crescenti, ottenere, colle diminuzioni che allora ne conseguono, un valore della resistenza più basso di quello da cui si partì il 2 settembre; sicchè il minimo raggiunto in ogni trazione non è da riguardare come tale in modo assoluto, ma solo rispetto allo stato originario del filo nella serie che si considera.

Fisica. — *Sulla deviazione elettrostatica dei raggi catodici.* Nota di Quirino Majorana presentata dal Socio Blaserna.

Crookes, in uno dei suoi lavori, aveva riconosciuto che il cammino di un fascio di raggi catodici, resta modificato dalla presenza, nello stesso tubo di scarica, di un altro fascio emanante da un secondo catodo.

Questo fatto venne interpretato da Crookes come dovuto ad un' azione di reciproca repulsione dei due fasci di raggi; e tale interpretazione era per il fisico inglese una conferma della sua teoria della materia raggiante, giacchè ammettendo questa si capirebbe, in massima, come particelle elettrizzate, lanciate in direzioni parallele e vicine, e contemporaneamente, possano vicendevolmente respingersi. Ma l' interpretazione vera del fenomeno scoperto da Crookes, non è così semplice come questi vorrebbe. Goldstein aveva osservato, anche prima che Crookes pubblicasse i suoi lavori, che il cammino dei raggi catodici non è, salvo specialissime eccezioni, quasi mai rettilineo. Prescindendo dal fatto che tal cammino è variabile con la pressione, egli riconobbe che, pur mantenendo questa costante, la presenza di un secondo catodo nell' interno di un tubo, altera il cammino predetto; e ciò non in conseguenza di azione reciproca dei fasci di raggi.

Posteriormente E. Wiedemann ed Ebert, confermarono l' asserzione di Goldstein, e fecero vedere che lo spostamento nel cammino di un fascio di raggi catodici esiste, e in misura sensibilmente eguale a quella osservata da Crookes, ancorchè si impedisca mediante uno schermo vicinissimo ad un secondo catodo, la propagazione dei raggi emessi da questo. Si ha da ritenere dunque che le deviazioni nel cammino di un fascio di raggi catodici, come quella osservata da Crookes, siano dovute ad un' influenza diretta delle cariche elettriche negative proprie di un secondo elettrodo. Ma secondo queste vedute, è naturale che si pensi che un anodo possa esercitare, sul cammino dei raggi catodici, un' azione di senso contrario. Questo fatto, però, non fu nelle ordinarie condizioni, sinora notato, e dalle esperienze di Goldstein si conclude che se la deviazione dei raggi catodici può ottenersi per azioni elettrostatiche, ciò non può farsi che adoperando come agente deviatore un secondo catodo.

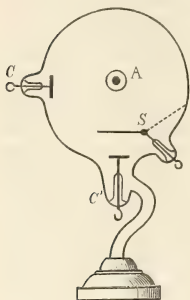
Recentemente Jaumann, che sostiene essere i raggi catodici dovuti a vibrazioni longitudinali dell' etere, ha fatto vedere che essi possono subire spostamenti nel loro percorso, per azioni elettrostatiche di ambo i segni, ed anche esterne al tubo di scarica. Le esperienze di Jaumann richiedono però che si operi con scariche così deboli, che la fluorescenza del tubo sia solo appena visibile nell' oscurità.

Oggetto della presente Nota è di render conto di alcune esperienze che oltre a far vedere in modo evidente la predetta azione repellente, esercitata da

un catodo sopra i raggi catodici, mostrano che questi possono nelle ordinarie condizioni dei tubi di scarica, subire sensibili deviazioni anche per l' influenza di un anodo.

Per istudiare la deviazione dei raggi catodici nell' interno dei tubi di scarica, mi sono servito della osservazione dell' ombra oscura, staccantesi sulla parete fluorescente, di oggetti contenuti nell' interno del tubo. La grandezza di quelle ombre, e la loro posizione mi hanno fornito elementi per quello studio.

Fig. 1 a 1/3 dal vero.

Nel tubo della fig. 1, due catodi C e C′ possono inviare due fasci normali l' uno all' altro. L' anodo A (visto in sezione) è costituito da un filo di alluminio di lunghezza quasi eguale al diametro del palloncino, che costituisce l' apparecchio. Uno schermo girevole intorno alla cerniera S, impedisce, quando si trovi in posizione orizzontale, che i raggi emananti da C′ investano l' anodo A.

Quando i due catodi funzionano contemporaneamente, e lo schermo S è alzato, il filo A proietta sulle pareti dell' apparecchio due ombre, costituite sensibilmente da due archi di cerchio dell' apertura di circa 180°, e disposti in due piani normali l' uno all' altro. Se uno solo degli elettrodi C e C′ è unito col polo negativo del rocchetto, l' ombra unica di A sulla parete del tubo opposta, riesce molto più nitida, e sopra un fondo molto più luminoso per fluorescenza che nel primo caso.

Si noti ora sulla parete anticatodica a C, la posizione dell' ombra del filo A, mentre solo il catodo C agisce, e lo schermo S è alzato; è agevole rilevare che non appena si pone in azione anche C′, cioè lo si unisce metallicamente con, C, l' ombra predetta viene spostata alquanto verso la parte alta del palloncino. Ma questo spostamento non è dovuto ai raggi catodici che emanano da C, come semplicemente potrebbe interpretarsi, ma bensì alla esclusiva presenza del secondo catodo C′. Che ciò sia vero si dimostra portando lo schermo S nella sua posizione orizzontale; l' ombra di A in seguito a ciò, rimane immutata. Sicchè questa esperienza conferma l' osservazione di Goldstein circa alla mutua azione di due catodi. Secondo le vedute di Jaumann, questo fenomeno è da interpretarsi ammettendo che per la esistenza di un secondo catodo, la distribuzione delle linee di forza, nell' interno del tubo resta cambiata, e che i raggi catodici, dovendo secondo quel fisico, seguire quelle linee, cambiano anch' essi.

Ma un modo di mettere in maggiore evidenza questa repulsione, consiste nel far battere direttamente un fascio di raggi, emessi da un primo catodo, sopra un secondo, e di osservare la grandezza dell' ombra portata di

questo sopra la parete anticatodica del primo. Questa esperienza può facilmente realizzarsi servendosi ancora dell' apparecchio della figura 1. Si faccia funzionare C da catodo, mentre come anodo si scelga anzichè il filo A, il disco C′ od anche lo schermo S. Mentre così operando l' ombra di A è larga circa 1 mm., quando A si unisce con C essa diventa venti o trenta volte più larga. Questo indica che il cammino dei raggi catodici emananti da C, subisce un cambiamento assai forte, in conseguenza della presenza del catodo A.

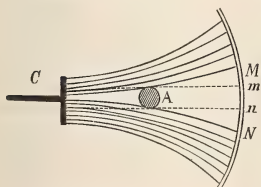
L' allargamento dell' ombra di A, non è costante col variare della pressione nell' interno del palloncino. Se la rarefazione non è molto spinta, e i fiocchi positivi non sono del tutto scomparsi, esso è minore che nel caso in cui esista soltanto la luminosità per fluorescenza del tubo.

È a notarsi che se fra il filo A e il polo negativo del rocchetto (polo che è collegato altresì con C), si interpone una distanza esplosiva oppure una resistenza, in modo cioè che le cariche del filo stesso sieno spostate di fase, o solo diminuite rispetto a quelle del catodo C, l' ombra portata sulla parete fluorescente è più stretta, e nel caso della distanza esplosiva, massima, la larghezza di quell' ombra è di poco superiore a quella che essa avrebbe se la carica negativa arrivasse solo in C. Ma se la scintilla viene man mano raccorciata, l' ombra va successivamente allargandosi, sino ad arrivare al massimo che più sopra abbiamo accennato.

Vi è un altro modo per generare un allargamento nell' ombra di A. Basta infatti toccare col dito il gambo di platino esterno al tubo di scarica corrispondente a quel filo, oppure metterlo in comunicazione con una capacità anche bene isolata, o col suolo. In tutti questi casi, però, l' ombra di A si ingrandisce molto meno che non quando il gambo di platino vien posto in comunicazione col catodo del rocchetto.

Ma dopo queste osservazioni è ben naturale che venga l' idea di osservare che cosa succeda quando il filo A vien posto in comunicazione con l' anodo. Un' azione elettrostatica dell' anodo non fu sinora notata nelle condizioni ordinarie dei tubi di scarica; e sarebbe in ogni modo da aspettarsi che qualora quell' azione, anche debole, esistesse, debba essere di senso contrario a quella del catodo. Nel caso attuale l' esperienza conferma ampiamente questa previsione, e mentre se C è catodo, e C′ anodo, unendo A col catodo si ha un' allargamento nell' ombra portata, e quindi una repulsione, unendo quel filo col polo positivo si ha un restringimento, e quindi un' attrazione.

Fig. 2.

Analogamente al caso della repulsione, l' inserzione tra il rocchetto ed il gambo del filo A, di una distanza esplosiva o di una resistenza, produce anche qui una diminuzione dell' effetto totale.

I fenomeni di attrazione e di repulsione notati, possono venire indicati

schematicamente come ora dirò. La fig. 2 rappresenta il caso in cui il filo A, visto in sezione, è unito metallicamente dal di fuori del tubo di scarica col catodo C. Sulla parete fluorescente si ha allora una zona MN in ombra, la quale è molto più larga dell' altra *mn* che si avrebbe se A fosse neutro. I raggi catodici, che in questo caso sarebbero sensibilmente rettilinei, sono invece indicati in figura con delle linee di sensibilissima curvatura.

Ma è forse più interessante il caso in cui il filo A è posto in comunicazione col polo positivo del rocchetto. L'ombra sulla parete fluorescente resta, come si è visto, impiccolita anzichè ingrandita. Ed è a prevedersi che in ispeciali condizioni di pressione, e di forma del tubo di scarica, il segmento *mn* della figura 2 diventi di grandezza nulla, od anche cambii di segno. Il tubo di scarica indicato nella fig. 1 si presta bene alla verifica di ciò. Per piccole rarefazioni interne, il restringimento dell' ombra del filo, quando A è anodo, è appena sensibile, ma cresce con l'aumentare della rarefazione. Arriva così un istante in cui l' ombra del filo sparisce, e, continuando a far lavorare la pompa, in luogo di aversi un' ombra, si ha una zona più luminosa, il qual fatto può venire spiegato con lo schema della figura 3. Qui si osserva che i raggi catodici in vicinanza della parete anticatodica si incrociano, e nei punti del tratto MN, l' intensità di fluorescenza è più grande che nel resto. Si ha dunque un fenomeno che può sembrare a prima vista paradossale e cioè che un corpo opaco posto tra una sorgente di radiazioni e una parete colpita, può produrre su questa una regione più luminosa anzichè in ombra.

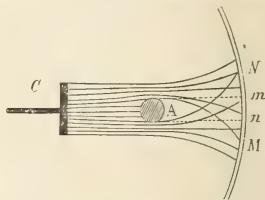



Fig. 3.

Il fenomeno osservato prova altresì che se due fasci di raggi catodici esercitano mutuamente una repulsione, la qual cosa era voluta da Crookes, quella repulsione non è per certo paragonabile come intensità a quella che direttamente può esercitare un secondo catodo, o all' attrazione di un anodo.

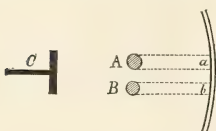



Fig. 4.

Dirò infine del seguente fatto, che serve ad indicare come gli spostamenti osservati sul percorso dei raggi catodici sieno dipendenti dalla pressione nell' interno del tubo di scarica. Due fili A e B di alluminio visti in sezione nella fig. 4, sono colpiti dai raggi emanati da C. Se A e B non sono uniti con nessuno dei due poli del rocchetto, essi proiettano due ombre *a* e *b* uguali. Ma si provochi un piccolo allargamento nell' ombra *a*. Basta all'uopo toccare A col dito, oppure unirlo con una piccola capacità. Non si deve porlo in comunicazione col catodo, perchè in tal caso si avrebbe un effetto talmente

forte, da mascherare il fenomeno che ora voglio studiare. È facile allora constatare che se B è abbastanza vicino ad A, per piccole rarefazioni del tubo anche *b* si allarga; per grandi rarefazioni, quando cioè i raggi catodici si formano intensamente, *b* si ristinge. Il fenomeno esattamente inverso si verifica se si produce in una delle due ombre un restringimento, ed in questo caso occorre unire il corrispondente filo direttamente con l'anodo.

Tutti i fenomeni di cui ho detto nella presente Nota, mentre talvolta cambiano, come si è visto, di intensità od anche di segno col variare della pressione interna, sono invece sensibilmente indipendenti dalla intensità della scarica che traversa il tubo. Ciò è notevole quando si pensi che le azioni elettrostatiche, studiate da Jaumann, non si manifestano che nel caso di piccola intensità di quella scarica.

Chimica. — *Azione dei cloruri e dell'ossicloruro di fosforo sopra alcuni derivati ossigenati del Pirrodiazolo (2.4). Parte sperimentale.* Nota II di AMERICO ANDREOCCI, presentata dal Socio S. CANNIZZARO.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Istologia vegetale. — *Sulla formazione dell'albume del Leucoium vernum* L. [1]. Nota del dott. LUIGI BUSCALIONI, presentata dal Corrispondente R. PIROTTA.

Ho osservato che tanto il processo cariocinetico normale, quanto la frammentazione, sia ordinaria, che quella da me chiamata cariocinetica (V. Atti della R. Accademia di Med. di Torino) concorrono alla divisione delle cellule, allorchè l'albume del Leucoium vernum si va organizzando in tessuto.

Il processo cariocinetico si compie talora in modo abnorme e le anomalie possono colpire il fuso acromatico, quello cromatico od entrambi ad un tempo.

Durante la mitosi si nota costantemente, ai poli dei nuclei secondarî od ai lati della piastra equatoriale, un cordone protoplasmatico fortemente colorabile coll'ematossilina, il quale si avanza più o meno verso la periferia della cellula, fino e raggiungere talora la membrana cellulare.

Le figure proprie della frammentazione cariocinetica non sono molto frequenti. Quando però si presentano, il nucleo si strozza in fase di gomitolo,

[1] Lavoro eseguito nel R. Istituto Botanico dell'Università di Roma.

prima o dopo della segmentazione trasversale dei cromosomi. Il nucleolo si mantiene presente durante tutte le fasi dell' anomalo processo, ed anzi talora si suddivide pure a sua volta, oppure scompare come nei casi di cariocinesi normale. Degno di nota poi si è che il fuso acromatico non è mai visibile nei casi ben constatati di frammentazione cariocinetica. La frammentazione semplice non è rara alla periferia dell' albume e negli stadi inoltrati di sviluppo dell' ovulo in seme.

Oltre a questi fatti ho osservato pure una forma di frammentazione da me denominata gemmazione. Essa s' incontra in taluni nuclei colossali, spesso foggiati ad anello, od anche nei nuclei conformati normalmente. Il nucleo in questi casi emette delle sporgenze, che più tardi si rendono indipendenti. Spesso si incontrano in una sola cellula quasi tutti gli stadii del processo. I nuclei così prodotti sono più piccoli degli altri, e forse vanno incontro ad un processo degenerativo.

La formazione della membrana si osserva tanto nel processo cariocinetico, quanto in seguito alle due sorta di frammentazione. Estremamente di rado però la parete formasi prima che la frammentazione sia completa, ma ciò non esclude che essa si formi, poichè allo stato adulto del seme ogni cellula presenta un solo nucleo. Ho tuttavia potuto studiare dei casi non dubbî in cui la membrana era già in gran parte formata in un'epoca in cui il nucleo cominciava appena a strozzarsi.

La maggior parte dei fatti sopra ricordati concordano con quelli che io ebbi a riscontrare nei laticiferi dell'Urtica e nei singolari vasi delle Dioscoree (V. Atti della R. Accad. di Med. di Torino).

Patologia vegetale. — *La Bacteriosi del Sedano.* Nota del dott. Ugo Brizi presentata dal Corrispondente R. Pirotta.

Questa Nota verrà pubblicata nel prossimo fascicolo.

RELAZIONI DI COMMISSIONI

Il Socio Cerruti, relatore, a nome anche del Socio Beltrami, legge una Relazione sulla Memoria del sig. Morosov, intitolata: *Postulat d' Euclide comme une propriété de l' espace à trois dimensions.* La Relazione conclude col proporre l' invio di un ringraziamento all' autore per la sua comunicazione.

Le conclusioni della Commissione esaminatrice, messe ai voti dal Presidente, sono approvate dalla Classe.

PERSONALE ACCADEMICO

Il Presidente Brioschi dà il doloroso annuncio delle perdite fatte dall'Accademia nelle persone del Socio nazionale Galileo Ferraris, morto il 7 febbraio 1897, e del Socio straniero Carlo Weierstrass, mancato ai vivi il 20 febbraio 1897. Apparteneva il primo all'Accademia dal 18 luglio 1891, e ne faceva parte il secondo dal 16 dicembre 1883.

Il Socio Blaserna legge la seguente Commemorazione del defunto Socio Galileo Ferraris.

1. Volge ora un mese dal triste giorno, in cui giunse all'Accademia l'improvvisa notizia, che la salute di Galileo Ferraris era seriamente minacciata. L'illustre nostro Presidente, mentre eravamo qui riuniti, si rese interprete dei nostri sentimenti, chiedendo per telegrafo nuove informazioni ed ebbe, purtroppo, la dolorosa risposta, che dopo breve malattia il Ferraris, a ore diciassette del medesimo giorno 7 febbraio, aveva cessato di vivere.

Il compianto per la immatura perdita del nostro Socio, ancora giovane e già sì illustre, fu universale. La nostra Accademia vi si associò e fu rappresentata ai solenni funerali da tutti i Soci ivi presenti, alla Presidenza non essendo stato possibile di giungere in tempo a Torino.

Egli nacque il 3 ottobre 1847 a Livorno, in quel di Vercelli. Apparteneva ad una famiglia di patriotti, in cui patria, scienza ed arte formavano un culto costante ed ideale.

Con questi auspici egli entrò nella vita. Studiò nell'Università di Torino, vi prese il diploma d'ingegnere e divenne assistente del prof. Codazza, nel Museo industriale. Pubblicò un lavoro sulla teoria matematica della propagazione elettrica nei solidi omogenei, molto lodato, che gli valse la nomina a dottore aggregato. Morto il Codazza, il Ferraris con rapidissima carriera divenne nel 1877 incaricato, nel 1878 straordinario, nel 1879 professore ordinario di fisica tecnica nel R. Museo industriale, al quale, non ostante varie lusinghiere offerte, appartenne fino al giorno della sua morte.

L'attività didattica e scientifica del Ferraris è stata grande. I numerosi suoi allievi parlano con entusiasmo delle chiare, dotte, abbondanti sue lezioni e degli istruttivi ed efficaci suoi procedimenti di laboratorio. Quanto ai suoi propri lavori, a queste mie parole di mesto ricordo va unito un elenco, che ritengo completo. In tutti si riscontra il pregio di non comune chiarezza, ma fra essi vi sono tre, o per meglio dire tre gruppi, sui quali voglio richiamare l'attenzione speciale dell'Accademia.

2. Fino dal 1840, in seguito alle indagini di Côtes, di Eulero, di Lagrange, di Piola e di Möbius, la teoria delle lenti sferiche presentava una rimarchevole semplicità, distinta per l'eleganza delle formole e per la faci-

lità delle costruzioni grafiche. Tale semplicità veniva dal trascurare, come si faceva, la grossezza delle lenti, anche nei casi in cui questa grossezza era tutt'altro che trascurabile. Ne seguiva, che mentre i concetti dell'asse e del foco, almeno per raggi semplici di una sola refrangibilità, erano bene definiti, la definizione della distanza focale presentava grande incertezza, che si riverberava su tutta la teoria esistente.

È stato Gauss, che colla Memoria, *Dioptrische Untersuchungen*, richiamò l'attenzione dei fisici e dei geodeti su questo difetto della teoria. Prendendo la questione nei suoi termini più generali, egli fece vedere come la sola considerazione dei due fochi non basta, ma che introducendo nel calcolo altri due punti, situati sul medesimo asse e da lui chiamati principali, molti problemi della diottrica si risolvono con facilità e colla stessa eleganza, che forma il pregio dell'antica teoria.

La classica Memoria di Gauss segna un punto importante nella via miliare della diottrica. Molti, seguendo la via indicata dal grande matematico di Gottinga, la svilupparono e la perfezionarono. Alle due coppie di punti, focali e principali, che formano il cardine della teoria di Gauss, Listing ne aggiunse una terza coppia, dei punti nodali. Maxwell, Martin, Reusch cercarono di dare alla nuova teoria, mantenutasi sul terreno analitico, una base geometrica.

Ma non ostante questi importanti lavori, la vecchia teoria, che trascura lo spessore delle lenti, mantenne il suo predominio nei trattati, anche i più importanti, di fisica e di geodesia. Helmholtz, nella celebre sua opera di ottica fisiologica, aveva bensì svolta la teoria dell'occhio in base alle nuove ricerche, ed il nostro Casorati le aveva riassunte in un pregevole libro, ma l'insegnamento ne rimase quasi del tutto estraneo.

Fu per questa considerazione, che il Ferraris nel 1876 la prese in nuovo esame, cercando di darle una forma geometrica più semplice. Nella bella e esauriente introduzione, che precede l'opera sua, *Le proprietà cardinali degli istrumenti diottrici*, egli dichiara che il suo libro raggiungerebbe tanto meglio lo scopo, che egli si era prefisso nel pubblicarlo, quanto più elementare sarebbe stato giudicato.

La pubblicazione del Ferraris è dunque un trattato, anzi come egli vuole, un trattato elementare, presa però questa parola nel vero suo significato. Definizioni e considerazioni geometriche si seguono con tale chiarezza e con ordine tanto stringente, da imprimere all'opera il carattere di vera originalità; perchè sono sue le dimostrazioni, suo l'andamento del libro. Esso richiamò l'attenzione dei fisici sul giovane scienziato, che esordiva in modo serio e brillante; e voltato in tedesco, ne portò il nome molto al di là dei nostri confini.

3. Nell'anno 1884 si ebbe a Torino un'esposizione internazionale di elettricità. Gaulard e Gibbs avevano inventato il trasformatore a corrente alternata, con cui, all'inverso dei rocchetti d'induzione, l'elettricità ad alto potenziale si trasforma in altra a basso potenziale. L'elettrotecnica si dibat-

teva allora contro una grande difficoltà: mentre tutti ammettevano, che senza ricorrere ad alti potenziali non si potevano praticamente condurre a grande distanza potenti energie elettriche, tutti in pari tempo riconoscevano il grande pericolo, che tale elettricità presentava nel suo continuo maneggio. L'invenzione di Gaulard e Gibbs tolse l'apparente contraddizione, permettendo essa di trasportare a distanza l'elettricità ad alto potenziale, salvo a trasformarla ed a renderla innocua prima di metterla al contatto del pubblico. Essa segna quindi un notevole progresso nella storia dei trasporti dell'energia elettrica a distanza.

Il giurì, presieduto dal Ferraris, ne riconobbe l'importanza e conferì agli inventori un premio di lire 5,000. Ma il Ferraris colse l'occasione, per sottoporre ad uno studio sperimentale ed analitico il trasformatore, cui una felice ispirazione aveva dato origine. In due Memorie, pubblicate negli anni 1885 e 1887, egli esamina quell'ingegnoso istrumento, scopre la forte differenza di fase, che si genera tra la corrente alternata primaria e la secondaria, riconosce in pari tempo la causa di una sensibile dissipazione di energia, dimostra come la teoria allora esistente non sia in grado di fornire una conveniente spiegazione dei fatti da lui trovati e getta le fondamenta della teoria del trasformatore, avente per base l'isteresi del ferro e la presenza delle correnti dette di Foucault.

L'invenzione del trasformatore e gli studî del Ferraris dànno un nuovo impulso alle indagini elettrotecniche. Ovunque si ripetono e si estendono le esperienze, e si completa la teoria fondata sopra una base larga e sicura. Non sarebbe qui il luogo di seguire passo a passo il mirabile movimento, che ne seguì ed in cui si distinsero Hopkinson, Kapp, Swinburne, Jacquin e molti altri. Zipernowsky introduce nella grande pratica il trasformatore anulare, al posto di quello a colonna, e Ròiti ne dà la teoria. Evershed esamina la forma più conveniente da darsi al trasformatore, Perry ne completa la teoria; Fleming infine intraprende un grande e serio lavoro sperimentale e pratico su tale importante congegno. Questi studî servono di guida alle grandi imprese elettriche, che l'invenzione del trasformatore e la conoscenza delle sue proprietà hanno reso possibili. Non si esagera dicendo, che da essi derivò in gran parte quel febbrile movimento elettrotecnico, che distingue e caratterizza l'ultimo decennio dello spirante secolo.

4. Ma gli studi del Ferraris sui trasformatori a corrente alternata dovevano suggerire alla sua mente indagatrice un nuovo ordine d'idee, che segna per lui il più bel titolo di gloria.

È noto, fin dal principio del secolo, come due sistemi ondulatori, quando vengano a sovrapporsi, producano svariatissimi fenomeni d'interferenza. Studiati per la prima volta da Young e da Fresnel per il caso di onde luminose, si osservano pure nelle onde sonore ed esistono nei movimenti ondulatori di tutti i corpi elastici.

Per il caso speciale, che qui ci interessa, era risaputo, che si generano movimenti circolari, quante volte due onde di intensità media uguale e di uguale lunghezza si sovrappongano in modo, che i loro piani di vibrazione formino un angolo retto e presentino una differenza di fase equivalente a un quarto del loro periodo di oscillazione. La teoria della polarizzazione rotatoria della luce, data da Fresnel, è fondata su questo concetto.

Ora il Ferraris, colle due correnti alternate provenienti dalle due spirali del trasformatore, si trovava in presenza di movimenti ondulatori, paragonabili almeno in prima approssimazione alle onde luminose, e di differenze di fasi, che si regolano a volontà coll' intercalare nel circuito secondario resistenze opportunamente scelte. Di più, un elettromagnete, percorso che sia da una corrente alternata, produce un campo magnetico oscillante, le cui oscillazioni seguono di ugual passo e con periodo uguale, le oscillazioni della corrente generatrice. Egli ebbe quindi la felice idea di provocare l' interferenza di due campi magnetici oscillatori di uguale intensità, posti ad angolo retto ed aventi una differenza di fase corrispondente ad un quarto del loro comune periodo di oscillazione.

Il risultato non era diverso da quello della luce e ne risultò il campo magnetico rotante. Ma fra l'uno e l'altro fenomeno intercede una notevole differenza rispetto agli effetti, che possono produrre. Per la luce, questi conservano carattere luminoso e richiedono metodi ottici, per essere osservati. All' incontro, il flusso magnetico produce nelle masse metalliche correnti indotte, le quali, alla loro volta e secondo la legge di Lenz, possono generare movimenti meccanici. Assistiamo quindi alla trasformazione di energia elettrica o magnetica in energia meccanica, trasformazione che si può in vari modi ottenere. Il modo più semplice consiste nel rendere girevole la massa metallica, perchè il campo magnetico rotante la trascini dietro di sè, come avviene nella oramai antica esperienza di Herschel e di Babbage.

Ciò posto, ecco come l'esperienza può realizzarsi. Collochiamo i larghi poli di un elettromagnete diametralmente sulla periferia di un cerchio, nel cui interno viene così a formarsi un campo magnetico. Un secondo elettromagnete, simile al primo e posto in modo, che i suoi poli distino dai primi per un quarto di periferia, produrrà nell' interno del cerchio un secondo campo magnetico, disposto ad angolo retto riguardo al primo. Facciamo passare per i due elettromagneti due distinte correnti alternate, provenienti dalla spirale primaria e secondaria di un trasformatore, e congegnate in modo, che l' intensità media sia in ambedue uguale e che esista fra di loro una differenza di fase corrispondente a un quarto del loro comune periodo di oscillazione. Si formerà nell' interno del cerchio il campo magnetico rotante, e se vi collochiamo un cilindro di rame, bene centrato e girevole intorno al suo asse normale al cerchio, esso prenderà parte alla comune rotazione, trascinato dal campo magnetico.

Ecco realizzato il motore del Ferraris, apparecchio di meravigliosa semplicità. Gli elettromagneti sono fissi e il cilindro di rame gira sotto l' impulso di forze, agenti a distanza e senza contatti. Non esito a chiamarlo il motore più semplice, che mai siasi inventato, e non deve sorprendere se fu accolto con entusiasmo in tutto il mondo elettrotecnico.

5. È un fatto innegabile, che il Ferraris, quando costruì l' ingegnosa sua macchina, non ha creduto alla sua importanza come motore industriale. Nella breve e nitida sua Nota, *Rotazioni elettrodinamiche prodotte per mezzo di correnti alternate,* egli descrive il motore e il principio su cui si fonda, e soggiunge:

« È evidente *a priori,* e risulterà anche dalle considerazioni che farò « più sotto, che un motore così fatto non potrebbe avere importanza come « mezzo di trasformazione industriale di energia, ma per la sua semplicità e per le sue proprietà esso potrebbe tuttavia servire ad utili applicazioni ».

E più sotto:

« Queste relazioni ed i risultati delle esperienze riferite più sopra con- « fermano, ciò che era evidente *a priori,* che un apparecchio fondato sul « principio di quello da noi studiato non potrebbe avere alcuna importanza « industriale come motore; e quantunque sia possibile studiare le dimensioni « di esso in modo da aumentarne sensibilmente la potenza e migliorarne « notevolmente il rendimento, sarebbe inutile entrare qui in alcuna conside- « razione su tale problema ».

In seguito egli ne indica l' utilità per molte e interessanti esperienze di scuola e come misuratore dell' elettricità, somministrata in una distribuzione di energia elettrica fatta con correnti alternate.

Di queste sue esplicite dichiarazioni alcuni, fuori d' Italia, si sono valsi per negare alla scoperta del Ferraris ogni valore industriale e per attribuirne il merito al Tesla e ad alcuni altri, che vennero poi. Anzi, un libro recente [1] compilato da Thomas Commerford Martin, e riveduto dal Tesla medesimo spinge lo zelo fino al punto, che nella storia del campo magnetico rotante il nome del Ferraris non figura. Per ridurre queste pretese al loro vero valore, basta osservare che la Nota del Ferraris è del 18 marzo 1888. Soltanto nel successivo 1° maggio 1888, dunque sei settimane dopo, il Tesla, prese sette brevetti, in America, sopra semplici disegni e senza produrre modelli; e altre due settimane dopo, egli ne parlò in una pubblica conferenza. Ciò prova, che prima della pubblicazione del Ferraris, gli studi del Tesla non avevano

(1) Nikola Tesla's *Untersuchungen über Mehrphasenströme* ecc., autor. deutsche Ausgabe von H. Maser, 1895. Nell' introduzione veniamo assicurati, che il Tesla si occupava già nel 1882 di studi sul campo magnetico rotante, quando cioè non esistevano, nè il trasformatore, nè gli studi del Ferraris sul ritardo di fase!

ancora approdato, e che, in ogni caso, l'originalità del concetto e la priorità della pubblicazione fatta dal Ferraris non potrebbero in alcuna guisa essergli contestate. Che se il Ferraris non credette all'utilità industriale del suo motore, perchè dalle prime esperienze e dai primi suoi calcoli risultava un rendimento inferiore al 50 %, il motore pur non di meno esisteva. I motori a campo magnetico rotante, così come si impiegano anche oggidì, non differiscono da quello del Ferraris altro che nelle dimensioni, nel rendimento che il Ferraris stesso riconobbe molto perfettibile e nei particolari di costruzione, che ne sono la necessaria conseguenza. In questi particolari il progresso è incessante: tutti i perfezionamenti e adattamenti successivi vi trovano posto, come pure merito e guadagno relativo degli autori. Ma questo del Ferraris era già il tipo del motore industriale, che si cercava, quantunque egli non ne fosse ancora persuaso, quando lo costrusse, lo sperimentò e lo rese di pubblica ragione.

Questo, mi pare, sarà il giudizio della storia imparziale e scevra dalle passioni del momento, inasprite come sono dalla richiesta di patenti e da tutte le miserie che l'accompagnano.

Dopo la nuova spinta da lui data alle grandi applicazioni elettrotecniche, egli ne seguiva gli svolgimenti con un interesse uguagliato soltanto dalla feconda sua attività. Ne sia esempio il nuovo congegno, da lui pubblicato nel 1896 assieme all'ing. Arnò, con cui si stabilisce un nuovo sistema di distribuzione elettrica mediante le correnti alternate. Egli osserva, che per tale distribuzione si adoperano di preferenza sistemi monofasi per l'illuminazione, polifasi per la trasformazione dell'energia elettrica in lavoro meccanico. Nel caso intermedio, quando cioè l'energia elettrica deve trasformarsi, press'a poco in parti uguali, in luce e in lavoro meccanico, ambedue i sistemi presentano seri inconvenienti. Il nuovo sistema del Ferraris consiste essenzialmente in un ingegnoso trasformatore a spostamento di fase, col quale si può, a volontà e a seconda del bisogno, passare in una parte qualsiasi della rete dal sistema monofase al polifase o viceversa.

6. Questi sono, per sommi capi, i meriti scientifici di Galileo Ferraris. Per riassumerli e per apprezzarne il giusto valore, esaminiamo il successivo progresso della sua mente indagatrice.

Nel suo trattato di diottrica, egli segue le idee di altri, ma le rifà e le rende in forma nuova, piana, evidente: soltanto questa parte, dirò così, formale è nuova. Nelle sue indagini sul trasformatore di Gaulard e Gibbs, egli parte da una invenzione fatta da questi, ma la esamina a fondo, scopre il modo come funziona e ne getta il fondamento teorico. Infine, nei suoi lavori sul campo magnetico rotante, egli è interamente originale. La scoperta è sua, come è suo il concetto teorico, che lo ha guidato. Evidentemente, giovane come era, egli si trovava ancora sul ramo ascendente della sua parabola, nè si può sapere fino a dove questa lo avrebbe portato. Ed è questa la ragione del

profondo nostro dolore, nel pensare a quella splendida carriera, crudamente, immaturamente troncata!

Un distinto nostro elettrotecnico, ritornato dall'esposizione elettrica internazionale di Francoforte, ove il nuovo motore del Ferraris era stato molto apprezzato, riferendomi quanto ivi era avvenuto, mi disse che il Ferraris a Francoforte era quotato per un milione. Ciò vuol dire, che se egli avesse saputo o voluto far fruttare la sua scoperta, avrebbe certamente realizzato vistosi guadagni. Ma Galileo Ferraris apparteneva alla ideale schiera di scienziati, che cercano la verità, la sola verità e tutta la verità, e, lieti e contenti di averla trovata, non chiedono altro. Sono le alte soddisfazioni della mente, che creano la vera felicità, e se non deve sorprendere quando nature elette vi si soffermino, dobbiamo però un tributo di ammirazione a chi mostra di voler vivere in una sfera tanto nobile e tanto elevata.

Tale fu Galileo Ferraris. Ma il suo esempio merita di essere citato anche per altro rispetto. Egli fu un vero cultore di scienze applicate. Noi, che abbiamo una industria ancora nascente in Italia, non siamo riusciti a farci una chiara idea della parte importante, che va attribuita alla scienza nei grandi processi industriali. Certamente, quando si tratti di copiare quel che altri hanno fatto altrove, buone conoscenze pratiche, unite al fine criterio di saper giudicare, se le condizioni qua e là siano identiche, possono bastare. Dico che possono bastare, ma spesso non bastano; perchè un mutamento, imposto o consigliato dalle condizioni locali, porta spesso a conseguenze funeste, che la scienza sola può prevedere. E quando si consideri, che le industrie tutte sono in uno stato di evoluzione continua, non devesi mai dimenticare, che tali svolgimenti sono intimamente legati ai progressi delle scienze applicate.

Ora, per trattare con successo una scienza applicata, occorrono due cose: la scienza e il talento speciale e raro, di adattarla a casi concreti e di scendere in tale applicazione sino ai più minuti particolari, senza perdere di vista le grandi linee. Ove queste due qualità non si trovino riunite, non abbiamo altro che empirismo infecondo, talvolta burbanzoso e sempre pericoloso.

Non è questo il luogo, nè il momento, di trattare a fondo una questione tanto ponderosa. Mi sia però lecito di dire, che senza la guida di una scienza oramai sicura di sè, e senza l'ingegnosa applicazione dei suoi dettami, il trasporto dell'energia elettrica da Tivoli a Roma, che quando fu eseguito, era il più grandioso trasporto industriale esistente, sarebbe stato un vano tentativo e probabilmente, anzi certamente, si sarebbe chiuso con un insuccesso.

In questo mondo elettrotecnico, il Ferraris viveva di vita intellettuale piena e rigogliosa, insegnando e dando consigli a quanti a lui ricorrevano. Semplice e schietto di modi, usava coi pratici il loro linguaggio, si occupava delle loro grandi e piccole difficoltà e ritornava poi allo studio. La sua perdita sarà lungamente, profondamente sentita.

7. Galileo Ferraris appartenne alla nostra Accademia fin dall' anno 1891, nella qualità di Corrispondente. Eletto Socio nazionale nell' anno successivo, egli prese parte ai nostri lavori, arrecandovi il contributo del suo ingegno e della sua operosità. Nell' anno 1894, alla seduta Reale, tenne un bellissimo discorso sulla trasmissione elettrica dell' energia, in cui tratteggiò con profondità di vedute le idee moderne sull' elettricità e sulla costituzione dell' etere.

Nel novembre ora decorso, il Governo, giustamente apprezzando i singolari servigi da lui resi alla scienza e al paese, lo chiamava all' alta dignità di Senatore del Regno. L' ultima sua opera fu, di aver dato vita all' Associazione elettrotecnica italiana, il cui statuto, da lui elaborato, fu pubblicato pochi giorni prima della sua morte. L' opera è appena iniziata e speriamo non sia lasciata cadere.

Ma accanto e al disopra dell' insegnante e dello scienziato, stava l' uomo. Semplice di modi e modesto, d' indole mite e quasi ingenua, egli conservava nel suo cuore un tesoro di affetti per le cose grandi e belle. Amava la musica con trasporto e la coltivava con non comune abilità. Aveva il culto dell' amicizia, provò in varie occasioni che sentiva altamente i doveri di famiglia, ed era uomo su cui si poteva contare. La sua immatura morte lascia una profonda lacuna, che difficilmente si potrà colmare, nella scienza e nella scuola, nel paese e nel cuore dei numerosi suoi amici.

Elenco delle opere di Galileo Ferraris.

1. *Delle trasmissioni telodinamiche di Hirn.* Dissertazione e tesi presentata alla commissione esaminatrice della R. Scuola d' applicazione per gl' Ingegneri di Torino. Settembre 1869. Torino, tipografia Ceresole e Panizza.
2. *Sulla teoria matematica della propagazione dell' elettricità nei solidi omogenei.* Dissertazione pel concorso ad un posto di dottore aggregato alla Facoltà di scienze fisiche, matematiche e naturali nella R. Università di Torino. Torino, 1872. Stamperia Reale.
3. *Le nuove macchine d' induzione.* Torino, L' ingegneria civile e le arti industriali, anno II, pag. 81, 1876.
4. *Le proprietà cardinali degli strumenti diottrici.* Torino, 1877. Ne esiste la traduzione tedesca *Die Fundamentaleigenschaften der dioptrischen Instrumente.* F. Lippich, Lipsia, 1879.
5. *Dimostrazione del principio di Helmholtz sulla tempera dei suoni ricavata da alcuni esperimenti fatti col telefono.* Atti dell' Accademia delle scienze di Torino, vol. XIII, 1877-78, pag. 287.
6. *Sulla intensità delle correnti elettriche e delle estracorrenti nel telefono.* Atti dell' Accademia delle scienze di Torino, vol. XIII, 1877-78, pag. 980.
7. *Sul telefono di Graham Bell.* Conferenza fatta alla società degli ingegneri e degli industriali di Torino. Atti della Società degli ingegneri e degli industriali di Torino, anno XI, 1877, pag. 53.
8. *Teoremi sulla distribuzione delle correnti elettriche costanti.* Memoria dell' Accademia dei Lincei. Roma, serie 3ª, vol. IV, 1879, pag. 163.

9. *L' illuminazione elettrica* (5 pubbliche conferenze). Torino, L' ingegneria civile e le arti industriali, anno V, 1879.
   a) *Equivalenza e conservazione dell' energia*, pag. 76;
   b) *Della corrente elettrica*, pag. 86;
   c) *Delle macchine d induzione*, pag. 92;
   d) *Sull' illuminazione per mezzo dell' arco voltaico*, pag. 405;
   e) *Nuove lampade elettriche e divisione della luce*, pag. 117. Esistono anche raccolte in un volume. Torino, 1879.
10. *Sui cannocchiali con obbiettivo composto di più lenti a distanza le une dalle altre.* Atti dell' Accademia delle scienze di Torino, vol. XVI, 1880-81, pag. 45.
11. *Sopra un metodo per la misura dell' acqua trascinata meccanicamente dal vapore*, Atti dell' Accademia delle scienze di Torino, vol. XVII, 1881-82, pag. 135.
12. *Sul metodo seguito dal dottor Hopkinson per la determinazione del coefficiente di rendimento del generatore secondario Gaulard e Gibbs.* Atti dell' Accademia delle scienze di Torino, vol. XX, 1884-85, pag. 749.
13. *Resultate einiger Experimente mit den Transformatoren Zipernowsky, Déri und Bláthy.* Elektrotechnische Zeitschrift, Berlin, VI, 1885, pag. 427.
14. *Ricerche teoriche e sperimentali sul generatore secondario Gaulard e Gibbs.* Memorie dell' Accademia delle scienze di Torino, serie 2ª, vol. XXXVII, pag. 97, 1886.
15. *Sulle differenze di fase delle correnti, sul ritardo dell' induzione e sulla dissipazione di energia nei trasformatori.* Ricerche sperimentali e teoriche, Memorie dell' Accademia delle scienze di Torino, serie 2ª, vol. XXXVIII, pag. 415, 1888.
16. *Rotazioni elettrodinamiche prodotte per mezzo di correnti alternate.* Atti dell' Accademia delle scienze di Torino, vol. XXIII, 1887-88, pag. 360. Nota letta nell' Adunanza del 18 marzo 1888.
17. *Ueber convergente und divergente dioptrische Systeme, Exner's Repertorium der Physik.* Vol. XXVII, 1891, pag. 382.
18. *Sul metodo dei tre elettrodinamometri per la misura dell' energia dissipata per isteresi e per correnti di Foucault in un trasformatore.* Atti della Accademia delle scienze di Torino, vol. XXVII, 1891-92, pag. 34.
19. *Un metodo per la trattazione dei vettori rotanti od alternativi ed una applicazione di esso ai motori elettrici a correnti alternate.* Memorie dell' Accademia delle scienze di Torino, serie 2ª, vol XLIV, pag. 383, 1894. Elettricista, vol. III, 1894, pag. 49.
20. *Sopra un motore elettrico sincrono a corrente alternativa.* Atti dell' Accademia delle scienze di Torino, vol. XXIX, 1893-94, pag. 470. Elettricista, vol. III, 1894, pag. 157.
21. *Sul Congresso internazionale di elettricità in Chicago 1893.* Relazione a S. E. il ministro di agricoltura, industria e commercio. Annali dell' industria e del commercio, 1894.
22. *Sulla trasmissione elettrica dell' energia.* Atti della R. Accademia dei Lincei. Estratto dal Rendiconto dell' adunanza solenne del 3 giugno 1894.
23. (coll' ing. R. Arnò). *Un nuovo sistema di distribuzione elettrica dell' energia mediante correnti alternative.* Torino, tip. Camilla e Bertolero, 1896. L' Elettricista, anno V, vol. V, 1896, pag. 101.
24. (coll' ing. R. Arnò). *Alcune esperienze sui trasformatori a spostamento di fase.* L' Elettricista, anno V, vol. V, 1896, pag. 149.

CONCORSI A PREMI

Il Segretario Blaserna annuncia che il dott. Paolo Rabitti ha dichiarato di ritirarsi dal concorso al premio Reale per l'*Astronomia* scaduto col 31 dicembre 1897.

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Il Segretario Blaserna presenta le pubblicazioni giunte in dono, segnalando fra queste un *Catalogo di 2491 stelle australi* eseguito dal Corrispondente Millosevich e dal dott. Peyra.

CORRISPONDENZA

Il Segretario Blaserna dà comunicazione di un invito pel Congresso geologico internazionale che si terrà a Pietroburgo nel prossimo agosto.

Lo stesso Segretario dà conto della corrispondenza relativa al cambio degli Atti.

Ringraziano per le pubblicazioni ricevute:

La R. Accademia delle scienze di Lisbona; le Società geologiche di Dublino e di Manchester; i Musei di Storia naturale di Bruxelles e di New York; il Museo nazionale di Washington; l' Istituto meteorologico di Berlino; l' Università di Oxford.

Annunciano l' invio delle proprie pubblicazioni:

La Società italiana delle scienze (detta dei XL) di Roma; la R. Accademia delle scienze dell' Istituto di Bologna.

OPERE PERVENUTE IN DONO ALL'ACCADEMIA
presentate nella seduta del 7 marzo 1897.

Alfaro A. — Mamiferos de Costa Rica. S. José, 1897. 8°.

Attività degli Istituti enologici dalla loro fondazione a tutto il 1894. Roma, 1897. 4°.

Barone G. — Le tremblement de terre du 16 octobre 1896. Bruxelles, 1887. 8°.

Boccardo E. C. e *Baggi V.* — Trattato elementare completo di geometria pratica. Disp. 48. Torino, 1897. 8°.

Langley. — Description du vol mécanique. Paris, 1896, 4°.

Macchiati L. — I tegumenti seminali della vicia narbonensis non contengono i grani d'amido d'incapsulati del dott. Buscalioni. Modena, 1897. 8°.

Millosevich E. e *Peyra D.* — Catalogo di 2491 stelle australi. Modena, 1896. 4°.

Omboni C. — Commemorazione del B.ne Achille de Zigno. Venezia, 1897. 8°.

Salmoiraghi F. — Formazioni interglaciali allo sbocco di Val Borlezza nel Lago di Iseo. Milano, 1897. 8°.

Tirrito R. — Contributo alla dendrologia siciliana. Palermo, 1896. 8°.

P. B.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

MEMORIE E NOTE

DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

pervenute all'Accademia prima del 21 marzo 1897.

Meteorologia. — *Sull'insolazione al nord, al centro ed al sud d' Italia.* Nota del Socio P. Tacchini [1].

Nella mia Nota del Marzo 1896 [2] presentai i risultati delle osservazioni eliofonografiche fatte a Roma nel periodo 1887-1895 ed ora mi pregio di comunicare all'Accademia il confronto dei dati suddetti con quelli ottenuti a Torino, Padova, Aquila, Lecce e Palermo. Per Torino si sono presi i dati dalla Memoria del dott. Rizzo, inserita negli Atti di quell'Accademia, per il periodo 1890-1895, e per le altre città le cifre sono state ricavate dai cartoncini e disposte in modo simile ai quadri da me formati per Roma, dall' assistente prof. Bortolotti nell' ufficio centrale di Roma. Per Padova, Aquila e Lecce si è potuto utilizzare lo stesso periodo di osservazione come a Roma, cioè 1887-1895, mentre per Palermo la serie incomincia col 1888. È certo che per un elemento che è in istretta relazione colla nebulosità, il periodo è troppo breve per considerare definitivi i risultati ottenuti; ma ciò non ostante lo credo sufficiente per avere una prima idea dell' andamento generale annuo della insolazione nelle diverse regioni italiane. Nella tabella A ho riu-

(1) Presentata nella seduta del 7 marzo 1897.

(2) In detta Nota va corretta la somma della insolazione ant. e pom. per la seconda decade di Luglio; invece di 10,41 deve leggersi 11,41: e perciò il massimo passa nella detta decade.

nito i dati relativi all' insolazione media per ciascuna decade di ogni mese per le dette stazioni e il relativo coefficiente dell' insolazione, cioè il rapporto fra l'insolazione osservata e la durata del giorno. Il massimo dell'insolazione per giorno avviene nella seconda decade di Luglio per le stazioni di Aquila, Roma, Lecce e Palermo, mentre per Padova passa alla terza decade, mantenendosi sempre alta anche nella prima e seconda di Agosto, e per Torino il massimo ha luogo nella seconda decade di Agosto : questo spostamento nella valle del Po si collega evidentemente coi periodi temporaleschi di quelle regioni. Così il mese di maggiore insolazione risulta il Luglio per le stazioni di Padova, Roma, Aquila, Lecce e Palermo, e l'Agosto per Torino : invece si accorda per tutte il periodo di maggiore insolazione quello dei mesi di Giugno, Luglio ed Agosto. Il minimo dell' insolazione ha luogo in Gennaio per Torino, e nel mese di Dicembre per tutte le altre stazioni. Rispetto poi all' insolazione annua si trova il minimo a Torino e il massimo a Lecce, con questo di particolare che le differenze fra i dati di Padova, Aquila, Roma, Lecce e Palermo sono relativamente piccole, benchè dimostrino come si possa ritenere, che in Italia l' insolazione aumenta dal nord al sud. Infatti le somme delle prime sei colonne della tabella risultano come segue disposte in ordine crescente di insolazione :

Torino	157,07
Padova	202,43
Aquila	213,86
Palermo	228,75
Roma	239,35
Lecce	242,93

Riguardo al coefficiente di insolazione, registrato nelle altre sei colonne del quadro, si può dire che il massimo avviene nella seconda e terza di Luglio e prima e seconda di Agosto per le stazioni di Aquila, Roma, Lecce e Palermo; nella terza decade di Luglio e in quella di Agosto per Padova, e nella seconda e terza di Agosto e prima di Settembre per Torino.

In quanto al minimo, esso corrisponde alla prima decade di Gennaio per Aquila e Roma, alla terza di Dicembre per Lecce e Palermo, alla seconda di Dicembre per Padova, ed all' ultima di Novembre e prima di Dicembre per Torino ; così che per quest' ultima stazione l' andamento dell' insolazione si scosta maggiormente dall' andamento medio in Italia. Dati più precisi rispetto all' insolazione in Italia si potranno avere quando sarà ultimato il lavoro affidato al detto assistente sig. Bortolotti relativo ad un buon numero di stazioni, che già hanno inviato le osservazioni. Però non posso terminare questa Nota senza fare rimarcare il fatto curioso, che per tutte le sei stazioni considerate si verifica una diminuzione nella durata dello splendere del sole nella seconda decade di Marzo.

TABELLA A.

Mesi e decadi		Torino	Padova	Aquila	Roma	Lecce	Palermo	Torino	Padova	Aquila	Roma	Lecce	Palermo
		h	h	h	h	h	h	h	h	h	h	h	h
Gennaio	1ª dec.	1,30	2,49	1,84	2,57	3,45	2,72	0,22	0,29	0,20	0,28	0,37	0,29
»	2ª »	0,90	2,91	2,94	4,67	3,40	3,15	0,24	0,32	0,31	0,50	0,36	0,33
»	3ª »	2,35	3,99	3,90	4,04	3,93	3.95	0,27	0,43	0,40	0,42	0,39	0,33
Febbraio	1ª dec.	2,78	4,52	4,11	4,88	4,53	3,86	0,30	0,46	0,41	0,48	0,42	0,37
»	2ª »	3,72	4,93	5,20	5,38	4,47	3,76	0,32	0,48	0,49	0,51	0,42	0.35
»	3ª »	2,82	4,52	4,88	4,74	4,80	4,14	0 34	0,42	0,44	0,43	0,43	0,37
Marzo	1ª dec.	5,35	4,98	5,63	5,13	5,14	5,32	0,35	0,44	0,49	0,45	0,45	0,46
»	2ª »	3,97	4,08	4,16	3,98	4,73	4,66	0,37	0,34	0,35	0,34	0,40	0,39
»	3ª »	6,15	5,58	5,34	5,87	6,03	4,85	0,39	0,45	0,43	0,48	0,49	0,39
Aprile	1ª dec.	5,70	6,65	5,12	6,08	5,31	5,50	0,40	0,51	0,39	0,47	0,41	0,43
»	2ª »	4,75	6,18	5,64	6,36	6,03	5,30	0,40	0,46	0,42	0,48	0,46	0,40
»	3ª »	4,97	5,19	5,65	6,26	7,22	6,44	0,39	0,37	0,41	0,46	0,53	0,47
Maggio	1ª dec.	4,13	5,81	5,72	6,60	6,97	5,93	0,38	0,40	0,40	0,47	0,50	0,43
»	2ª »	6,15	7,49	7,44	8,45	8,56	7,30	0,37	0,50	0,51	0,58	0,60	0,51
»	3ª »	4,67	6,94	6,50	7,55	8,60	7,59	0,37	0,45	0,45	0,51	0,52	0,53
Giugno	1ª dec.	5,43	8,09	8,16	9,10	10,06	9,13	0,36	0,52	0,54	0,61	0,68	0,62
»	2ª »	6,30	7,38	8,14	9,46	10,22	9,75	0,37	0,47	0,53	0,63	0,68	0,66
»	3ª »	6,95	8,10	8,46	10,15	10,96	10,41	0,38	0,52	0,55	0,67	0,73	0,70
Luglio	1ª dec.	6,93	8,88	9,65	10,96	11,15	10,71	0,41	0,58	0,64	0,73	0,75	0,73
»	2ª »	6,40	9,09	10,46	11,41	11,72	11,07	0,43	0,59	0,70	0,77	0,80	0,76
»	3ª »	6,95	9,53	9,73	10,81	11,14	10,49	0,47	0,63	0,67	0,74	0,77	0,73
Agosto	1ª dec.	6,82	9,41	9,92	10,74	10,77	10,68	0,49	0,65	0,70	0,76	0,76	0,77
»	2ª »	7,45	9,37	9,83	10,74	10,61	10,73	0,51	0,67	0,71	0,78	0,77	0,79
»	3ª »	7,30	8,62	8,56	9,52	9,33	9,02	0,52	0,64	0,64	0,71	0,70	0,68
Settembre	1ª dec.	6,90	6,80	7,14	8,09	8,21	8,67	0,50	0,52	0,55	0,63	0,64	0,68
»	2ª »	4,80	7,44	5,83	7,71	7,14	6,94	0,47	0,59	0,47	0,62	0,58	0,56
»	3ª »	4,75	5,99	6,29	6,99	7,47	7,26	0,42	0,49	0,52	0,58	0,63	0,60
Ottobre	1ª dec.	3,23	4,57	5,42	5,62	6,23	6,27	0,36	0,40	0,47	0,49	0,54	0,54
»	2ª »	4,25	4,61	5,88	6,16	5,36	5,61	0,30	0,42	0,53	0,56	0,48	0,50
»	3ª »	2,58	3,41	5,52	5,32	4,62	5,65	0,24	0,33	0,52	0,50	0,43	0,53
Novembre	1ª dec.	2,07	2,34	4,15	4,45	4,69	4,84	0,18	0,24	0,41	0,44	0,45	0,47
»	2ª »	1,43	2,94	4,63	5,27	5,08	4,47	0,15	0,31	0,47	0,54	0,51	0,45
»	3ª »	1,25	2,35	3,78	3,70	4,47	4,03	0,14	0,26	0,40	0,39	0,46	0,41
Dicembre	1ª dec.	2,05	2,87	3,06	3,83	4,11	2,92	0,14	0,33	0,33	0,42	0,44	0,30
»	2ª »	2,02	2,19	3,05	3,74	3,85	3,23	0,16	0,25	0,33	0,41	0,42	0,34
»	3ª »	1,50	2,19	2,13	3,02	2,57	2,48	0,19	0,26	0,22	0,33	0,28	0,26

Astronomia. — *Sulla teoria di Wilson relativa al livello delle macchie solari.* Nota del Corrispondente A. Riccò [1].

Mentre i primi astronomi che hanno lungamente studiato il sole, come Wilson, Secchi, De la Rue, Faye, Tacchini, ritenevano che le macchie solari fossero cavità nella fotosfera, più recentemente altri, come Spörer, Perry, Wipple, Howelett, ed ultimamente Frost [2], hanno espressa l'opinione che le macchie siano allo stesso livello, od anche elevate come nubi, al disopra della fotosfera; anche le statistiche ricavate da alcuni dei predetti autori sopra disegni o fotografie hanno dato risultati ora favorevoli, ora contrarî o poco significanti, rispetto alla teoria di Wilson: talchè la quistione da taluni è ritenuta ancora pendente. Ho creduto quindi opportuno di fare anch'io una statistica rigorosa sopra una lunga serie di disegni delle macchie solari eseguiti in condizioni singolarmente favorevoli per il cielo e gli strumenti con cui fu fatta.

La serie di osservazioni e disegni quotidiani del sole fu da me eseguita dal 1880 al 1890, nell'Osservatorio di Palermo con un refrattore dell'apertura di $0^{m},25$: nel 1891 la dovei tralasciare perchè il refrattore di $0^{m},33$ di apertura dell'Osservatorio di Catania, ove io era passato, non era ancora pronto: la continuai anche nel 1892, e dopo fu proseguita dal 1° assistente dell'Osservatorio stesso, ing. A. Mascari.

Affinchè la serie sia ben omogenea, per il presente studio mi sono valso solo delle osservazioni fatte da me, anzi ho tralasciato di considerare quelle del primo anno 1880 in cui non avevo ancora fatto sufficiente esercizio in questa sorta di disegno.

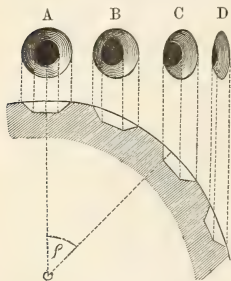



Fig. 1.

I disegni delle macchie sono eseguiti in iscala grande, nella ragione di $0^{m},57$ per il diametro solare.

Le osservazioni solari sono state fatte in 3451 giorni e si sono disegnate 17456 macchie *complete*, cioè escluse nel novero le minime che chiamiamo *fori* o *pori:* di esse però erano nuove o diverse nelle singole rotazioni, solo 3324; delle quali in generale si è osservato il nascere ed il tramontare agli orli Est ed Ovest (terrestri) del sole, nelle quali circostanze, se la teoria di Wilson è vera, si dovrà aver osservata e disegnata più stretta od anche mancante la penombra nella parte delle macchie più lontana dall'orlo solare, come quella che si vede più in iscorcio (fig. 1).

(1) Presentata nella seduta del 7 marzo 1897.

(2) Astrophisical Journal, Chicago, october 1896.

Però in questo studio bisogna escludere tutte le macchie di forma irregolare: perciò si tralasciano tutte quelle che non avevano rotonda la penombra ed il nucleo e questo ben centrato, quando erano vicine al centro del disco solare, e che non erano elittiche e simmetriche rispetto al loro meridiano nelle altre posizioni.

Fatta questa esclusione con molta severità, il numero dei disegni delle macchie, i quali possono servire a questa indagine, si riduce a soli 185 negli 11 anni complessivamente, coi seguenti risultati:

Anni	Penombra delle macchie regolari		
	più larga all'orlo	più stretta all'orlo	egualmente larga
1881	28	0	9
1882	16	7	2
1883	19	2	2
1884	22	5	4
1885	15	1	6
1886	10	0	6
1887	7	0	0
1888	0	1	0
1889	1	0	3
1890	2	1	1
1891			
1892	11	1	3
Somma	131	18	36

Si rileva che in tutti gli anni (eccetto nel 1888, vicino al minimo, in cui si osservò una sola macchia perfettament, regolare) si ebbe un maggior numero di macchie, le quali agli orli solari si presentarono con aspetto conforme alle teorie di Wilson: pochi furono i casi contrarî, anzi questi mancarono affatto in 4 anni: i casi indifferenti furono pure assai scarsi; nell'insieme i casi conformi, i contrarî e gli indifferenti sono nella proporzione

conformi : contrarî : indifferenti : : 7,3 : 1 : 2

e complessivamente si hanno i casi

conformi : non conformi : : 2,4 : 1 .

Dunque il numero dei casi in cui le macchie all'orlo del sole si sono presentate come conformi alla prospettiva di una cavità è notevolmente superiore al numero dei casi indifferenti o contrarî.

Si deve poi aggiungere che vi sono da considerare fra i precedenti, i casi ancor più significanti in cui nelle macchie vicinissime all'orlo solare la penombra viene a mancare totalmente da un lato, in conformità all'effetto prospettico (fig. 1 : C, D): come risulta dal seguente specchietto, di questi casi, nelle 185 macchie regolari considerate, se ne sono presentati 23 favorevoli, cioè senza penombra nel lato lontano dall'orlo, ed un solo contrario, nel quale però anche l'altro lato della penombra era ridotto minimo.

Dunque questo fenomeno si è verificato in $\frac{1}{8}$ delle macchie regolari studiate, ed il caso unico contrario forse è trascurabile, potendo dipendere da inesattezza dell'osservazione e del disegno, sempre difficili nelle macchie vicinissime agli orli solari.

Tale risultato certamente non può essere effetto del caso, e quindi da esso e dall'altro risultato precedente dobbiamo conchiudere che:

Le macchie presso gli orli solari si presentano per prospettiva come se fossero cavità.

Macchie regolari
con penombra invisibile ad un lato.

Data	Distanze dall'orlo solare			
	Est		Ovest	
	Millesimi del raggio	Gradi eliocentrici	Millesimi del raggio	Gradi eliocentrici
1881 Febb. 14	18	11°.2		
Magg. 31			5	6°.0
Lugl. 1	18	11. 2		
Lugl. 6			14	9. 9
Ago. 14			4	5. 4
Nov. 28			4	5. 4
1882 Genn. 2			22	12. 3
Genn. 30			40	16. 5
Febb. 24			9	8. 0
Mar. 17			4	5. 4
Giu. 6			8	7. 5
1883 Genn. 7			14	9. 9
Genn. 11			27	13. 6
Dic. 6	22	12. 3		
1884 Genn. 1			10	8. 4
Mar. 13	12	9. 2		
Mar. 19			6	6. 5
1885 Mag. 26			14	9. 9
Ago. 17			9	8. 0
1886 Apr. 14	7	7. 0		
Dic. 28	18	11. 2		
1892 Lugl. 8	20	11. 7		
Ott. 17			18	11. 2
Medie		10. 5		9. 0

Media distanza eliocentrica dall'orlo $(90° - \varrho)$. 9°.5

Pendenza della penombra $[90° - (\varrho + \varrho')]$ . . 9. 25 = 16 %

Quando si osserva la penombra ridotta a larghezza nulla ad un lato del nucleo è facile calcolare la profondità della macchia: infatti se si suppone il contorno esterno della penombra unito al nucleo da un pendio conico, nel caso in discorso la visuale dell'osservatore coincide colla direzione del detto pendio (fig. 1 : C), quindi l'inclinazione di esso al raggio solare che passa per la macchia sarà uguale all'angolo eliocentrico ϱ che essa sottende col punto della superficie solare proiettato nel centro del disco per un osservatore a distanza infinita, ed all'angolo $\varrho + \varrho'$ per un osservatore ad una distanza tale che l'intervallo fra la macchia ed il centro del disco sottenda l'angolo geocentrico ϱ': quindi la pendenza sarà:

$$p = 90^\circ - (\varrho + \varrho') = 9^\circ.25$$

secondo la media dei valori riferiti nella tabella precedente; cioè la profondità (tang. $9^\circ.25$) è 16 % della larghezza della penombra. Quindi supposta la penombra di una macchia larga come il raggio terrestre (6366^{km}), la profondità del nucleo sarà di un migliaio di chilometri (1037^{km}).

L'aver osservato il fenomeno un numero di volte maggiore all'orlo ovest anzichè a quello est, dipende solamente da ciò che spesso coll'osservazione si sono seguite le macchie al loro tramontare, fino alla scomparsa, o quasi: mentre l'apparizione delle macchie all'orlo est avvenendo inaspettatamente, o quasi, spesso alla prima osservazione, esse si trovano già avanzate sul disco solare, tanto da non essere più visibile il fenomeno in discorso.

L'ineguaglianza dei singoli valori di $90^\circ - (\varrho + \varrho')$, ossia di ϱ, può dipendere dall'essere nelle varie macchie diverso il rapporto della profondità alla larghezza della penombra; ma dipende anche certamente da ciò che di rado nelle osservazioni si colse il vero momento in cui il contorno della penombra giungeva a contatto del contorno dell'ombra (fig. 1 : C): quindi per lo più la distanza misurata dall'orlo solare corrisponde a quando il nucleo era più o meno intaccato o coperto dal contorno dalla penombra (fig. 1 : D); per conseguenza la distanza suddetta, oppure $90^\circ - (\varrho + \varrho')$ sarà in generale minore del vero ed altrettanto sarà per la profondità risultante.

Un'altra prova che le macchie appariscono come cavità, consiste nel fatto osservato da Cassini, Herschell, De la Rue, Secchi, Tacchini ed anche da me parecchie volte, che cioè le grandi macchie giungendo proprio all'orlo solare vi producono una sensibile depressione od intaccatura; certamente queste osservazioni sono difficili perchè le macchie solari all'orlo si vedono con poca distinzione, non fosse altro perchè non manca mai qualche agitazione dell'orlo medesimo, cosicchè sarebbe difficile dire se l'incavo delle macchie che così si osserva è assoluto rispetto alla fotosfera, oppure solamente relativo al rialzo od argine di facule lucide, che ordinariamente circonda le macchie. Ad ogni modo anche questo fenomeno è caratteristico e ben diverso da quello che dovrebbe osservarsi, se le macchie fossero rialzi o nubi sospese al di sopra della fotosfera.

Una dimostrazione più frequente e più persuasiva dell' essere il livello del nucleo delle macchie inferiore a quello della fotosfera, è data dalla presenza delle macchie, specialmente se multiple e complicate, di lingue lucide che provenendo dalla fotosfera attraversano la penombra ed il nucleo, e si diffondono entro di questo: evidentemente queste lingue sono ad un livello superiore: e non si saprebbe concepire una nube oscura avvolta da fiamme luminose per ispiegare un tale aspetto. I migliori disegni di macchie fatte da astronomi accurati ed abili disegnatori fanno vedere questo, e diventerebbero inesplicabili se si volesse ritenere che la macchia od anche il solo nucleo fosse una nube sovrastante alla fotosfera.

Anche la *parallasse di profondità* delle macchie solari, trovata dal Faye, e che sarebbe confermata dalle osservazioni difficili del Secchi, è una prova della concavità delle macchie stesse.

Certamente la rifrazione atmosferica solare, cioè quella prodotta dagli strati aereformi sovrastanti alla fotosfera, modifica l' aspetto degli oggetti solari vicino agli orli, e può influire quindi anche su quello delle macchie da noi studiate; però noi siamo lungi dall' ammettere che la detta rifrazione solare sia molto notevole e ci pare assolutamente impossibile che lo sia a tale grado da aversi la *rifrazione circolare*, secondo la teoria di Schmidt, per cui non esisterebbe un vero contorno solare e la fotosfera, le facole, le macchie, le protuberanze, non sarebbero che illusioni ottiche, miraggi, che si produrrebbero per irregolarità nella densità degli strati aereiformi del sole.

La regolarità dei movimenti delle macchie, del loro cambiamento d' aspetto secondo le regole della prospettiva, ed altrettanto si dica delle facole e delle protuberanze, coi grandi e rapidi spostamenti di queste tanto osservati direttamente, che determinati col principio di Doppler; l' accordo della rotazione della fotosfera, determinata con le belle osservazioni spettroscopiche del Dunèr, con quella trovata per mezzo dell' osservazione diretta delle macchie: insomma la regolarità e l' accordo di tutto ciò che osserviamo nel sole, sia direttamente, sia collo spettroscopio, esclude la possibilità che si vedano in esso oggetti non esistenti od anche in posizione e con forma sostanzialmente diversa da quella che vediamo. Quindi non possiamo considerare come un effetto della rifrazione solare, come un' illusione ottica, anche l' aspetto di cavità che presentano le macchie solari. Per altro le considerazioni ed i principî fisici su cui è stabilita la teoria di Schmidt, e quella su cui è fondata l' opinione di E. B. Frost, meritano la più seria ponderazione. Ma se è prudenza avere dei dubbî su ciò che vediamo, ci pare che ne dovremo avere di più sulla applicabilità di certi principî e risultati della fisica ad un ambiente così straordinario e poco conosciuto come è la sfera solare, anzichè per l' applicazione ad essa dei principî della prospettiva, che hanno semplicità geometrica e più grande generalità.

Fisica. — *Sull' elissoide di polarizzazione relativo alle onde elettromagnetiche nella selenite, e sulla polarizzazione elittica di queste onde.* Nota del Corrispondente Augusto Righi [1].

È noto, che nel gesso uno solo dei tre assi dell'elissoide di polarizzazione relativo alle onde luminose, e precisamente l' asse medio, coincide con uno degli assi cristallini, e cioè coll' asse di simmetria, e che gli altri due assi del detto elissoide, mentre giacciono nel piano di simmetria come i due rimanenti assi cristallografici, hanno direzioni variabili colla lunghezza d' onda, e senza relazione alcuna colla forma cristallina.

Risulta poi da esperienze descritte in due mie precedenti Note [2], che, per le onde elettromagnetiche lunghe 10,6 c., uno degli assi dell' elissoide di polarizzazione giacenti nel piano di simmetria, coincide sensibilmente coll' asse cristallografico perpendicolare alla direzione della sfaldatura secondaria non fibrosa. Infatti ho dimostrato, che una delle linee di estinzione relative a quelle onde fa col detto asse cristallografico un angolo, il quale, se non è rigorosamente nullo, non supera certo un grado o poco più. Perciò la doppia rifrazione delle onde elettromagnetiche nel gesso ha colla forma cristallina di questo un legame, che non esiste nel caso della doppia rifrazione delle onde luminose.

Avendo ripreso le mie ricerche su questo argomento, ho potuto ottenere qualche nozione intorno alle grandezze relative dei tre assi dell' elissoide di polarizzazione, e quindi intorno alla forma di questa superficie. Di più, studiando le onde emergenti dal gesso, ho potuto riconoscere la loro polarizzazione elittica, e costruire lamine, le quali, pel loro modo di comportarsi, possono chiamarsi lamine quarto - d' - onda o lamine mezz' - onda.

Nella presente Nota riferisco i risultati di queste nuove ricerche.

Polarizzazione elittica. — Davanti all' oscillatore disposto verticalmente, e a circa 20 c. di distanza, è collocato un grande diaframma metallico verticale avente un' apertura circolare, il cui diametro è alquanto più piccolo delle dimensioni della lamina di gesso, che si vuole adoperare; per esempio, questo diametro è di 8 c. La lamina è posta contro l' apertura, ed è orientata in modo, che le sue linee di estinzione formino colla verticale angoli di 45°. Il risonatore è posto a circa un metro dall' oscillatore, e viene fatto girare lentamente intorno al suo asse di rotazione (che è parallelo alla direzione di propagazione), mentre si osservano le sue scintille.

[1] Presentata nella seduta del 7 marzo 1897.

[2] Rend. della R. Acc. dei Lincei, 17 nov. 1895 e 1 marzo 1896.

Adoperando successivamente lamine di più in più grosse, a cominciare da una grossa pochi millimetri, si osservano i fenomeni seguenti:

a) Quando la lamina è sottilissima, l' azione da essa prodotta è sensibilmente nulla. Infatti si fanno sparire le scintille del risonatore collocandolo orizzontalmente. Non si riesce dunque in tal caso a constatare la elitticità della radiazione emergente.

b) Se la lastra è un poco più grossa, il risonatore dà scintille, comunque venga orientato; ma si osserva un massimo, quando è quasi verticale. Dunque la vibrazione emergente è elittica, coll' asse maggiore dell' elisse quasi verticale. Più esattamente, questo asse fa un angolo un po' maggiore di 45° con una delle linee di estinzione, e precisamente con quella che sensibilmente coincide colla sfaldatura non fibrosa.

Si consideri che, nell' analoga esperienza ottica, l' asse maggiore dell' elisse è esattamente verticale, e che è inclinato, come nel caso dell' esperienza ora descritta, allorchè si adopera, invece del gesso, una lastra di legno parallela alle fibre, in causa della diversità di assorbimento che questo corpo produce sulle vibrazioni parallele o perpendicolari alle fibre. Perciò è a ritenersi che il gesso produca un sensibile assorbimento sulle vibrazioni parallele alla sfaldatura non fibrosa, e non assorba, oppure assorba assai meno, quelle perpendicolari a questa direzione.

c) Aumentando ancora lo spessore della lamina di selenite, sinchè divenga 2,5 c. a 2,8 c., la vibrazione emergente è quasi circolare. Più esattamente, questa vibrazione è elittica, coll' asse maggiore perpendicolare alla sfaldatura non fibrosa, e pochissimo eccentrica. Ma se s' inclina leggermente l' oscillatore verso la sfaldatura non fibrosa, in modo che risulti inclinato su questa, non più di 45°, ma solo di 36° a 40°, la vibrazione emergente è circolare, come si riconosce dal fatto, che le scintillette del risonatore conservano una costante intensità, comunque se ne varii l' orientazione. Anche qui dunque il risultato dell' esperienza è simile a quello che ottenni altravolta col legno, se non che, nel caso dell' esperienza eseguita con una tavola di abete grossa 13,7 c., bisognava accostare assai più la direzione dell' oscillatore a quella delle fibre del legno. La lamina di gesso grossa 2,5 c. a 2,8 c. è una lamina quarto-d'-onda.

d) Con lamine di grossezza anche maggiore l' eccentricità della vibrazione emergente aumenta di nuovo, sinchè si giunga allo spessore di 5 c. a 6 c., col quale la vibrazione è nuovamente rettilinea.

La lamina grossa da 5 c. a 6 c. si può chiamare lamina di mezz'-onda, giacchè si comporta come le lamine che in Ottica meritano questa denominazione. Però la vibrazione emergente non è orizzontale, come lo è nell' esperienza ottica, ma bensì ha una direzione intermedia fra l' orizzontale e la direzione perpendicolare alla sfaldatura non fibrosa, sempre in causa del maggior assorbimento prodotto sulle vibrazioni parallele a questa sfaldatura.

Con spessori anche maggiori dati alla lamina, si ottiene di nuovo la polarizzazione elittica, e così di seguito.

Per eseguire la descritta serie di esperienze basta avere poche lamine di differenti grossezze, sovrapponendone diverse onde formare il voluto spessore. Ma devesi usare ogni cura, affinchè esse riescano concordemente orientate, e a questo scopo è comodo segnare su tutte la direzione della sfaldatura non fibrosa. Si potrà ancora mettere alcune delle lamine in modo, che la direzione segnata su di esse sia perpendicolare a quella delle altre. In tal caso lo spessore di quelle lamine va sottratto dalla somma degli spessori di queste, onde ottenere lo spessore del sistema.

In conclusione, il gesso si comporta come farebbe nelle analoghe esperienze ottiche una laminetta birefrangente (p. es. di tormalina), dotata della proprietà di assorbire differentemente le vibrazioni luminose parallele alle sue due linee di estinzione. Per rendere conto dei fenomeni descritti, bisognerà dunque prendere le formole usuali della polarizzazione elittica, e modificarle, introducendo in esse dei coefficienti di assorbimento.

Sia $\operatorname{sen}\theta$ una vibrazione incidente diretta secondo l' asse delle y, che supporremo verticale, e sia α l' angolo (contato positivamente nel senso del moto degli indici nell' orologio) che una delle linee di estinzione fa col detto asse. La vibrazione che esce dalla lamina avrà per componenti, secondo le linee di estinzione:

$$n \cos\alpha \operatorname{sen}\theta\,, \qquad m \operatorname{sen}\alpha \operatorname{sen}(\theta - \varphi)\,,$$

dicendo m ed n i fattori, minori dell' unità, e crescenti insieme allo spessore della lamina, pei quali si deve moltiplicare l' ampiezza delle vibrazioni che entrano nel gesso, e che sono parallele all' una o all' altra linea di estinzione, per avere l' ampiezza loro all' uscita dalla lamina, ed indicando con φ la differenza di fase, che la lamina stessa produce.

Le componenti secondo gli assi primitivi, cioè secondo la direzione orizzontale e la verticale, saranno:

$$x = -m \operatorname{sen}\alpha \cos\alpha \operatorname{sen}(\theta - \varphi) + n \operatorname{sen}\alpha \cos\alpha \cos\theta\,,$$
$$y = m \operatorname{sen}^2\alpha \operatorname{sen}(\theta - \varphi) + n \cos^2\alpha \operatorname{sen}\theta\,.$$

Se si elimina θ, si ottiene l' equazione della traiettoria elittica. Chiamando a, b, i suoi semiassi, e β l' angolo che il maggiore dei due, che supporremo essere b, fa colla verticale, si trova, dopo un calcolo non breve:

$$\frac{a^2}{b^2} = \frac{m^2 \operatorname{sen}^2\alpha + n^2 \cos^3\alpha - r}{m^2 \operatorname{sen}^2\alpha + n^2 \cos^2\alpha + r}\,,$$

$$\operatorname{tang}\beta = \frac{mn \operatorname{sen}^2 2\alpha \cos\varphi - (m^2 \operatorname{sen}^2\alpha - n^2 \cos^2\alpha) \cos 2\alpha - r}{\operatorname{sen} 2\alpha\,(m^2 \operatorname{sen}^2\alpha - n^2 \cos^2\alpha + mn \cos 2\alpha \cos\varphi)}\,,$$

in cui per brevità si è rappresentato con r il valore positivo della radice quadrata di $(m^2 \operatorname{sen}^2 \alpha - n^2 \cos^2 \alpha)^2 + m^2 n^2 \operatorname{sen}^2 2\alpha \cos^2 \varphi$.

Ecco come con queste formole si rende conto delle esperienze descritte.

Se la lamina è sottilissima, m è poco differente da n e φ da 0. Perciò tale lamina non altera sensibilmente le vibrazioni, come risulta appunto dalla esperienza *a*).

Se si suppone $\alpha = 45°$, come nella maggior parte delle esperienze precedenti, il valore di $\operatorname{tang} \beta$ diviene:

$$\operatorname{tang} \beta = \frac{2mn \cos \varphi - \sqrt{(m^2 - n^2)^2 + 4m^2 n^2 \cos^2 \varphi}}{m^2 - n^2},$$

ed ammesso che sia $m > n$, si vede essere β negativo. Dunque l'asse maggiore dell'elisse fa colla linea di estinzione alla quale corrisponde l'assorbimento maggiore, un angolo maggiore di 45°, come appunto risulta dalla esperienza *b*). Se fosse $m = n$ l'asse maggiore dell'elisse sarebbe verticale, se, come ora si suppone, φ è minore di $\frac{\pi}{2}$.

Quando, come nell'esperienza *c*), oltre ad $\alpha = 45°$ si abbia $\varphi = \frac{\pi}{2}$, si trova $\operatorname{tang} \beta = -1$, e cioè l'asse maggiore è diretto secondo la linea di estinzione cui corrisponde n, cioè perpendicolarmente alla sfaldatura non fibrosa. Se poi, anzichè essere $\alpha = 45°$, si pone $m \operatorname{sen} \alpha = n \cos \alpha$, il valore di $\frac{a^2}{b^2}$ diventa l'unità, e cioè la vibrazione emergente è circolare. Questo è appunto ciò che si osserva nell'esperienza *c*), allorchè si inclina convenientemente l'oscillatore verso la sfaldatura non fibrosa.

Infine, se si ha $\varphi = \pi$ ed $\alpha = 45°$, come nell'esperienza *d*) fatta con una lamina grossa da 5 c. a 6 c., si trova $a^2 = 0$, $\operatorname{tang} \beta = -\frac{m+n}{m-n}$. Si vede così che la vibrazione emergente è rettilinea, e diretta come lo indica la detta esperienza.

Dunque il gesso si comporta veramente come in Ottica la lamina birefrangente dotata di poteri assorbenti diversi per le vibrazioni parallele alle sue linee di estinzione. Si può dire anche che il gesso si comporta come il legno di abete, se la direzione delle fibre di questo coincide colla direzione della sfaldatura non fibrosa di quello. Soltanto, la differenza di assorbimento è assai minore nel caso del gesso che in quello del legno, per cui i fenomeni prodotti colla selenite differiscono meno dei corrispondenti fenomeni ottici ottenuti con una laminetta birefrangente di trasparenza perfetta.

Misura delle differenze di fase. — Se si trascura la differenza degli assorbimenti prodotti dal gesso sulle vibrazioni parallele alle due linee di

estinzione, si può misurare la differenza di fase φ col metodo seguente, che in fondo è simile a quello adoperato da me altra volta per misure ottiche (1). Benchè questo metodo non dia nel caso del gesso risultati molto soddisfacenti, lo descriverò qui perchè potrà riuscire utile per corpi che sieno egualmente trasparenti per ogni direzione delle vibrazioni incidenti.

Fra il risonatore e la lamina birefrangente, e quasi in contatto di questa, si colloca un reticolo a fili orizzontali. Non uscirà da questo che la componente verticale della vibrazione elittica, e si potrà apprezzarne l'intensità, misurando l'angolo ω_1 del quale si deve far girare il risonatore, a partire dalla verticale, per spegnerne le scintille. Ciò fatto, si pone il reticolo in modo, che i conduttori lineari, che lo costituiscono, siano verticali, ed allora si misura l'analoga rotazione ω_2, a partire dalla direzione orizzontale. Il rapporto $\cos^2\omega_1 : \cos^2\omega_2$ sarà eguale al rapporto fra l'intensità della componente orizzontale x e quella della componente verticale y. Ora, questo rapporto è uguale a $\tan^2\frac{\varphi}{2}$.

Infatti, per $m = n$ ad $\alpha = 45°$ si ha:

$$x = m \operatorname{sen}\frac{\varphi}{2}\cos\left(\theta - \frac{\varphi}{2}\right) \ , \ y = m\cos\frac{\varphi}{2}\operatorname{sen}\left(\theta - \frac{\varphi}{2}\right).$$

Dunque in base alle misure fatte di ω_1 ed ω_2 si potrà calcolare φ. Con una lamina di gesso grossa 3,5 c. ottenni $\omega_1 = 66°$, $\omega_2 = 77°$. Se ne deducono per φ i valori (espressi in gradi): 122°, 238°, 482° etc., dei quali il primo concorda abbastanza col risultato già avuto, secondo cui una lamina grossa 5 c. a 6 c. dà per φ il valore 180°.

Il reticolo adoperato merita d'essere descritto. Presi una lamina d'ebanite, su una delle faccie della quale era incollato un disco di stagnuola di 21,5 c. di diametro, e mediante la riga ad il temperino tagliai la foglia metallica secondo tante rette parallele fra loro ed equidistanti, coll'intervallo di circa un millimetro e un terzo fra l'una e l'altra. Dopo di ciò levai le striscie alterne, in modo che rimasero sull'ebanite tante striscie parallele di metallo, separate da intervalli eguali alla loro larghezza.

Che un tale reticolo soddisfi bene al suo ufficio, risulta dal fatto che, se viene posto fra oscillatore e risonatore colle sue striscie parallele in pari tempo ai due apparecchi, non si osserva nel risonatore nessuna azione.

Si ottengono migliori risultati per la misura di φ nel caso del gesso, se si tien conto dei due coefficienti m ed n. Allora, oltre che misurare ω_1 ed ω_2, occorre misurare ancora l'angolo β; ma si ha poi il vantaggio di determinare, oltre che φ, anche il rapporto $\frac{m}{n}$.

(1) Rend. della R. Acc. dei Lincei, serie 5ª, t. I, pag. 189.

Infatti, se nelle formole generali si pone $\alpha = 45°$, si può ricavarne:

$$\text{tang } 2\beta = \frac{n^2 - m^2}{2mn \cos\varphi},$$

mentre pel rapporto ϱ fra le intensità delle due componenti x ed y si trova

$$\varrho = \frac{m^2 + n^2 - 2mn\cos\varphi}{m^2 + n^2 + 2mn\cos\varphi}.$$

Ponendo per brevità $p = (m^2 - n^2) : 2\,m\,n\cos\varphi$, si ricava da queste due formole:

$$\cos^2\varphi = \frac{(1-\varrho)^2}{(1+\varrho)^2 - p(1-\varrho)^2}, \quad \frac{m^2}{n^2} = \frac{1+\varrho+p(1-\varrho)}{1+\varrho-p(1-\varrho)}.$$

Dunque, una volta misurati gli angoli ω_1, ω_2, e β, si può calcolare, non solo $\cos^2\varphi$, ma anche $m:n$. Ho già detto come si eseguisca la misura dei primi due angoli; quanto a quella di β, il meglio è determiare l'orientazione del risonatore, che rende minime le scintille, naturalmente senza far uso in questo caso del reticolo. Questa orientazione è perpendicolare a quella cercata.

L' elissoide di polarizzazione. Indichiamo con n_1, n_2, n_3 i tre indici di rifrazione principali del gesso per le onde di 10,6 c. di lunghezza, ed ammettiamo che n_1 si riferisca all' asse dell' elissoide di polarizzazione, parallelo alla sfaldatura secondaria non fibrosa, n_2 all' asse perpendicolare alla sfaldatura principale, ed n_3 all' asse perpendicolare alla sfaldatura non fibrosa.

Se a è lo spessore di una lamina di gesso parallela alla sfaldatura principale, la differenza di fase φ è uguale a $\frac{2\pi a}{\lambda}(n_1 - n_3)$. E siccome quando la grossezza a è di 5 c. a 6 c., si ha $\varphi = \pi$, risulta per la differenza $n_1 - n_3$ un valore compreso fra 0,88 e 1,06.

Ciò dimostra, che la doppia rifrazione nel gesso delle onde lunghe 10,6 c. è molto più energica di quella delle onde luminose. Infatti in quest' ultimo caso gli indici principali non differiscono che nella seconda cifra decimale. Un risultato così impreveduto mi ha indotto a studiare più intimamente la doppia rifrazione delle onde elettromagnetiche nel gesso, ed in particolare a ricercare, se differenze egualmente rilevanti esistano anche fra i due indici n_1 ed n_3 ed il terzo indice n_2.

Occorreva perciò sperimentare con lamine, non più perpendicolari all' asse dell' elissoide cui corrisponde n_2, ma con lamine perpendicolari ad uno degli altri due assi.

Indichiamo con L_1, L_2, L_3 le lamine di gesso, quando le loro faccie sono ordinatamente perpendicolari ai tre assi dell' elissoide nominati più sopra.

Le lastre finora adoperate furono dunque lamine L_2. Avendo preparato lamine L_1 ed L_3, ho con esse ottenuti i risultati seguenti.

Le lastre L_3, cioè quelle perpendicolari alla sfaldatura principale e parallele alla sfaldatura secondaria non fibrosa, mi hanno mostrato fenomeni quasi identici a quelli delle lastre L_2; ed avendo cercato di determinare quale grossezza doveva avere la lastra L_3 per comportarsi come lastra quarto-d'-onda o come lastra mezz'-onda, ho trovato valori appena superiori a quelli analoghi relativi alle lastre L_2. Ne consegue, che la differenza $n_1 - n_2$ è quasi eguale alla $n_1 - n_3$, e quindi che l'indice n_2, relativo all'asse di simmetria, diversifica pochissimo da n_3, cioè dall'indice relativo all'asse dell'elissoide perpendicolare alla sfaldatura non fibrosa. Anzi, può rimanere il dubbio che i due indici n_2 ed n_3 sieno fra loro eguali.

Però questo dubbio sembra eliminato dalla esperienza seguente. Ad una lastra L_2 ne ho sovrapposto una L_3, ponendo la direzione della sfaldatura non fibrosa della prima ad angolo retto con quella della seconda, poi ho collocato il sistema delle due lastre contro la finestra del solito diaframma metallico, in modo, che quelle due direzioni fossero a 45° colla direzione delle vibrazioni incidenti. È chiaro che, se la doppia rifrazione prodotta dalle due lastre è identica, e se uguale è il loro spessore, non si deve ottenere dal sistema nessun effetto di doppia rifrazione. Ma, eseguendo l'esperienza, un effetto si è prodotto, giacchè sono apparse scintille nel risonatore diretto perpendicolarmente all'oscillatore. Per rendere minime o nulle tali scintille occorre, che la lastra L_2 sia un poco più sottile della L_3; se per esempio, questa è grossa 3 c., quella deve essere grossa circa 2,9 c.

Sembra dunque veramente che n_2 ed n_3 sieno differenti fra loro, e perciò che l'elissoide di polarizzazione sia a tre assi, come nel caso delle onde luminose. Ma in ogni modo la forma di questa superficie è assai differente nei due casi, giacchè, nel caso delle onde lunghe 10,6 c., essa diversifica pochissimo da un elissoide, che sia di rivoluzione intorno alla direzione della sfaldatura non fibrosa.

Poichè, come si è visto, il valore di $n_1 - n_3$ è compreso fra 0,88 e 1,06, dalla precedente esperienza risulterebbe per la differenza $n_2 - n_3$ un valore compreso fra 0,03 e 0,04. Perciò, affinchè una lastra L_1, e cioè una lastra perpendicolare in pari tempo al piano di sfaldatura principale ed alla direzione della sfaldatura non fibrosa, si comportasse coma lamina mezz'-onda, essa dovrebbe avere uno spessore compreso fra 150 c. e 180 c.

Gli effetti che produce una lamina L_1 sono perfettamente d'accordo coi precedenti risultati.

Infatti, una tal lastra non produce in modo sicuro la doppia rifrazione. Se, per esempio, essa è grossa 3 c., ed è posta nel solito modo fra oscillatore e risonatore incrociati, non appariscono in quest'ultimo che scintille debolissime, quali potrebbero essere prodotte nelle stesse circostanze da una lastra L_2

od L_3 grossa appena un millimetro o due. Le lamine L_1 si comportano dunque quasi nello stesso modo d' una tavola di abete, le cui faccie sieno perpendicolari alle fibre.

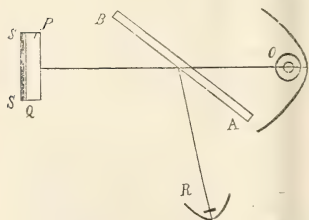
Dall' essere assai piccola la differenza fra n_2 ed n_3 risulta, che i due *assi ottici* relativi alle onde elettromagnetiche, ossia le due direzioni che si comportano come quelle, alle quali si dà in Ottica la stessa denominazione, devono essere inclinati di un angolo piccolissimo sulla direzione della sfaldatura non fibrosa.

Se poi ulteriori esperienze (che per ora non posso eseguire, non essendo riuscito a procurarmi nuovi blocchi di selenite adatti allo scopo) mostrassero, che i due indici principali n_2 ed n_3 sono rigorosamente eguali fra loro, si dovrebbe concludere che i due assi ottici coincidono fra loro e colla sfaldatura non fibrosa, e che l' elissoide è di rivoluzione. In questa ipotesi il gesso si comporterebbe, di fronte alle onde elettromagnetiche, come cristallo ad un solo asse ottico, ed i fenomeni da esso prodotti diverrebbero qualitativamente identici a quelli prodotti dal legno, la direzione delle fibre di questo corrispondendo alla direzione della sfaldatura non fibrosa di quello.

Fisica. — *Sull'assorbimento delle onde elettromagnetiche.* Nota del Corrispondente Augusto Righi.

Nel corso delle mie ricerche sulla produzione di fenomeni analoghi ai fenomeni ottici per mezzo delle onde elettromagnetiche, ebbi indizio di assorbimento prodotto sulle onde stesse dal vetro da specchi, ma non potei giungere a dimostrare l' esistenza reale di tale assorbimento.

Quando una lastra non conduttrice è posta sul cammino delle onde, l' intensità della radiazione trasmessa dipende dalla grossezza della lastra e dal suo indice di rifrazione, precisamente come nel caso d' una lastra sottile posta sul cammino della luce, e perciò non è possibile decidere se l' assorbimento esista o no. Ma una nuova disposizione sperimentale sembra permettere di riconoscere l' assorbimento.

Ecco in che consiste.

Le onde emesse dall'oscillatore O, munito del suo specchio parabolico, attraversano una grande lastra di vetro inclinata AB, e quindi incontrano sotto l' incidenza normale una lastra metallica SS che le riflette. Dopo questa riflessione esse incontrano di nuovo la lastra di vetro, la quale le riflette in parte verso il risonatore R.

Se contro lo specchio piano SS viene collocata una lastra dielettrica PQ, le radiazioni saranno in parte riflesse da questa lastra e in parte trasmesse;

ma anche quest'ultima porzione sarà riflessa da SS, ed arriverà al risonatore. Se la presenza della lastra non affievolisce menomamente l'azione sul risonatore, ciò indicherà che la lastra non assorbe le radiazioni, mentre nel caso opposto l'esperienza fornirà una prova dell'assorbimento operato dalla medesima lastra.

Ciò è vero nel caso delle onde luminose, dato che lo specchio SS le rifletta totalmente. Per dimostrarlo basta eseguire un calcolo simile a quello, che permette di determinare l'intensità della luce riflessa da una lastra sottile (veggasi per esempio: Winkelmann, *Handbuch der Physik, b. II erste Abth.* pag. 558), modificandolo però opportunamente col supporre che i due mezzi, che sono in contatto colle due faccie della lastra, siano differenti.

Indichiamo con a l'ampiezza di vibrazione della luce incidente; con r il fattore, pel quale si deve moltiplicare a onde avere l'ampiezza sul raggio riflesso alla prima superficie della lastra; con ϱ il fattore analogo relativo alla riflessione interna sulla stessa faccia della lastra; con ϱ' quello relativo alla riflessione interna sulla seconda faccia; con d il fattore di rifrazione relativo al passaggio dall'esterno all'interno attraverso la prima faccia della lastra; con δ, infine, il fattore di rifrazione relativo al passaggio inverso. I successivi raggi riflessi possederanno le seguenti ampiezze ed i seguenti ritardi di fase:

	Ampiezza	Fase
Raggio riflesso sulla prima superficie della lastra.	ar	0
Raggio riflesso sulla seconda superficie della lastra.	$ad\varrho'\delta$	ε
Raggio riflesso due volte sulla seconda superficie (ed una sulla prima) . .	$ad\varrho\varrho'^2\delta$	2ε
Raggio riflesso tre volte sulla seconda superficie (e due sulla prima). . .	$ad\varrho^2\varrho'^3\delta$	3ε ecc.

Con ε è rappresentato il ritardo di fase dovuto al doppio passaggio della luce attraverso la lastra.

La vibrazione risultante può scriversi: $\mathrm{A}\cos\theta + \mathrm{B}\,\mathrm{sen}\,\theta$, ove:

$$\mathrm{A} = ar + ad\varrho'\delta\,\frac{\cos\varepsilon - \varrho\varrho'}{1 - 2\varrho\varrho'\cos\varepsilon + \varrho^2\varrho'^2}\,,$$

$$\mathrm{B} = ad\varrho'\delta\,\frac{\mathrm{sen}\,\varepsilon}{1 - 2\varrho\varrho'\cos\varepsilon + \varrho^2\varrho'^2}\,.$$

Ma, da una nota esperienza di Arago, si deduce (l. c. pag. 560):

$$\varrho = -r\,,\quad d\delta = 1 - r^2\,,$$

per cui A e B divengono:

$$\mathrm{A} = ar + a\varrho'(1 - r^2)\,\frac{\cos\varepsilon + r\varrho'}{1 + 2r\varrho'\cos\varepsilon + r^2\varrho'^2}\,,$$

$$\mathrm{B} = a\varrho'(1 - r^2)\,\frac{\mathrm{sen}\,\varepsilon}{1 + 2r\varrho'\cos\varepsilon + r^2\varrho'^2}\,.$$

Calcolando ora l'intensità della radiazione complessiva riflessa si trova, dopo alcune facili riduzioni:

$$A^2 + B^2 = a^2 \frac{\varrho'^2 + r^2 + 2r\varrho' \cos \varepsilon}{1 + r^2\varrho'^2 + 2r\varrho' \cos \varepsilon}.$$

Introduciamo ora la condizione, che la riflessione sulla seconda faccia della lastra sia totale, e cioè supponiamo $\varrho'^2 = 1$.
Resterà:

$$A^2 + B^2 = a^2,$$

e cioè, l'intensità della radiazione riflessa è la stessa, come se la lastra trasparente non esistesse.

Veramente, non si è autorizzati a considerare questa dimostrazione come valida anche nel caso delle onde prodotte dall' oscillatore. Infatti, le successive riflessioni in numero infinito, che subiscono i raggi luminosi nel caso della esperienza ottica, non si producono, nel caso della esperienza elettrica, che in numero assai limitato, giacchè ogni scintilla dell' oscillatore genera soltanto un piccolo numero di oscillazioni elettriche. Di più, queste hanno un forte smorzamento, ciò che non è delle onde luminose.

Nonostante sembra verosimile, che anche nell' esperienza, della quale qui si tratta, se la lastra PQ non assorbe affatto le radiazioni, queste conservino in R la stessa intensità, come quando la lastra è allontanata.

Ora, le esperienze mostrano che, adoperando lastre di certi dielettrici, le scintille in R non variano, mentre adoperando certe altre, si nota un manifesto indebolimento delle medesime. In base a queste considerazioni mi sembra lecito il considerare quell' indebolimento delle scintille come prova di assorbimento.

La buona riescita delle esperienze dipende assai dalle dimensioni di SS e di PQ. Naturalmente è preferibile adoperare lastre grandi; ma per certi corpi ciò non è praticamente facile. È necessario poi che PQ non sia più piccola di SS, altrimenti parte delle radiazioni cadrebbe direttamente sullo specchio, e quindi potrebbe interferire colle altre radiazioni riflesse.

Cogli apparecchi che danno $\lambda = 10,6$ c., lo specchio SS deve avere una superficie di 1 a 6 decimetri quadrati.

Per apprezzare in qual rapporto è ridotta l' intensità delle radiazioni in R per opera della lastra PQ, ho adoperato il metodo solito. Questo rapporto è $\cos^2\alpha : \cos^2\beta$, se α e β sono gli angoli, dei quali devesi girare il risonatore, intorno alla direzione di propagazione delle onde che giungono su di esso, per spegnerne le scintille, rispettivamente quando il dielettrico è allontanato, e quando è al suo posto.

Questo rapporto è riuscito sensibilmente eguale all' unità, quando PQ era una lastra di zolfo, o di ebanite, o di paraffina, come pure quando venne

adoperata una piastra di vetro comune grossa 4,2 c. Tutti questi corpi non assorbono dunque in modo sensibile le radiazioni.

Pei corpi seguenti si trovò sempre $\beta < \alpha$. Ciò si rende evidente, anche senza compiere le misure, operando in questo modo. Spente le scintille mediante la rotazione β del risonatore, e verificato che per più minuti neppure una compare in quest' apparecchio, si toglie di posto la lastra PQ. Immediatamente le scintille appariscono nel risonatore.

Pei corpi scritti qui sotto ho notato il valore del rapporto, nel quale essi rendono minore l' intensità delle radiazioni.

	$\cos^2\alpha : \cos^2\beta$
Vetro da specchi (4 lastre sovrapposte, spessore complessivo 3 c.)	0,45
Marmo (spessore 5,4 c.)	0,76
Legno d' abete, colle fibre parallele alle oscillazioni (spessore 2,25 c.)	0,47
Legno d' abete, colle fibre perpendicolari alle oscillazioni (spessore 2,25 c.)	0,66
Legno d' abete grosso 4,5 c., e cioè le due precedenti lastre sovrapposte e a fibre incrociate	0,29

Come si vede, l' assorbimento prodotto dal vetro da specchio sembra dimostrato.

Il comportamento del legno è pure degno di nota, ed è in accordo coi risultati di mie esperienze anteriori. Si può dire che, esso produce un effetto simile a quello di un reticolo di fili metallici paralleli alle sue fibre, colla differenza, che l' assorbimento prodotto dal legno non è totale, come può esserlo, in determinate circostanze, quello prodotto dal reticolo.

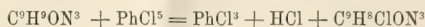
Chimica. — *Azione dei cloruri ed ossicloruro di fosforo sopra alcuni derivati ossigenati del Pirrodiazolo (2.4). Parte sperimentale* [1]. Nota di Americo Andreocci, presentata dal Socio S. Cannizzaro.

Azione del pentacloruro di fosforo sul fenil(1) metil(3) pirrodiazolone(5) alla pressione ordinaria.

Ho fatto reagire quantità equimolecolari di pentacloruro di fosforo e di fenil(1) metil(3) pirrodiazolone(5) $C^2N^3 — C^6H^5.CH^3.H.O$ riscaldando in bagno d' olio da 150° a 170° e facendo assorbire dall' acqua i prodotti volatili che si eliminano durante la reazione.

[1] La parte teoretica fu pubblicata in questi Rendiconti nel volume VI, 1° sem., serie 5ª, fasc. 3°, pag. 114.

L'operazione dura pochi minuti, finchè la massa fusa spontaneamente si solidifica. L'acqua che ha ritenuto i prodotti volatili contiene gli acidi cloridrico, fosforoso e fosforico, il che dimostra che non tutto il pentacloruro di fosforo si trasforma in tricloruro; infatti l'acido fosforoso proveniente dall'azione di gr. 2,03 di pentacloruro di fosforo colla quantità equimolecolare di fenil-metil-pirrodiazolone, precipita dal cloruro mercurico gr. 2,96 di cloruro mercuroso; mentre per la reazione:

$$C^9H^9ON^3 + PhCl^5 = PhCl^3 + HCl + C^9H^8ClON^3$$

corrisponderebbero gr. 4,58 di cloruro mercuroso.

La soluzione alcoolica e bollente del prodotto della reazione per raffreddamento depone dapprima, quasi totalmente, l'α-clorofenil(1) metil(3) pirrodiazolone(5), $C^2N^3 - C^6H^4Cl.CH^3.H.O$, fusibile a 247°, che è il prodotto principale della reazione; e quindi, filtrata e concentrata, depone l'isomero β-clorofenil(1) metil(3) pirrodiazolone(5), fusibile a 163°, mescolato con una certa quantità di fenil(1) metil(3) pirrodiazolone(5) inalterato, dal quale si separa con difficoltà ed incompletamente, anche dopo ripetute cristallizzazioni frazionate in varî solventi. Infine la soluzione primitiva lascia un residuo bruno e vischioso, dal quale per distillazione in corrente di vapore si ottengono piccolissime quantità di clorofenil(1) metil(3) cloro(5) pirrodiazolo mescolato col fenil(1) metil(3) cloro(5) pirrodiazolo, che in seguito saranno descritti.

α-Clorofenil(1)-*metil*(3)-*pirrodiazolone*(5), $C^2N^3 - C^6H^4Cl.CH^3.H.O$. — Questo composto clorurato fu già descritto nella mia Memoria: *Sul Pirrodiazolo e suoi derivati* ecc. [1], cristallizza in lunghi aghi sottili, flessibili, fonde a 247°, è poco solubile a freddo e discretamente a caldo nei comuni solventi organici e siccome conserva l'idrogeno acido del fenil-metil-pirrodiazolone dal quale deriva è solubile negli idrati alcalini: col nitrato d'argento ammoniacale dà un composto argentico cristallino, insolubile nell'acqua bollente e col nitrato d'argento un altro composto cristallizzato in laminette solubili nell'acqua bollente.

Acido α-clorofenil(1)*carbo*(3)*pirrodiazolonico*(5),C^2N^3-$C^6H^4Cl.COOH.H.O$. — Alla soluzione di una parte di α-clorofenil(1) metil(3) pirrodiazolone(5) e due d'idrato potassico, in venti d'acqua, scaldata a b. m., aggiungo in più volte una soluzione concentrata e bollente di tre di permanganato potassico. Dopo otto ore di riscaldamento la reazione è completa e se occorre decoloro con anidride solforosa. La soluzione separata dagli ossidi del manganese contiene il carboacido come sale bipotassico $C^2N^3 - C^6H^4Cl.COOK.K.O$, il quale per azione dell'anidride carbonica si trasforma nel sale monopotassico $C^2N^3 - C^6H^4Cl.COOK.H.O$. Quest'ultimo sale si depone in piccoli cristalli quasi completamente per la sua poca solubilità nell'acqua fredda.

[1] Ricerche eseguite nell'Istituto chimico della R. Università di Roma, nell'anno scalastico 1890-91, pag. 457.

Gr. 1,551 di sale monopotassico, cristallizzato dall'acqua bollente, seccato fra 120° e 130°, dànno gr. 1,315 di acido libero (peso totale di tre porzioni) e gr. 0,4054 di KCl, corrispondente a gr. 0,213 di K —. Calcolato gr. 1,338 di acido e gr. 0,218 di K.

L'acido α-clorofenil(1) carbo(3) pirrodiazolonico(5), cristallizza in aghi, è solubile specialmente a caldo nei solventi organici ed è poco solubile nell'acqua. I valori ottenuti dalla determinazione di azoto corrispondono alla formola assegnatagli:

gr. 0,1493 dànno cc. 22 di N, a 753^{mm},3 (corr.) e 11°.

	calcolato	trovato
N	17,53	17,41

Riscaldato fra 130° e 200° perde, senza fondere, il carbossile sotto forma di CO^2, però riscaldato rapidamente fonde a 250° con vivo sviluppo di CO^2. Gr. 0,4434 di acido perdono gr. 0,0820. Calcolato gr. 0,0815 di CO^2.

Il clorofenil(1) *pirrodiazolone*(5), $C^2N^3 — C^6H^4Cl.H.H.O$, si forma per riscaldamento del suddetto carboacido ed anche direttamente, però in piccola quantità, per azione del pentacloruro di fosforo, alla pressione ordinaria fra 150° e 180°, sul fenil(1) pirrodiazolone(5), $C^2N^3 — C^6H^5.H.H.O$. Ottenuto con quest'ultimo metodo, si separa dagli altri prodotti per la sua poca solubilità nell'alcool freddo. Cristallizza in aghetti duri, fonde a 256°-257°, è poco solubile a freddo nei solventi organici ed ancor meno nell'acqua. Si discioglie negli idrati alcalini.

La quantità del cloro in esso contenuto è corrispondente alla formola data:

I. gr. 0.1693 (provenienti dal carboacido) dànno gr. 0,1227 di AgCl.

II. » 0,2302 (provenienti dal fenil-pirrodiazolone) dànno gr. 0,1664 di AgCl.

	calcolato	trovato I.	trovato II.
Cl	18,15	17,93	17,66

Il β-clorofenil(1) *metil*(3) *pirrodiazolone*(5), $C^2N^3 — C^6H^4Cl.CH^3.H.O$, cristallizza in piccoli prismi, fonde a 163°, è molto più solubile del suo isomero nei comuni solventi e, come ho già accennato, si forma in piccola quantità e difficilmente si purifica. I dati analitici di un campione più volte ricristallizzato dall'alcool, mostrano che resta sempre inquinato dal fenil-metil-pirrodiazolone.

I. gr. 0,1960 dànno 0,3752 di CO^2 e 0,0770 di H^2O.

II. » 0,2119 dànno cc. 36,4 di N, misurato a 749^{mm} e 12°.

III. » 0,1439 dànno gr. 0,0802 di AgCl.

	C	H	N	Cl
calcolato	51,55	3,82	20,04	16,94
trovato	52,21	4,36	20,09	13,79

Il β-clorofenil-metil-pirrodiazolone si discioglie negli idrati alcalini; ossidato con permanganato potassico, nelle stesse condizioni sopra indicate per l'ossidazione del suo isomero, dà un cloro-carboacido cristallizzato in aghetti, facilmente solubile nell'alcool, nell'acqua calda e fredda e fusibile fra 150°-155° con eliminazione di anidride carbonica, trasformandosi in una sostanza pure clorurata, cristallizzata in aghi fusibili a 152°. Probabilmente all'acido spetta la formola $C^2N^3 — C^6H^4Cl.COOH.H.O$, ed all'altra sostanza la formola $C^2N^3 — C^6H^4Cl.H.H.O$.

Non ho creduto opportuno insistere sopra questi ultimi tre derivati, per non allontanarmi dallo scopo principale delle mie ricerche.

Azione del miscuglio di pentacloruro ed ossicloruro di fosforo sul fenil(1) pirrodiazolone(5), sul fenil(1) metil(3) pirrodiazolone(5) e sul fenil-urazolo sotto pressione.

Riscaldo gradualmente in tubi chiusi, per due o tre ore, sinchè la temperatura raggiunge i 180°, 4 mol. di composto pirrodiazolico con 4 mol. di $PhCl^5$ ed 1 mol. $PhOCl^3$. Solo nei tubi contenenti i prodotti del fenil-urazolo vi è pressione dovuta all'acido cloridrico; negli altri tubi questo gas si combina coi prodotti della reazione. Per separare le diverse sostanze che si formano in ciascuna reazione, tratto il contenuto dei tubi con acqua: estraggo con etere il precipitato vischioso ed una parte della sostanza che rimane disciolta; distillo in corrente di vapore l'estratto etereo; separo dal residuo non volatile e catramoso, con l'acqua, o l'alcool, o la ligroina, delle sostanze cristallizzate. Saturo con carbonato sodico le acque acide, già trattate coll'etere, e se si forma un precipitato, filtro e poi torno nuovamente ad estrarle con etere.

Il rendimento dei cloro-pirrodiazoli, corrispondenti ai composti ossigenati impiegati, cioè con il cloro solo nel nucleo carbo-azotato, è assai meschino poichè non supera il quinto del teorico.

a) Prodotti ottenuti dal fenil(1) pirrodiazolone(5).

La corrente di vapore d'acqua dall'estratto etereo delle acque acide trascina un miscuglio di clorofenil(1) cloro(5) pirrodiazolo e di fenil(1) cloro(5) pirrodiazolo, che in parte si separano dal liquido distillato ed in parte vi restano sciolti; la parte disciolta si ricupera ridistillando più volte le acque, poichè passa intieramente col primo terzo di liquido distillato e le acque ridotte così ad un piccolo volume si estraggono coll'etere.

Il miscuglio dei due cloro fenil-pirrodiazoli si distilla alla pressione ordinaria; la prima frazione, che passa da 268° a 272°, è più ricca di composto monoclorurato; l'altra, da 272° a 275°, contiene invece una gran quantità di clorofenil-cloro-pirrodiazolo. Le due frazioni si purificano per cristallizzazione frazionata dalla ligroina, approfittando della proprietà che ha il monocloro di richiedere un tempo maggiore del bicloro per cristallizzare.

Il clorofenil(1) *cloro*(5) *pirrodiazolo*, $C^2N^3 - C^6H^4Cl.H.Cl$, cristallizza in lamine perlacee, od in aghi, è solubilissimo nell'alcool, e nell'etere, è solubile nell'acqua e nella ligroina, fonde a 70°, bolle a 275°; fa un cloridrato dissociabile dall'acqua, un cloroplatinato cristallizzato in piccoli prismi ed è insolubile negli idrati alcalini.

La sua composizione corrisponde alla formola $C^8H^5Cl^2N^3$:

I. gr. 0,2082 dànno gr. 0,3462 di CO^2 e gr. 0,0473 di H^2O.
II. » 0,2035 dànno cc. 33,5 di N, a 762^{mm} (corr.) e 9°,6.
III. » 0,1562 dànno gr. 0,2070 di AgCl.

	calcolato		
C 44,86	H 2,34	N 19,63	Cl 33,17
	trovato		
» 45,34	» 2,52	» 19,75	» 32,78

Il fenil(1) *cloro*(5) *pirrodiazolo*, $C^2N^3 - C^6H^5.H.Cl$, cristallizza in grossi prismi lucenti, è un po' più solubile del clorofenil(1) cloro(5) pirrodiazolo nei solventi, fonde a 54°, bolle a 270°; è solubile nell'acido cloridrico concentrato, ma l'acqua lo riprecipita, fa un cloroplatinato cristallizzato in prismi giallo-aranciato ed è insolubile negli idrati alcalini. La quantità del cloro corrisponde alla formola assegnatagli:

gr. 0,1577 dànno gr. 0,1287 di AgCl.

	calcolato	trovato
Cl	19,78	20,18

Prodotto clorurato dell'anidride del fenil(1) *pirrodiazolone*(5)? — La parte dell'estratto etereo delle acque acide, non volatile in corrente di vapore d'acqua, cede ad un gran volume di acqua bollente una sostanza, che per raffreddamento cristallizza in sottilissimi aghi, poco solubili nei solventi a freddo. Il cloro e l'azoto corrispondono alla probabile formola $C^{16}H^{11}ClN^6O$.

Gr. 0,1871 dànno gr. 0,0770 di AgCl.
» 0,1278 dànno cc. 26 di N, a 754^{mm},3 (corr.) e 16°.

	calcolato		
Cl	10,48	N	24,81
	trovato		
»	10,18	»	24,18

Clorofenil(1) *pirrodiazolo*, $C^2N^3 - C^6H^4Cl.H.H$. — Le acque acide, già esaurite con etere, saturate con Na^2CO^3 dànno un tenue precipitato cristallino, il quale, raccolto e lavato, cristallizza dall'acqua bollente in laminette lucenti, fusibili a 133°, solubilissime nell'alcool e nell'etere e discretamente nell'acqua bollente. Questo composto non si discioglie negli idrati alcalini; al contrario, essendo una base energica, come i pirrodiazoli, si discioglie negli acidi diluiti, e su questa proprietà si fonda appunto la sua separazione

dai fenil-cloro-pirrodiazoli (col cloro nel nucleo carboazotato) i di cui sali son dissociati dall' acqua. Le quantità di azoto e di cloro contenute nel cloro-fenil(1) pirrodiazolo corrispondono alla formola $C^8H^6N^3Cl$:

I. gr. 0,1376 dànno cc. 27,3 di N, a 763^{mm} (corr.) e 13°,4.
II. „ 0,1280 dànno gr. 0,0998 di AgCl

		calcolato		
N	23,39		Cl	19,78
		trovato		
„	23,50		„	19,29

Fenil(1) *pirrodiazolo*, $C^2N^3 — C^6H^5.H.H$. — Dalle acque alcaline filtrate l' etere estrae una base, che ha l' odore caratteristico dei pirradiazoli, distilla quasi tutta a 266°, e fonde a 47°, è solubile negli acidi diluiti, fa un cloro platinato che per azione dell' acqua si trasforma in una polvere gialla, analoga alla cloroplato-piridina $(C^5H^5N)^2PtCl^4$ di Anderson [1], ed è per tutte le proprietà identica al fenil(1) pirrodiazolo, da me ottenuto per azione del penta-solfuro di fosforo sul fenil(1) pirrodiazolone(5) $C^2N^3—C^6H^5.H.H.O$, o per riscaldamento del carboacido $C^2N^3 — C^6H^5.COOH.H$ [2]. L' identità è confermata dai valori analitici ottenuti colla base e col cloroplatinato:

gr. 0,1645 di base dànno cc. 40,4 di N, a 752^{mm} (corr.) e 10°.

	calcolato per $C^8H^7N^3$	trovato
N	29,37	29,10

gr. 0,6070 di cloroplatinato perdono fra 100°-120° gr. 0,0324 di H^2O e dànno

gr. 0,1586 di Pt.

	calcolato per $(C^8H^7N^3)^2H^2PtCl^6 + 2H^2O$	trovato
H^2O	4,90	5,33

	calcolato per $(C^8H^7N^3)^2H^2PtCl^6$	trovato
Pt	27,78	27,60

b) Prodotti ottenuti dal fenil(1) metil(3) pirrodiazolone(5)

La corrente di vapore d' acqua, dall' estratto etereo delle acque acide, trascina il clorofenil(1) metil(3) cloro(5) pirrodiazolo ed il fenil(1) metil(3) cloro(5) pirrodiazolo, che si purificano nel modo che ho già indicato per i due fenil-cloro-pirrodiazoli volatili in corrente di vapore.

Il cloro fenil(1) *metil*(3) *cloro*(5) *pirrodiazolo*, $C^2N^3—C^6H^4Cl.CH^3.Cl$, cristallizza dall' etere in lunghi aghi lucenti, fusibili a 95°, è solubilissimo nei

(1) Liebig Ann. XCVI, p. 200.
(2) Loco citato, p. 480.

solventi organici ed abbastanza nell' acqua bollente; si discioglie nell' acido cloridrico concentrato, ma è riprecipitato dall' acqua e fa un cloroplatinato cristallizzato in aghi aranciati.

I risultati analitici corrispondono alla formola assegnatagli:

I. gr. 0,2211 dànno gr. 0,3842 di CO^2 e gr. 0,0650 di H^2O.
II. " 0,1727 dànno cc. 26,5 di N, a 764^{mm} (corr.) e 9°,6
III. " 0.1794 dànno gr. 0,2190 di ClAg.

	calcolato		
C 47,37	H 3,07	N 18,42	Cl 31,14
	trovato		
" 47,39	" 3,26	" 18,49	" 30,20

Il fenil(1) *metil*(3) *cloro*(5) *pirrodiazolo*, $C^2N^3 — C^6H^5.CH^3.Cl$, cristallizza in prismi fusibili ad 84°, bolle a 271°, è solubilissimo nei solventi organici, solubile nell' acqua bollente ed anche nell' acqua fredda; si discioglie nell' acido cloridrico concentrato e ne è precipitato dall' acqua, fa un cloroplatinato in laminette giallo-aranciate lucenti ed è insolubile negli idrati alcalini. La quantità del cloro corrisponde alla sua formola:

gr. 0,1642 dànno gr. 0,1230 di AgCl.

	calcolato	trovato
Cl	18,34	18,53

Il cloro fenil(1) *metil*(3) *pirrodiazolo*, $C^2N^3 — C^6H^4Cl.CH^3.H$, si depone in piccolissima quantità, quando si saturano con carbonato sodico le acque acide, già esaurite dall'etere, e cristallizza dall' acqua bollente in lunghi aghi fusibili a 123°. È solubile negli acidi diluiti e per le sue proprietà si rassomiglia al fenil(1) metil(3) pirrodiazolo.

La quantità di cloro in esso contenuto corrisponde alla formola $C^9H^8ClN^3$:

gr. 0,0833 dànno gr. 0,0593 di AgCl.

	calcolato	trovato
Cl	18,34	17.61

c) Prodotto principale ottenuto dal fenilurazolo.

Il fenil(1) *bicloro*(3.5) *pirrodiazolo*, $C^2N^3 — C^6H^5.Cl.Cl$, si separa dalle altre sostanze colla distillazione in corrente di vapore, cristallizza dall' etere in prismi fusibili a 95-96°, bolle fra 290° e 291°; è solubilissimo nei solventi organici e discretamente nell' acqua bollente, si discioglie con difficoltà nell' acido cloridrico concentrato. La sua formola è confermata dall' analisi:

gr. 0,1979 dànno gr. 0,3242 di CO^2 e gr. 0,0443 di H^2O.
" 0,1745 dànno cc. 28,2 di N, a 763mm8 (corr.) ed 8°,5.
" 0,1695 dànno gr. 0,2302 di AgCl.

	calcolato						
C	44,86	H	2,34	N	19,63	Cl	33,17
	trovato						
"	44,68	"	2,48	"	19,58	"	33,61

Azione dell'ossicloruro di fosforo sul fenil(1) pirrodiazolone(5) sul fenil(1) metil(3) pirrodiazolone(5) sul fenil-urazolo e sul fenil(1) ossi(3) pirrodiazolo, sotto pressione.

Riscaldo in tubi chiusi per un paio d'ore sino che la temperatura della stufa arriva a 200°, ciascuno dei quattro derivati ossigenati del pirrodiazolo colla quantità equimolecolare di $Ph O Cl^3$. Per ogni reazione tratto con acqua il contenuto dei tubi e con l'etere asporto quasi tutta la sostanza organica precipitata e quella discolta nelle acque acide. Dall'estratto etereo per cristallizzazione frazionata dall'etere, o dalla ligroina, o semplicemente per distillazione in corrente di vapore, separo dalle altre sostanze il prodotto clorurato corrispondente. Il rendimento dei cloro-pirrodiazoli con uno, o due, atomi di cloro, nel nucleo carbo-azotato, è assai superiore (oscilla dal 50 all' 80 °/₀ del peso del composto pirrodiazolico impiegato) a quello che può fornire il miscuglio di penta ed ossicloruro di fosforo.

a) Prodotti ottenuti dal fenil(1) pirrodiazolone(5).

Il fenil(1) *cloro*(5) *pirrodiazolo*, $C^2N^3 — C^6H^5.H.Cl$, fusibile a 54°, è identico a quello preparato col miscuglio di penta ed ossicloruro di fosforo.

L'anidride del fenil(1) *pirrodiazolone*(5), $C^{16}H^{12}ON^6$, fusibile a 162°, è identica a quella da me ottenuta dal fenil-pirrodiazolone coll' anidride fosforica [1]. L'identità è anche confermata dalla seguente determinazione di azoto.
gr. 0,1398 dànno cc. 32,3 N, a 768mm (corr.) e 12°,8

	calcolato	trovato
N	27,63	27,60

b) Prodotti ottenuti dal fenil(1) metil(3) pirrodiazolone(5).

Il fenil(1) *metil*(3) *cloro*(5) *pirrodiazolo* $C^2N^3 — C^6H^5.CH^3.Cl$, fusibile a 84° e bollente a 270°-71°, è identico a quello preparato col miscuglio di penta ed ossicloruro di fosforo.

L'anidride del fenil(1) *metil*(3) *pirrodiazolone*(5) $C^{18}H^{16}ON^6$, fusibile a 142°, corrisponde in tutte le sue proprietà a quella [2] da me preparata

[1] Loco citato pag. 465.
[2] Loco citato pag. 460

per azione del miscuglio di penta e di tricloruro di fosforo, o dell'anidride fosforica, sul fenil-metil-pirrodiazolone.

c) Prodotto ottenuto dal fenil-urazolo.

Il *fenil*(1) *bicloro*(3.5) *pirrodiazolo*, $C^2N^3—C^6H^5.Cl.Cl$, fusibile a 95-96° e bollente a 290°, è identico a quello che si ottiene col miscuglio di penta ed ossicloruro di fosforo.

d) Prodotto ottenuto dal fenil(1) ossi(3) pirrodiazolo di O. Widman ([1]).

Il *fenil*(1) *cloro*(3) *pirrodiazolo*, $C^2N^3.C^6H^5.Cl.H$, fus. a 76°, boll. a 299°, si rassomiglia in tutte le proprietà ai cloro-pirrodiazoli. I seguenti dati analitici confermano la sua formola:

I. gr. 0,2035 dànno gr. 0,3975 di CO^2 e gr. 0,0658 di H^2O.
II. " 0,1658 dànno cc. 33,5 di N, a 747^{mm} (corr.) e 12°.
III. " 0,2003 dànno gr. 0,1566 di Ag Cl.

calcolato

C 53,48	H 3,35	N 23,39	Cl 19,78

trovato

C 53,32	H 3,59	N 23,57	Cl 19,34

Questa sostanza, che ho ottenuta dopo la pubblicazione della parte teoretica, sarà descritta dettagliatamente quando, terminate alcune ricerche in corso, comunicherò le mie idee sulla struttura dei derivati ossigenati del Pirrodiazolo(2.4), poichè tale sostanza ed il suo isomero *fenil*(1) *cloro*(5) *pirrodiazolo* (fus. a 54°), confermano che l' ossigeno negli ossi(3)-triazoli di O. Widman si trova in una posizione differente da quella che ha nei miei pirrodiazoloni(5).

Azione del tricloruro di fosforo sul fenil(1) pirrodiazolone(5), sotto pressione.

Anche questa reazione l' ho fatta in tubi chiusi riscaldando sino a 180°.

I tre prodotti che si formano, si separano trattando la massa con acqua; nelle acque acide resta disciolto il *fenil*(1) *pirrodiazolo* (fus. a 47°, boll. a 266°); coll' etere si estrae l'*anidride* $C^{16}H^{12}ON^6$ (fus. a 162°) ed il *fenil*(1) *cloro*(5) *pirrodiazolo* $C^2N^3 — C^6N^5.H.Cl.$ (fus. a 54°). L'identità di quest'ultimo col fenil(1) cloro(5) pirrodiazolo, preparato per azione del miscuglio di $Ph\,Cl^5$ e $Ph\,O\,Cl^3$, oppure del solo $Ph\,O\,Cl^3$, è confermata dalla seguente determinazione d'azoto:

gr. 0,2150 dànno cc. 42,2 di N, a 752^{mm} (corr.) e 9°,5

	calcolato	trovato
N	23,39	23,30

([1]) Berl. Berich. XXVI, p. 2612.

Chimica. — *Azione del sodio sulla canfora.* Nota di G. Oddo, presentata dal Socio E. Paternò.

In alcuni lavori precedenti ho dimostrato che per l'azione del sodio, usando come solvente il toluene, avvengono le seguenti trasformazioni:

$$C_7H_{13}\begin{array}{l}\diagup CHBr\\ \quad\;\; | \\ \quad\; CO\\ \quad\;\; | \\ \diagdown CH\end{array} \longrightarrow C_7H_{13}\begin{array}{l}\diagup CH \text{———} HC \diagdown\\ \quad\;\; | \qquad\qquad | \\ \quad\; CO \qquad\; OC\\ \quad\;\; | \qquad\qquad | \\ \diagdown CH \qquad\; HC \diagup\end{array} C_7H_{13}$$

bromocanfora — dicanfora

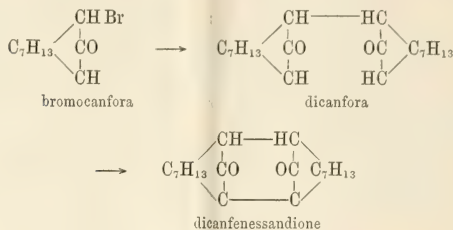
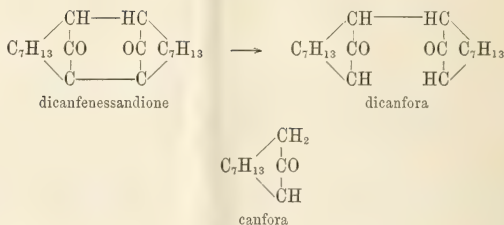
$$\longrightarrow C_7H_{13}\begin{array}{l}\diagup CH \text{—} HC \diagdown\\ \quad\;\; | \qquad\quad | \\ \quad\; CO \quad\; OC\\ \quad\;\; | \qquad\quad | \\ \diagdown C \text{———} C \diagup\end{array} C_7H_{13}$$

dicanfenessandione

e viceversa

$$C_7H_{13}\begin{array}{l}\diagup CH \text{—} HC \diagdown\\ \quad\;\; | \qquad\quad | \\ \quad\; CO \quad\; OC\\ \quad\;\; | \qquad\quad | \\ \diagdown C \text{———} C \diagup\end{array} C_7H_{13} \longrightarrow C_7H_{13}\begin{array}{l}\diagup CH \text{———} HC \diagdown\\ \quad\;\; | \qquad\qquad | \\ \quad\; CO \qquad\; OC\\ \quad\;\; | \qquad\qquad | \\ \diagdown CH \qquad\; HC \diagup\end{array} C_7H_{13}$$

dicanfenessandione — dicanfora

$$C_7H_{13}\begin{array}{l}\diagup CH_2\\ \quad\;\; | \\ \quad\; CO\\ \quad\;\; | \\ \diagdown CH\end{array}$$

canfora

Per completare il ciclo di queste trasformazioni restava a dimostrare se anche la canfora, come ciascuno dei singoli termini sopra riportati, era suscettibile di fornire per l'azione del sodio la serie dei composti del gruppo della dicanfora da me scoperto.

Questa ipotesi veniva fondata sui seguenti due fatti:

Il sodio agisce su alcuni chetoni dando composti bisodici. Basta citare il benzofenone, che per l'azione successiva del sodio, dell'anidride carbonica e dell'acqua, fornisce acido benzilico:

$$(C_6H_5)_2 : CO \longrightarrow (C_6H_5)_2 : C<\begin{array}{l}OH\\ CO_2H\end{array}$$

e il mentone, studiato da Brühl [1], che dà un acido mentondicarbonico:

$$C_{10}H_{18}O \qquad\qquad C_{10}H_{16}O\,(CO_2H)_2$$

[1] Ber., 1891, 3396.

Per la canfora, mentre Baubigny [1], che fu il primo a studiarvi l'azione del sodio, credette che si formassero esclusivamente i composti monosodici della canfora e del borneolo, secondo l'equazione:

$$\underset{\text{canfora}}{2\,C_{10}H_{16}O} + 2\,Na = \underset{\text{sodiocanfora}}{C_{10}H_{15}ONa} + \underset{\text{sodioborneol}}{C_{10}H_{17}ONa}$$

Brühl [2], avendo ottenuto nell'analisi della etilcanfora, preparata dalla sodiocanfora, un piccolo eccesso di carbonio e di idrogeno, ritenne che ciò dovesse attribuirsi alla presenza di piccola quantità di dietilcanfora, che contemporaneamente si era formata, e credette perciò molto probabile che la canfora in determinate condizioni potesse combinarsi anche con due atomi di sodio:

$$3\,C_{10}H_{16}O + 4\,Na = C_{10}H_{14}ONa_2 + C_{10}H_{17}ONa\,.$$

Nessuna prova diretta fornì però di questa sua ipotesi.

L'altro fatto che mi condusse a questa ricerca, è quello da me scoperto: che cioè il sodiocomposto della dicanfora si lascia facilmente ossidare dall'ossigeno dell'aria per dare dicanfenessandione

$$C_7H_{13}\left\langle\begin{array}{l}C\text{———}C\\ \| \qquad\quad \|\\ CONa\ \ NaOC\\ | \qquad\quad |\\ CH \qquad HC\end{array}\right\rangle C_7H_{13} + O = C_7H_{13}\left\langle\begin{array}{l}CH\text{——}HC\\ | \qquad\quad |\\ CO \qquad OC\\ | \qquad\quad |\\ C\text{———}C\end{array}\right\rangle C_7G_{13} + Na_2O$$

Se fosse stata esatta quindi l'ipotesi del Brühl della formazione di un composto bisodico della canfora, avrei dovuto ottenere, assieme alla sodiocanfora e al sodioborneolo, i composti del gruppo della dicanfora

$$\underset{\text{bisodiocanfora}}{2\,C_8H_{14}\left\langle\begin{array}{l}CNa\\ \|\\ CONa\end{array}\right.} + O = \underset{\text{sodiodicanfora}}{C_8H_{14}\left\langle\begin{array}{l}C\text{———}C\\ \| \qquad\quad \|\\ CONa\ \ NaOC\end{array}\right\rangle C_8H_{14}} + Na_2O$$

L'esperienza ha confermato pienamente le mie previsioni. Operando nel modo descritto da Baubigny [3] ho ottenuto infatti tutti i composti del gruppo della dicanfora da me scoperti, e così si ha la prima prova sperimentale della formazione del composto bisodico della canfora.

Disciolsi gr. 100 di canfora in gr. 300 di toluene anidro, vi aggiunsi gr. 15 di sodio tagliato in fili sottili e riscaldai a bagno d'olio. La reazione appena incominciata diventa subito energica, e se la canna del refrigerante non è molto larga, si può aver perdita di solvente. Dura così per qualche

(1) Ann. chim. phys., [4] *19*, 121, 1870.
(2) Ber., 1891, 3384 e segg.
(3) L. c.

minuto. Quando incominciò a ricadere lentamente aggiunsi altri gr. 10 di sodio tagliato in fili, e feci ricadere per otto ore circa. Dopo raffreddamento decantai per separare i sodiocomposti da un po' di sodio rimasto inalterato, che lavai con toluene. Decomposi agitando due volte con circa la metà di volume di acqua, e distillai in corrente di vapore acqueo la soluzione toluica e le due acque di lavaggio.

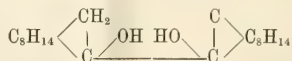
Dalla toluica, dopo avere scacciato il toluene e tutta la canfora e il borneolo, rimase nel pallone una massa gialla di aspetto cristallino. La cristallizzai dopo averla fatta asciugare dal miscuglio di ligroina e benzina 4:1. Le prime due porzioni fornirono una sostanza gialla citrina, cristallizzata in aghi, p. f. 192-93° ed era dicanfanessandione. Per ulteriore conferma la trattai con idrazina e ottenni la dicanfanessanazina p. f. 200-201°, e il suo iodometilato p. f. 197-200°.

Le acque madri della sostanza gialla furono evaporate a secco e il residuo cristallizzato una volta da acido acetico e una volta da ligroina, diede una sostanza bianca p. f. 165° che era dicanfora.

Le due acque di lavaggio filtrate e acidificate diedero precipitato bianco voluminoso, nel quale, usando il metodo che ho descritto in altra memoria ([1]), arrivai a riconoscere la presenza dell' acido canfanoncanfanoico, dell' acido β-transdicanfandioico e dell' anidride dell' acido α-dicanfandioico.

Il rendimento però è scarso: da gr. 100 di canfora ottenni circa gr. 4 di miscuglio di dicanfora e dicanfendione, e circa gr. 2 del miscuglio degli acidi.

Mentre, come ho dimostrato, in soluzione nel toluene si ottengono come prodotti secondarî nell' azione del sodio sulla canfora i composti del gruppo della dicanfora, in soluzione nell' etere si ottiene invece l'$\alpha\alpha$-dicanfandiol

$$C_8H_{14}\left\langle\begin{array}{l}CH_2\\ \,|\\ C\end{array}\right. \begin{array}{c}OH\quad HO\\ \text{———————}\end{array} \left.\begin{array}{r}C\\ |\\ C\end{array}\right\rangle C_8H_{14}$$

o canfopinacone, e anch' esso con rendimento che non supera il 5-6 %.

La formazione di questo corpo fu constatata da Beckmann, che lo ha poi studiato ([2]). Anch' io l' ottenni parecchio tempo addietro preparando l' acido canfocarbonico col metodo di Brühl ([3]), facendo cioè agire la corrente di CO_2 sulla canfora disciolta in etere assoluto in presenza di sodio tagliato in fili sottilissimi.

Trattando poi con acqua la massa formatasi, il residuo della soluzione eterea distillato a vapor d' acqua fornisce prima canfora e resta in fine una sostanza bianca pochissimo volatile. Cristallizza bene dall' alcool e fonde, come il prodotto descritto da Beckmann, a 156°.

([1]) *Azione del sodio sulla dicanfora.*

([2]) Ber., *22*, 912 e 27, 2348; Ann. d. ch., 292, 1.

([3]) Gazz. ch. ital. 1893, 74, vol. I. Berich., 1891, 3384.

Di esso mi limito soltanto a notare che si lascia difficilmente intaccare dal sodio. Io ne sciolsi gr. 10 in cc. 70 di toluene, vi aggiunsi gr. 1,50 di sodio in fili sottili e lasciai bollire a ricadere per cinque ore, per cercare di ottenere la scissione in canfora, non ancora dimostrata da Beckmann.

Quasi tutto il sodio rimase inalterato, le acque di lavaggio acidificate diedero uno scarso intorbidamento, e dalla soluzione toluica, scacciato a vapor d'acqua il solvente, rimase una sostanza bianca che cristallizzata dall'alcool fuse a 156°. Questa grande inerzia segna una notevole differenza tra i composti in cui il legame tra due molecole di canfora si stabilisce nel posto $\alpha\alpha$ e i due ossigeni stanno in posizione 1:2, e quelli della serie dicanforica in cui il legame è nel posto $\beta\beta$ e i due ossigeni stanno in posizione 1:4.

Patologia vegetale. — *La Bacteriosi del Sedano* [1]. Nota del dott. UGO BRIZI presentata dal Corrispondente R. PIROTTA [2].

Nella primavera dello scorso anno, da diversi luoghi dell'Alta Italia, specialmente della bassa valle del Po (Ferrara-Rovigo), vennero spediti alla R. Stazione di Patologia vegetale molti campioni di piante del comune Sedano (*Apium graveolens*), affette da una singolare malattia.

La base dei larghi picciuoli delle foglie, e specialmente quella porzione la quale, essendo ricoperta per un certo tempo di terra rimane scolorata, ed anche la porzione verde fino ad una certa altezza presentavano delle macchioline di color giallo il quale ben presto assumeva una tinta rossastro-rugginosa. In corrispondenza delle macchioline i tessuti apparivano avvallati e sprofondati, e l'ulceretta così formatasi ingrandendo rapidamente e scavando per così dire i sottoposti tessuti, finiva col formare delle larghe chiazze rossastre, orlate da un'aureola livida jalina, le quali chiazze si estendevano per tutta la superficie, specialmente esterna, del picciuolo stesso.

I picciuoli così colpiti ed anche le stesse foglie, finivano ben presto col cadere in putrefazione assumendo, prima di trasformarsi in una massa putrida, un aspetto paragonabile a quello che prendono i tessuti molto ricchi di acqua (piante grasse), quando vengano fortemente contusi o scottati coll'acqua bollente.

Lasciando i picciuoli colle ulcerette in via di sviluppo in camera umida per 18-24 ore, la superficie delle ulcerette apparisce velata da uno straterello di liquido torbido giallastro e vischioso, il quale velo, dopo 36-48 ore, prende

(1) Lavoro eseguito nella R. Stazione di Patologia vegetale di Roma. Dicembre 1896.

(2) Presentata nella seduta del 7 marzo 1897.

l' aspetto di una grossa goccia mucilagginosa la quale è costituita da zooglee di bacilli tenuti insieme da un muco giallastro.

Esaminando al microscopio una ulceretta non molto avanzata, si riconosce, dopo attento esame, la presenza di innumerevoli bacilli grossi (2-2½ μ), fortemente rifrangenti, diritti, leggermente attenuati all' estremità, mobilissimi, che occupano totalmente gli elementi dei tessuti invasi, persino talvolta le cellule del collenchima e gli elementi dei cordoni vascolari.

Le cellule ripiene di milioni di questi bacilli naturalmente vengono uccise, i contenuti scompaiono cedendo il posto alle zooglee di bacilli, la membrana dapprima ingiallisce, poi imbrunisce; gli elementi stessi, specialmente dei parenchimi, perdono il loro turgore dando origine alla depressione ulcerativa caratteristica; finalmente la lamella mediana si discioglie e gli elementi si separano trasformando i tessuti colpiti in una massa putrescente.

Nel principio della infezione, quando cioè le pustolette sono piccole non ancora molto affondate nei tessuti, ma che interessano appena l' epidermide, è facile notare come esse abbiano origine e sede sempre nei tessuti molli interposti fra i grossi cordoni collenchimatici, rilevati, che costituiscono le costole ben visibili sulla porzione esteriore dei grossi picciuoli delle foglie.

Nei punti infetti l' epidermide scompare ben presto e intorno ad essi si solleva e si distacca dal sottostante parenchima, e finisce col cadere lasciando spesso i cordoncini collenchimatosi ipodermici allo scoperto per un certo tratto. L' ulceretta si approfondisce così, corrodendo, per così dire, i tessuti intorno ai cordoncini ipodermici, e di lì si distribuiscono nel parenchima corticale dei piccoli focolai d' infezione i quali si raggruppano per solito presso i canali escretori, frequenti come è noto al disotto dei cordoni ipodermici e nella massa stessa del parenchima; i canali stessi sono spesso infarciti di mucilaggine contenente milioni di bacteri. Poco dopo vengono invasi anche i cordoncini ipodermici, nei quali alcuni elementi cominciano ad ingiallire riempiendosi di mucilaggine e di bacilli, e ben presto l' intero cordone di collenchima è totalmente invaso e finisce col putrefare. Più tardi i bacilli invadono gli stessi cordoni vascolari, attraverso i quali l' infezione si diffonde rapidamente lungo il picciuolo.

La porzione floematica del fascio resta lungo tempo immune, e tale si rinviene anche in qualche caso in cui vengano distrutti, quasi interamente, il parenchima corticale in corrispondenza del fascio, la zona cambiale cogli elementi imbruniti e pieni di bacteri, il midollo, seminato di focolai d' infezione, e infine persino le trachee.

Infatti, sezionando un cordone vascolare un po' al disotto di una ulceretta e trattando opportunamente la sezione nel modo che ora dirò, si riesce a scorgere nel fascio le localizzazioni dei grossi bacteri, i quali occupano totalmente il parenchima fondamentale, il lume delle trachee, il midollo, la zona cambiale e rispettando il cordone di collenchima e i tubi cribrosi.

Questa localizzazione, beninteso, si presenta all' inizio della diffusione, e specialmente nei tessuti limitrofi alle ulceri; quando poi queste ultime sono molto depresse ed estese, come avviene quando il picciuolo, tenuto più giorni in camera umida, sta per putrefarsi interamente, allora non è più il caso di parlare di localizzazioni giacchè i bacilli si riscontrano anche nelle porzioni floematiche dei fasci che vengono anzi distrutti insieme ai tessuti circostanti, formando delle grandi cavità lisigeniche.

Nelle porzioni di picciuolo fortemente infette ma non ancora totalmente decomposte, sono assai interessanti ed istruttive le preparazioni che permettono di mostrare i rapporti tra il bacillo e i tessuti dell' ospite, preparazioni non molto facili ad eseguirsi perchè i tessuti alterati sono estremamente molli, sia per la quantità d' acqua che contengono, sia perchè in via di putrefazione. Le porzioni di tessuti infetti non si possono indurire e fissare coll'alcool assoluto, perchè esso per la rapida sottrazione dell' acqua contrae e deforma gli elementi ed i contenuti, compresi i bacteri, in guisa che essi divengono irriconoscibili.

L' indurimento dei tessuti da sezionare si ottiene invece lasciando i frammenti per 48 ore in un liquido costituito da 100 parti di acqua distillata, alla quale si aggiunge una parte d'acido acetico glaciale e una parte d' acido cromico; il frammento così trattato, dopo circa 48 ore, si può mettere nell' alcool a 70° e quindi nell' alcool assoluto per completare l' indurimento.

I pezzi induriti si lasciano quindi imbevere di una soluzione di paraffina nel cloroformio, per circa 24 ore in recipiente chiuso; si versa quindi la soluzione di paraffina in un piccolo recipiente o in una scatolina di carta, ponendovi i frammenti di tessuto e lasciando essiccare all' aria. I tessuti così inclusi si sezionano ottimamente a mano o con un piccolo microtomo.

Si ottengono poi eccellenti colorazioni doppie per mettere in evidenza i bacilli nelle sezioni dei tessuti col metodo seguente: liberati i tagli dalla paraffina tenendoli pochi minuti nel cloroformio agitandoli continuamente, si lavano a lungo con acqua distillata calda, s'immergono in una soluzione acquosa all' 1 °/₀₀ di verde di metile, e si lasciano ivi per circa tre o quattro ore, dopo il qual tempo si passano in acqua distillata acidulata con acido idroclorico; con tale trattamento i bacilli colorati in verde non si scolorano nell' acqua acidulata, mentre il tessuto fondamentale, le membrane e i contenuti cellulari si decolorano totalmente; si trasporta allora la preparazione, decolorata al punto giusto, in una soluzione acquosa di picro-carminio, nella quale si lasciano le preparazioni per circa un' ora, poi si lavano, si disidratano, si impregnano coll' olio di garofano e si montano in balsamo. In tal modo nelle preparazioni ben riuscite i bacilli colorati in verde spiccano sul fondo rosso dei contenuti protoplasmatici delle cellule e roseo delle membrane. Una buona colorazione pure caratteristica, si ottiene col violetto di genziana all' acido acetico (acqua p. 100, acido acetico p. 10, soluzione alcoolica satura di vio-

letto di genziana p. 20). Trattate le sezioni colla soluzione colorante per circa un'ora, si passano in alcool forte al quale si aggiungono alcune goccie di ipoclorito di soda. In tal modo i tessuti si decolorano totalmente ed i soli bacteri restano colorati in violetto; a questo punto poi si può immergere per alcune ora la preparazione in una soluzione di eosina, la quale dà una colorazione rosea al fondo, colorazione che permane anche dopo l' impregnazione in olio di garofano e la montatura in balsamo.

* * *

Nelle foglie le porzioni infette mostrano una tinta livida come se la lamina fosse stata in quel punto scottata con acqua bollente; in principio dell' infezione, in corrispondenza delle macchioline livide, gli elementi del mesofillo si appiattiscono alquanto, mentre le pareti cominciano ad imbrunire; si possono allora constatare nelle cavità delle cellule e negli spazi intercellulari numerosi bacilli, i quali formano delle piccole zooglee avvolte in muco giallastro, producendo la decomposizione della massa plasmatica e la disorganizzazione dei cloropasti i quali diventano bruni e sono addirittura distrutti.

Distrutti i cloroplasti la parete persiste, ma la cellula verde a questo punto è diventata bruna e si mostra ripiena in gran parte e qualche volta in totalità di mucilaggine ricca di bacilli. La preparazione delle sezioni delle foglie infette è assai difficile per la estrema mollezza dei tessuti, i quali non resistono alla fissazione necessaria per la preparazione dei bacilli, e non permettono neppure di seguire i metodi più sopra descritti per i piccioli.

Si possono però ottenere delle preparazioni mediocri, ma sufficienti allo scopo, sezionando all'asciutto e senza alcun trattamento preventivo molti frammenti di foglie in principio d' infezione, avendo cura di scegliere per la sezione i punti immediatamente vicini all' aureola livida delle macchioline che segnano il principio della infezione; le sezioni, che sarà più facile ottenere sovrapponendo molti frammenti di foglie, si collocano sopra un vetrino coprioggetti e si lasciano all'aria finchè siano un po' asciugate, ma non già totalmente disseccate; si pone quindi il vetrino colle sezioni aderenti volte all' ingiù sopra una boccetta aperta contenente una soluzione (10 %) di acido osmico, i vapori del quale in pochi minuti fissano ottimamente i bacteri.

Le preparazioni così fissate si possono colorire nel modo descritto più sopra ed ottenerne anche delle colorazioni doppie.

L' infezione della lamina fogliare non è primaria, ma avviene secondariamente attraverso il tessuto conduttore dei piccioli nei quali sembra abbia esclusiva sede ed origine l' infezione; infatti la lamina non viene mai direttamente infetta, ma viene colpita quando il picciolo è esso stesso fortemente infetto.

La ricerca microscopica dà ragione di questo fatto, perchè i bacilli percorrono le trachee dei fasci conduttori più rapidamente che non gli altri tessuti, e penetrano nella foglia per mezzo delle trachee delle nervature attraverso le quali passano nel mesofillo, fatto che è assai facile constatare giacchè la infezione sulle foglie, anzichè cominciare dall' epidermide, principia invece sempre intorno alla nervatura dalla quale si irradia e solo tardi, quando già il mosofillo è molto infetto ed in via di decomposizione, vengono attaccate le epidermidi.

Il bacillo, il quale non ha finora un nome e che provvisoriamente chiamerò *Bacterium Apii*, si coltiva facilmente in diversi mezzi nutritivi. Sulla gelatina di brodo di vitello peptonizzata col 10 % di gelatina cresce bene ad una temperatura di 20 — 22°; le colonie, che appariscono sulle piastre dopo 18—24 ore, sono bellissime e caratteristiche giacchè dopo cinque o sei giorni diventano grosse, rilevate, a forma di mezza sfera, jaline, trasparenti, perfettamente simili in apparenza a grosse e brillanti goccie di glicerina, che crescono in superficie senza affondare nel substrato, e per conseguenza senza fondere la gelatina.

Nelle culture a striscia a superficie inclinata nei tubi, le colonie si fondono in una sola striscia a contorno ondulato e di aspetto simile a quello delle colonie isolate; nelle culture per infissione in tubo, le colonie si sviluppano soltanto alla superficie ed abbastanza rapidamente, mai nell' interno del canale d' infissione, il che dimostra che il bacillo è perfettamente aerobio.

Nelle fette di patate e sulle patate in tubo, le colonie si sviluppano lentamente, restano piccole ed acquistano presto una tinta gialliccia; nel brodo di carne peptonizzato, con agar-agar, le colonie crescono assai stentatamente, restano piccole, puntiformi e non raggiungono mai le dimensioni (5-7 millimetri di diametro) che raggiungono sulla gelatina. Nel mosto d'uva al 10 % gelatinizzato non si sviluppano mai.

I bacilli ottenuti dalle culture pure si colorano più difficilmente cogli stessi metodi impiegati per i tessuti, perchè sono avvolti in abbondantissima mucillaggine che impedisce la colorazione. Per ottenere delle buone preparazioni, si stempera una porzione della colonia in acqua distillata tiepida. Si fissano i bacilli alla fiamma e il vetrino copri-oggetto si lascia nuotare per qualche tempo in una soluzione di bleu di anilina, e dopo una rapida lavatura in alcool assoluto si lascia asciugare all'aria. Quando è ben dissecato s' immerge in una soluzione di corallina sodica (40 %), la quale rispetta la colorazione dei bacilli che rende anzi assai più intensa, e colora in roseo il fondo mucillaginoso.

Le colonie, lasciate a sè medesime, dopo un certo tempo s' intorbidano, si fanno gialliccie ma senza fondere mai in nessun caso la gelatina.

La malattia bacteriologica ora descritta, la quale ha qualche somiglianza con quella citata da Russell (*Bacteria in their relation of vegetable tissue in Hosp. rep. of Baltimora* III, 1893) e descritta da Halsted, ha menata una vera strage nelle coltivazioni dei sedani, e tale malattia, se non è del tutto nuova, certo non era stata mai finora osservata nè descritta in Italia.

P. B.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 4 aprile 1897.

F. Brioschi Presidente.

MEMORIE E NOTE
DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Astronomia — *Sulle macchie, facole e protuberanze solari osservate al R. Osservatorio del Collegio Romano durante il 1° trimestre del 1897.* Nota del Socio P. Tacchini.

Ho l'onore di presentare all'Accademia i risultati delle osservazioni solari fatte nel 1° trimestre del corrente anno all'Osservatorio del Collegio Romano. La stagione fu assai poco favorevole, specialmente nei primi due mesi; ma colla pazienza si arrivò a raccogliere i dati per 66 giornate, numero superiore a quello del precedente trimestre. Ecco i risultati ottenuti:

1897

Mesi	Numero dei giorni di osservazione	Frequenza delle macchie	Frequenza dei fori	Frequenza delle M+F	Frequenza dei giorni senza M+F	Frequenza dei giorni con soli F	Frequenza dei gruppi di macchie	Media estensione delle macchie	Media estensione delle facole
Gennaio . .	23	4,61	9,00	13,61	0,00	0,00	2,91	108,00	70,22
Febbraio . .	19	3,95	5,05	9,00	0,00	0,00	2,63	59,47	74,74
Marzo . . .	24	3,33	4,75	8,08	0,04	0,00	2,83	26,46	62,50
Trimestre. .	66	3,95	6,32	10,27	0,01	0,00	2,80	64,38	68,71

Dopo il massimo secondario delle macchie avvenuto nel Dicembre ultimo, il fenomeno è andato diminuendo, e le cifre un poco alte nel Gennaio, specialmente per ciò che riguarda l'estensione, sono dovute alla presenza eccezionale della grande macchia visibile dal 4 al 16 di Gennaio, e che trovavasi al centro del disco solare il 9, e che allora era visibile anche col solo elioscopio. Le facole presentarono pure una diminuzione in confronto del precedente trimestre. Le osservazioni furono fatte da me in 44 giornate e in 22 dall'assistente sig. Vezzani.

Per le osservazioni spettrali del bordo del sole il numero delle giornate di osservazione risulta pure maggiore di quello relativo al trimestre precedente, e qui appresso diamo il solito riassunto per le protuberanze solari:

1897

Mesi	Numero dei giorni di osservazione	Medio numero delle protuberanze per giorno	Media altezza per giorno	Estensione media	Media delle massime altezze	Massima altezza osservata
Gennaio . .	14	3,71	37,2″	2,1°	47,9″	66″
Febbraio . .	15	4,47	33,1	1,5	46,3	93
Marzo . . .	19	5,42	38,3	1,8	53,5	85
Trimestre .	48	4,63	36,4	1,8	49,6	93

Il fenomeno delle protuberanze, come quello delle macchie, presenta una diminuzione in confronto della serie precedente, e nessuna protuberanza fu osservata degna di speciale menzione. La minore frequenza delle protuberanze corrisponde al Gennaio, nel qual mese si ebbe invece la maggior frequenza delle macchie pel trimestre. Le osservazioni furono fatte da me in 38 giornate e in 10 dall'assistente sig. Palazzo.

Chimica organica — *Intorno all'Imperatorina (Ostrutina).* Nota preliminare del Socio Körner.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Chimica. — *Sui prodotti di ossidazione dell' acido canforico.* Nota del Corrispondente L. Balbiano [1].

Nella Nota presentata all' Accademia nella seduta del 7 passato febbraio, accennavo ad esperienze di idrogenazione instituite sul supposto bromoidrazone dell' acido $C_8H_{12}O_5$, prodotto principale dell' ossidazione dell' acido can-

[1] Lavoro eseguito nell'Istituto di chimica farmaceutica dell'Università di Roma.

forico, e scrivevo allora, come dal composto si staccasse anilina, e si formasse un acido azotato di cui ho ora completato lo studio.

L' idrogenazione del composto $C_{14}H_{17}N_2BrO_4$ si fece nelle seguenti condizioni.

Si sciolse 5 gr. del prodotto in 50 gr. di alcole assoluto, ed alla soluzione bollente si aggiunse poco a poco 5 gr. di sodio tagliato in piccoli pezzi. Si formò del bromuro sodico, che dopo un po' di tempo dell' azione si depositò sotto forma di una polvere cristallina, e durante l' idrogenazione non mi fu dato osservare un sensibile sviluppo di ammoniaca. Completata l' aggiunta del sodio, si diluì la massa con pochi centimetri cubici di acqua e si distillò l' alcool. Il residuo si sciolse in acqua e si estrasse con etere.

La soluzione eterea si agitò con acido cloridrico diluito, e la soluzione cloridrica, svaporata, lasciò per residuo il cloridrato di anilina, che si depurò sciogliendolo in alcool assoluto e riprecipitandolo con etere.

L' analisi dimostrò la sua composizione.

	trovato	calcol. p. $C_6H_5NH_2.HCl$
N	10,90	10,81

Inoltre venne messa l' anilina in libertà e se ne verificarono le reazioni cromatiche caratteristiche.

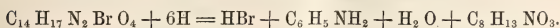
La soluzione acquosa alcalina si decompose con acido cloridrico. L' aggiunta dell' acido fa diventare il liquido torbido per deposito di un po' di materia resinosa. Si estrasse il tutto ripetute volte con un gran volume di etere. Distillato l' etere rimane un residuo siropposo bruno che col riposo cristallizza. Si comprime la parte cristallina fra carta, e poi si ricristallizza diverse volte dall' etere acetico bollente. Si ha così un prodotto cristallino bianchissimo che all' analisi dette il seguente risultato:

C	56,41	56,34
H	7,66	7,72
N	8,04	

Da questi dati si calcola la formola $C_8H_{13}NO_3$ che richiede

C 56,13 H 7,60 N 8,18.

L' idrogenazione è dunque avvenuta secondo l' equazione

$$C_{14}H_{17}N_2BrO_4 + 6H = HBr + C_6H_5NH_2 + H_2O + C_8H_{13}NO_3.$$

Questa nuova sostanza cristallizza dall' etere acetico in piccoli cristalli prismatici bianchi, poco solubili nell' acqua fredda, di più nella calda, solubili nell' alcool e nell' etere. Fonde alla temperatura di 189°-90°; però a 184°

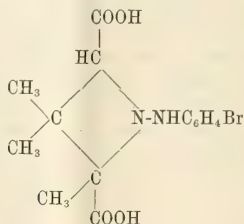
comincia a rammollirsi. Per la determinazione si adoperò un termometro di Auschutz a corta colonna.

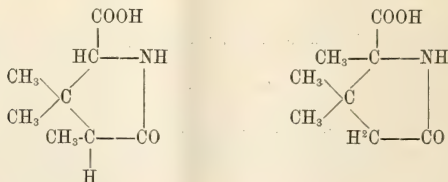
È un acido monobasico, come lo dimostra la seguente determinazione alcalimetrica:

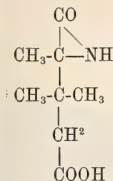
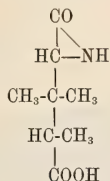
Gr. 0,1403 di sostanza, secca nel vuoto sull'acido solforico od in una stufa a 100°, richiesero per la saturazione, servendosi della fenolftaleina per indice, cm^3 3,40 di una soluzione di idrato sodico contenente per ogni cm^3 gr. 0,00959 di idrato. La quantità teorica per un acido monobasico sarebbe stata di cm^3 3,42.

Ho provato se un eccesso di idrato sodico avrebbe idratato il composto; perciò alla soluzione neutra, prima ottenuta, ho aggiunto altri cm^3 3,4 della stessa soluzione di idrato sodico, ed ho fatto bollire a ricadere per 4 ore. La soluzione rimase sempre colorata, e rititolando con acido cloridrico decinormale l' alcali rimasto libero, l'ho trovato corrispondente a cm^3 3,3 di idrato sodico, cioè la quantità adoperata in eccesso.

Questa esperienza mi dimostra che la molecola d'acqua, che si separa, collega nel nuovo composto l'atomo di azoto ed il carbonilo in modo da formare un nucleo che non è più suscettibile di facile idratazione. Ammesso, per le ragioni adotte nella mia Nota sopracitata, che il composto $C_{14} H_{17} N_2 Br O_4$ abbia la costituzione espressa dallo schema

```
                 COOH
                  |
                 HC
     CH3        /  \
        \C          N-NHC6H4Br
     CH3/       \  /
                  C
            CH3/  |
                 COOH
```

il composto $C_8 H_{13} NO_3$ dovrebbe essere rappresentato da una delle due formole seguenti:

```
          COOH                         COOH
           |                            |
          HC——NH                 CH3—C——NH
   CH3\   /    |            CH3\   /     |
       >C      |                >C       |
   CH3/   \    |            CH3/   \     |
       CH3-C——CO                  H2C——CO
           |
           H
```

Sarebbe cioè un derivato del pirrolidone, non potendosi prendere in considerazione le altre due formole:

```
     CO                    CO
     |\                    |\
    HC—NH             CH3-C—NH
     |                     |
 CH3-C-CH3             CH3-C-CH3
     |                     |
    HC-CH3                CH2
     |                     |
     COOH                 COOH
```

che certamente opporrebbero minor resistenza alla formazione di sali dell'acido amido glutarico trimetilato.

Ho incominciato a studiare l'azione del pentabromuro di fosforo sull'etere etilico dell'acido $C_8 H_{12} O_5$ e finora ho ottenuto un composto monobromurato, e spero fra breve presentare all'Accademia le conclusioni di queste esperienze.

Zoologia. — *Descrizione d'un Leptocephalus brevirostris in via di trasformarsi in Anguilla vulgaris.* Nota preliminare del Corrisp. G. B. Grassi e del dott. S. Calandruccio [1].

Nell'ultima nostra Nota annunziavamo che ci era riuscito di seguire la trasformazione del *Leptocephalus brevirostris* nell'*Anguilla vulgaris* e che questa prova era stata ripetuta dal prof. Ficalbi.

Così la nostra scoperta restava confermata anche sperimentalmente.

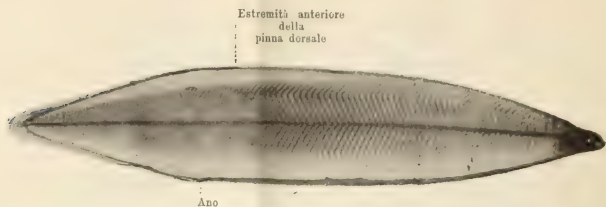
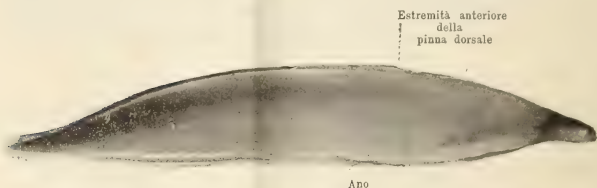
Eravamo perciò pronti a pubblicare il nostro lavoro in esteso; ci doleva soltanto di non poter fornire figure degli stadi intermedi tra l'Anguillina (Ceca) trasparente e il *Leptocephalus brevirostris* con i denti larvali ancora intatti, perchè l'unico esemplare di questo Leptocefalo pescato in condizioni tali da poter sopravvivere e metamorfizzarsi negli acquari, cioè non guasto e sufficientemente avanzato nello sviluppo (già privato di buona parte dei denti larvali), aveva appunto servito per l'esperimento suddetto.

Se non che di recente un caso inaspettato ci procurò un *Leptocephalus brevirostris* avente già acquistato caratteri tali da convincere chiunque della realtà della metamorfosi da noi dimostrata.

Crediamo pertanto opportuno di far conoscere fin d'ora questo prezioso esemplare, pubblicandone una fotozincotipia accanto a quella d'un altro *Leptocephalus brevirostris* avente ancora intatta la dentatura larvale.

Esso è stato catturato nel gennaio scorso dal dott. Silvestri nello stretto di Messina.

[1] Presentata nella seduta del 7 marzo 1897.

La sua lunghezza totale è di 71 mm., l'ano sta a c. 29 mm. dall'apice del muso, l'estremità anteriore della pinna dorsale a c. 25 mm. dall'apice del muso.

Leptocephalus brevirostris avente ancora intatta la dentatura larvale (ingrandito).

Leptocephalus brevirostris catturato dal dott. Silvestri (ingrandito come il precedente).

La testa e la punta della coda hanno già acquistato spiccatamente i noti caratteri definitivi dell' anguilla.

La dentatura larvale è totalmente caduta, mentre quella definitiva sembra ancora del tutto assente.

Manca qualunque traccia di pigmento.

Non ci estendiamo in ulteriori particolari, riservandoli al lavoro in esteso.

Matematica. — *Sulle superficie immerse in un* S_4, *le cui trisecanti costituiscono complessi di 1° ordine.* Nota del dott. E. Ascione, presentata dal Socio Cremona.

In un'altra Nota (1) ho dimostrato che tre sole superficie possono ordinatamente essere superficie *focali* o *singolari* di complessi di 1° ordine di rette di un S_4 trisecanti ciascuna di esse. Di queste tre superficie una è la F_2^6 del Veronese, il cui studio è notissimo. Un'altra è una F_2^4, la quale,

(1) Ascione, *Sul complesso di 1° ordine delle trisecanti di una superficie immersa in un* S_4. Questi Rend., vol. VI, 1° sem., serie 5ª, fasc. 5°.

come accennai, era anche nota: ma per ben chiarire questo concetto mi limiterò a fare su di essa brevi, ma opportune osservazioni. Della terza superficie F_2^5 mi occuperò poi a preferenza nella presente Nota, caratterizzando così completamente le tre superficie focali suddette.

1. Consideriamo dapprima la superficie F_2^4.

La F_2^4 *è una superficie del 4° ordine non rigata, a sezioni spaziali razionali, che ammette* ∞^3 *trisecanti tali che per un punto arbitrario dello* S_4 *ne passa una sola, e per un punto di essa ne passa un fascio di raggi.*

Essa è dunque una superficie accennata dal prof. Del Pezzo ([1]) ed è proiettata da un punto O dello S_4 sul nostro spazio in una superficie romana di Steiner.

2. È noto pure ([2]) che la F_2^4 di un S_4 si può considerare come sezione prodotta dallo S_4 in una varietà M_3^4 (cioè del 4° ordine e a tre dimensioni) di un S_5, rappresentabile sul nostro spazio S col sistema delle quadriche passanti per 4 punti fissi.

Sicchè se da un punto O della M_3^4 proiettiamo la M_3^4 stessa sullo S_4, avremo una varietà V_3^3 a tre dimensioni e del 3° ordine, la quale conterrà la F_2^4 sezione di M_3^4 con lo S_4. Ed è chiaro che questa V_3^3 può rappresentarsi sopra il nostro spazio S in modo che le sue sezioni spaziali corrispondono alle quadriche di un sistema ∞^4, avente per base 5 punti fissi. E la F_2^4 si troverà appunto su questa V_3^3. Ma una tale V_3^3 è appunto la notevole varietà cubica del Segre, dotata di 10 punti doppi ([3]). Dunque: *La superficie* F_2^4 *appartiene ad una varietà cubica con 10 punti doppi.*

3. Ora una superficie F_2^4 del 4° ordine, che appartiene ad una V_3^3 con 10 punti doppi e che possegga come trisecanti un sistema di rette della varietà, potrà avere per corrispondente, in uno spazio ordinario S, un piano σ, nella rappresentazione della V_3^3 mediante il sistema di quadriche passante per 5 punti fissi. Dunque lo studio ulteriore della F_2^4 può farsi per questa via, anzi è stato da me già fatto in gran parte in altro mio lavoro ([4]).

Ciò basta a caratterizzare la superficie F_2^4.

4. Passiamo ora alla F_2^5.

Abbiamo già trovato ([5]) che: *la* F_2^5 *è una superficie di un* S_4 *a sezioni spaziali di genere 1, che ammette* ∞^3 *trisecanti. Per un punto ar-*

([1]) Del Pezzo, *Sulle superficie dell'n.^mo ordine immerse nello spazio di n dimensioni.* Rend. del Circ. Mat. di Palermo, t. I, fasc. 4, 1887.

([2]) Del Pezzo, Nota citata, § X, n. 53.

([3]) Vedi la mia Nota: *Sopra alcune involuzioni dello spazio.* Rend. della R. Acc. delle scienze fis. e mat. di Napoli, fasc. 1°, 1896.

([4]) Vedi la mia Nota testè citata: *Sopra alcune involuzioni dello spazio.*

([5]) Cfr. la mia Nota citata « *Sul complesso di 1° ordine delle trisecanti di una superficie immersa in un* S_4 ».

bitrario dello spazio S_4 *ne passa una sola e per un punto della* F_2^5 *passa un cono quadrico di raggi trisecanti la superficie.*

Inoltre *la* F_2^5 *possiede 5 piani che la segano secondo cubiche.*

5. Uno spazio S_3, passante per un punto O dello S_4, sega la F_2^5 in una γ_5 di genere 1 che ha 5 corde passanti per O. Quindi: *la proiezione della* F_2^5 *fatta da un punto* O *dello* S_4 *sul nostro spazio* S *è una superficie Caporali* (1).

6. In uno spazio S_5 esiste una superficie Φ_2^5 immersa in questo spazio, tale che per una retta qualunque di esso che non incontri la superficie passa un solo piano trisecante la Φ_2^5 (2).

Da ciò si deduce che se proiettiamo da un punto O arbitrario dello S_5 la Φ_2^5 su di uno spazio S_4, appartenente allo S_5, avremo nello S_5 una superficie di 5° ordine che sarà appunto del tipo della F_2^5 che stiamo considerando.

Dunque: *la* F_2^5 *può ottenersi proiettando su di un* S_4 *la superficie nota* Φ_2^5, *immersa nello* S_5, *da un punto* O *fuori di essa.*

Si noti pure che *proiettando la* F_2^5 *da un suo punto* P *sul nostro spazio si ha una superficie del 4° ordine* φ_4 *a conica doppia.*

Così lo studio della F_2^5 potrà farsi o direttamente, o mediante la Φ_2^5 dello S_5 o anche mediante la φ_4.

7. Prima però di andare più innanzi osserveremo che la F_2^5 e la F_2^4 considerate non sono casi particolari della superficie F_2^6 del Veronese, pure avendo comune con essa la proprietà di ammettere ∞^3 trisecanti che costituiscono un complesso di 1° ordine, poichè esse non ammettono, come la F_2^6, la genesi proiettiva di essere generabili mediante reti proiettive di spazî, genesi che veramente caratterizza una superficie Veronese (3).

Per dimostrare ciò riprendiamo a considerare la superficie F_2^6, generata da quattro reti $[a]$, $[b]$, $[c]$ e $[d]$ proiettive di spazî.

Le reti $[a]$, $[b]$, $[c]$ intanto generano con le ∞^2 rette d'intersezione di 3 spazî corrispondenti una varietà cubica V_3^3 con 6 punti doppi (4).

Questa varietà contiene pure un secondo sistema di rette, coniugato al primo e contenente le rette a, b, c sostegni delle tre reti. Da due rette qualunque di un sistema sono proiettate le rette dell'altro mediante reti proiettive di spazî.

(1) Caporali, *Sulla superficie del 5° ordine, dotata di una curva doppia del 5° ordine.* Ann. di mat., 2a serie, vol. VII.

(2) Del Pezzo, Mem. citata.

(3) Quindi il nome dato da alcuni alla F_2^4 di *superficie Veronese* (veggasi ad es.: Pieri, *Sulle trasformazioni involutorie dello spazio determinate da un complesso Hirstiano di rette.* Rend. dell'Ist. Lomb., serie 2a, t. XXV, 1892) nome che del resto ho usato anch'io per la medesima superficie, non è bene appropriato, e, credo, dovrà lasciarsi.

(4) Segre, *Sulle varietà cubiche nello spazio a 4 dimensioni.* Atti della R. Acc. di Torino, vol. II, t. XXXIX.

Il cono sestico di rette di V_3^3 uscenti da un suo punto doppio D si scinde in 2 coni cubici, appartenenti rispettivamente al 1° ed al 2° sistema di rette. Uno spazio ordinario S sega questi 2 coni in 2 cubiche H_3 e K_3 situate su di una quadrica ed appartenenti a due sistemi diversi, cioè aventi 5 punti comuni, che sono le proiezioni su S da D degli altri punti doppi.

Sicchè proiettando da D la varietà V_3^3 sullo spazio S il sistema rappresentativo delle sezioni spaziali di V_3^3 sarà costituito da superficie di 3° ordine passanti per 2 cubiche H_3 e K_3 situate su di una quadrica ed aventi 5 punti comune, cioè da $F_3 \equiv H_3 K_3$.

Per avere la immagine sullo spazio S della superficie F_2^6 del Veronese, consideriamo ancora le reti proiettive di spazî $[a]$, $[b]$, $[d]$. Queste generano un'altra varietà cubica W_3^3, analoga a V_3^3, la cui superficie sezione con V_3^3 è rappresentata in S da una superficie $S_9 \equiv H_3^3 K_3^3$. Però le due varietà V_3^3 e W_3^3 si segano, oltre che in una F_2^6, ulteriormente in una superficie di 3° ordine, luogo del punto d'intersezione di due piani corrispondenti appartenenti rispettivamente alle reti proiettive $[a]$ e $[b]$. Questa intersezione residua ha per immagine in S una superficie $F_3 \equiv H_3 a' b'$ essendo a', b' le rette corrispondenti ad a, b. Sicchè tolta dalla $S_9 \equiv H_3^3 K_3^3$ la $F_3 \equiv H_3 a' b'$, resta una $S_7 \equiv H_3^2 K_3^3$. Ma è chiaro che da questa S_7 si stacca 2 volte la $S_2 \equiv H_3 K_3$ rappresentante il punto doppio D (il che fa vedere che V_3^3 e W_3^3 hanno il punto doppio D per entrambe in comune); sicchè resta allora una $S_3 \equiv K_3$ che è l'immagine della superficie F_2^6 del Veronese sullo spazio rappresentativo S.

È facile allora vedere che le corde di H_3 formano il sistema delle trisecanti della F_2^6, mentre le rette che incontrano H_3 e K_3 sono le bisecanti e le corde di K_3 le secanti semplici.

Posto ciò, se le superficie F_2^5 ed F_2^4 fossero casi particolari della superficie F_2^6 del Veronese, ciò non potrebbe succedere se non dal fatto che, spezzandosi la curva H_3, la superficie rappresentativa della F_2^6, cioè la $S_3 \equiv K_3$, passando per una parte della H_3, potrebbe rappresentare una superficie di 5° o di 4° ordine.

Ora se ciò accadesse, poichè le corde della H_3 rappresentano trisecanti della F_2^6, è chiaro che le superficie F_2^5 o F_2^4 che si otterrebbero, non potrebbero più ammettere un sistema ∞^3 di trisecanti, tali che per un punto dello spazio S_4, e quindi anche della varietà V_3^3, ne passi sempre una ed una sola.

Quindi le due superficie F_2^5 ed F_2^4 non possono ammettere la genesi proiettiva della F_2^6 del Veronese, neanche riferendo opportunamente le quattro reti proiettive di spazî [1].

[1] Si osservi pure a tal proposito che il Bordiga nella Memoria: *La superficie del 6° ordine con 10 rette, nello spazio* R_4 *e le sue proiezioni nello spazio ordinario* (Atti della R. Acc. dei Lincei, 1887) riferendo opportunamente quattro reti proiettive di spazî trova una F_2^5, ed una F_2^4 ma esse non ammettono trisecanti da costituire un complesso.

8. Ritorniamo alla F_2^5. Essa è la proiezione su di un S_4 della superficie Φ_2^5 del Del Pezzo, immersa in un S_5, eseguita da un punto fuori di essa. Sicchè la F_2^5 possiede 10 rette, immagini delle 10 rette della Φ_2^5. Inoltre abbiamo anche notato che la F_2^5 possiede 5 piani che la segano secondo cubiche. Ma ciò che è notevole per la F_2^5 è che essa possiede un punto doppio D e le 5 cubiche piane che sono in essa hanno tutte il punto comune D doppio per ciascuna di esse. Per dimostrare però ciò, faremo le seguenti considerazioni.

9. Consideriamo una Φ_2^5 del Del Pezzo, immersa in un S_5. È noto [1] che *la superficie* Φ_2^5 *dello* S_5 *può rappresentarsi sul piano* σ, *in modo che le sue sezioni spaziali siano rappresentate da curve* $C_3 \equiv 1234$.

Esaminiamo questa rappresentazione.

Le 10 rette della Φ_5^2 sono rappresentate rispettivamente dai quattro punti fondamentali e dalle 6 rette che li uniscono a 2 a 2. La superficie Φ_2^5 possiede 5 sistemi di coniche, che indicheremo con $\Sigma_i (i = 1, 2, 3, 4 \text{ e } 5)$, corrispondendo il sistema Σ_i per $i = 1, 2, 3$ e 4 al fascio di raggi (i) del piano rappresentativo, ed il sistema Σ_5 al fascio di coniche $\gamma_2 \equiv 1234$. Per ogni punto P della Φ_2^5 passa una conica di ciascun sistema e queste non hanno altro punto in comune. Ogni conica incontra 5 rette della superficie.

Le cubiche della Φ_2^5 si raggruppano pure in 5 sistemi Ω_i, $(i=1,2,3,4 \text{ e } 5)$. Ogni sistema Ω_i è *coordinato* al sistema Σ_i di coniche in modo che una cubica ed una conica del sistema coordinato costituiscano insieme una sezione spaziale della Φ_2^5. Sicchè una cubica di Ω_i, per $i = 1, 2, 3$ e 4, corrisponde in σ ad una conica passante per gli altri tre punti fondamentali, oltre i; e, per $i = 5$, ad una cubica di Ω_5 corrisponde una retta qualunque del piano σ.

È facile vedere come si comportano le cubiche rispetto alle rette, alle coniche del sistema coordinato ed alle altre coniche della superficie.

Faremo semplicemente notare, per ciò che viene in seguito, che per due punti della Φ_2^5 passano 5 cubiche, una di ciascun sistema; e quindi per ogni corda della Φ_2^5 passano cinque S_3 che la segano secondo cubiche, mentre un S_3 qualunque la incontra in 5 punti.

10. È facile ora dimostrare che:

Per un punto qualunque O *dello* S_5 *passa sempre una ed una sola corda della* Φ_2^5.

Infatti, gli S_4 passanti per O segano la Φ_2^5 secondo ∞^4 curve γ_5 di un sistema lineare Λ, le cui immagini sono le curve $C_3 \equiv 1234$ di un sistema ∞^4 lineare Λ'; e viceversa. Ora in Λ' vi sono ∞^1 cubiche del sistema composte di una conica fissa $\gamma_2 \equiv 1234$ insieme alle rette di un fascio (G). Analogamente vi sono in Λ' ∞^1 cubiche composte di una curva $\delta_2 \equiv 1234$ fissa

[1] Del Pezzo, Mem. citata, § VII, n. 34.

insieme alle rette di un fascio (D). Quindi vi sarà nel primo fascio una cubica formata da γ_2 e dalla retta GD e nel secondo fascio una cubica formata dalla δ_2 e dalla GD. Queste due cubiche determineranno un fascio formato dalla retta GD insieme alle coniche del fascio $[\gamma_2, \delta_2]$. L'esistenza di questo fascio mostra che vi sono per O ∞^1 sezioni spaziali prodotte da S_4 di un fascio nella Φ_2^5 che si spezzano in una cubica gobba $\varepsilon_3^{(5)}$, appartenente al sistema Ω_5 suddetto e corrispondente alla retta GD, ed in una conica variabile del sistema Σ_5 coordinato ad Ω_5.

Questa cubica $\varepsilon_3^{(5)}$ giace nello S_3 base del fascio degli S_4; e poichè da O passa sempre una sola corda della $\varepsilon_3^{(5)}$, questa sarà una corda della Φ_2^5, passante per O.

Indicando con A e B i punti di appoggio della corda con la $\varepsilon_3^{(5)}$, per i punti A e B passano altre quattro cubiche $\varepsilon_3^{(i)}$ (per $i = 1, 2, 3, 4$) appartenenti rispettivamente ai sistemi Ω_i.

Inoltre per O non può passare un'altra corda della Φ_2^5. Poichè se ciò accadesse, per i due punti di appoggio dovrebbe passare sempre una cubica del sistema Ω_5 e quindi dovrebbe esistere in Λ' un altro fascio di cubiche determinato dalle coniche del fascio [1234] e da un'altra retta C′ D′. Ma ciò non è possibile, perchè se partiamo da un'altra conica fissa $\gamma'_2 \equiv 1234$, diversa da γ_2, e da un'altra conica fissa $\delta_2' \equiv 1234$, diversa dalla δ_2, la retta GD rimane sempre la stessa. Infatti la retta GD forma una C_3 del sistema Λ' con ogni conica del fascio [1234] e quindi anche con la conica γ_2', ma la γ_2' forma fascio di C_3 degeneri con ogni retta del fascio (G′), dunque il centro G′ deve appartenere a GD. Analogamente D′ dovrà appartenere a GD; sicchè la retta GD rimane sempre la stessa e la cubica $\varepsilon_3^{(5)}$ che essa rappresenta è unica nel sistema Ω_5. Quindi per O passa una sola corda della Φ_2^5 (1).

11. Si è così dimostrato che per un punto O dello S_5 passa una sola corda della Φ_2^5 e se i punti di appoggio di questa corda alla superficie sono A e B, per essi passano cinque cubiche gobbe $\varepsilon_3^{(i)}$ (per $i = 1, 2, \ldots, 5$) giacenti in cinque S_3 ed appartenenti rispettivamente ai sistemi Ω_i. Queste cubiche non hanno, oltre A e B alcun altro punto in comune. Sicchè proiettando allora dal punto O la Φ_2^5 su di uno spazio S_4 avremo che:

La superficie F_2^5 *possiede un punto doppio* D *e i cinque piani che la segano secondo cubiche passano per* D, *il quale è doppio per ciascuna cubica.*

(1) Avendo dimostrato che per O passa una corda della Φ_2^5, per dimostrare che ne passa una sola può procedersi così. Supponiamo che per O ne passino due, *a* e *b*. Conduciamo per *ab* uno spazio S_4 arbitrario, esso sega la Φ_2^5 in una γ_5 che ha per corde *a* e *b*. Proiettiamo la γ_5 da O sopra un S_3 dello S_4, avremo una γ_5' con due punti doppi e quindi razionale. Ma allora anche la γ_5 sarebbe di genere O, ciò che è impossibile, perchè un S_4 arbitrario sega la Φ_2^5 in una γ_5 di genere 1.

Termineremo queste ricerche intorno alla F_2^5 mostrando che essa può sempre appartenere ad una varietà cubica con 7 punti doppî.

Infatti se una varietà cubica V_3^3 dello spazio S_4 contiene la F_2^5, il punto doppio D di questa superficie sarà pure punto doppio della V_3^3, perchè se fosse altrimenti i 5 piani che segano F_2^5 secondo cubiche dovrebbero trovarsi tutti nel medesimo S_3, tangente alla V_3^3 in D, ciò che non è possibile.

Proiettando da D la $F_2^5 \equiv D^2$ su di uno spazio ordinario S si ha una superficie F_3 del 3° ordine. Ora poichè una sezione spaziale variabile della V^3_3 incontra la F_2^5 in una γ_5 di genere 1, la superficie Φ_3 immagine della sezione spaziale deve incontrare la F_3 fissa in una C_5 di genere 1 e sapendo che due superficie di 3° ordine s'incontrano in una curva di 9° ordine la quale può ammettere due soli spezzamenti in una C_4 ed una C_5 (cioè in una C_5 di genere 2 ed una C_4 di genere 1, oppure in una C_5 di genere 1 ed una C_4 di genere 0), si vede subito che la Φ_3, variando la intersezione spaziale, deve incontrare la F_3 fissa in una C_4 di genere 0.

Sicchè la F_2^5 si proietta dal punto doppio D sullo spazio S in una $F_3 \equiv C_4$ e le sezioni spaziali della V_3^3 hanno la curva C_4 in comune.

Questa C_4 dovendo appartenere al cono sestico della V_3^3 uscente da D, questo cono sestico è sezionato da S nella C_4 ed in una rimanente C_2 appartenente alle superficie Φ_3. Ma dovendo poi due Φ_3 segarsi in una C_6 appartenente ad una quadrica, questa quadrica deve essere la quadrica delle trisecanti della C_4; e poichè questa quadrica è segata da una Φ_3 in 2 trisecanti della C_4, si deduce che la rimanente curva C_2 deve essere costituita da due trisecanti a, b della C_4.

Sicchè le sezioni spaziali della V_3^3 sono rappresentate in S da superficie $\Phi_3 \equiv C_4\, ab$. E quindi la V_3^3 possiede 7 punti doppî.

Inversamente avendosi una V_3^3 con 7 punti doppî, proiettando da un D di essi la V_3^3 su di uno spazio S, le sezioni spaziali della varietà sono costituite da superficie $\Phi_3 \equiv C_4\, ab$. Ed una superficie $F_3 \equiv C_4$ rappresenta sulla V_3^3 una F_2^5 del 5° ordine.

Di più le rette dello spazio S che si appoggiano ad a e b costituiscono il sistema delle trisecanti della F_2^5, sistema tale che per un punto della V_3^3 ne passa sempre una ed una sola.

Il punto D è doppio per la F_2^5, perchè la $F_3 \equiv C_4$ e la $F_2 \equiv C_4\, ab$ si segano ulteriormente in una conica. Sulla $F_3 \equiv C_4$ vi sono 5 rette della superficie F_3 che non si appoggiano alla C_4. Esse rappresentano delle $C_3 \equiv D^2$ della F_2^5 e sono quindi le tracce dei 5 piani che segano la F_2^5 secondo cubiche.

Finalmente la C_4 ha 10 corde appartenenti alla F_3. Esse sono le immagini in S delle 10 rette della superficie F_2^5.

Dunque: *la superficie* F_2^5 *appartiene sempre ad una varietà cubica con 7 punti doppi.*

13. Chiuderemo finalmente con una osservazione. Le trisecanti della F_2^5 nella precedente rappresentazione in S sono costituite dal sistema di rette che si appoggiano ad a, b.

Ora quando la V_3^3 si rappresenta nello spazio ordinario mediante delle $\Phi_3 \equiv C_4 ab$, questo sistema di 1° ordine di rette della V_3^3 non è generabile mediante reti proiettive di spazî. È un caso di eccezione segnalato dal prof. Segre (1).

Ciò comprova ancora una volta di più che la F_2^5 non può essere un caso particolare della F_2^6 del Veronese.

14. Avendo con ciò che si è detto caratterizzato le tre superficie F_2^6, F_2^5 ed F_2^4 che determinano ordinatamente complessi di 1° ordine di trisecanti, di cui ciascuna è superficie focale, lo studio di questi complessi diventa ovvio, come pure sarà facile cosa esaminare i complessi dello spazio ordinario che si ottengono come proiezioni di quelli. Quindi tale studio può tralasciarsi o tutt' al più potremo occuparcene in altra Nota.

Matematica. — *Sull' operazione funzionale rappresentata da un integrale definito riguardata come elemento d' un calcolo.* Nota del dott. Adolfo Viterbi, presentata dal Socio Bianchi.

Nella presente Nota mi propongo di dare un' esposizione sommaria di alcuni risultati a cui pervenni in altro mio lavoro recante lo stesso titolo, nel quale ebbi per scopo « considerata l' operazione funzionale rappresentata da un integrale definito come elemento d' un calcolo, di svolgere i fondamenti generali d' un calcolo siffatto ». Qui mi limito ad esporre soltanto i teoremi stabiliti in detto lavoro: in esso si trovano le loro dimostrazioni e in esso trovansi pure le citazioni di altri lavori che furono scritti da varî autori intorno all' operazione in parola.

L' operazione funzionale rappresentata da un integrale definito, come si sa, consiste in ciò: « Data una certa funzione $f(y_1)$ della variabile, in generale complessa y_1, la quale sia analitica e uniforme in un certo campo, si moltiplica per una funzione analitica $a(y_1 y_2)$ delle variabili indipendenti, in generale complesse $y_1 y_2$ e quindi si integra l' espressione così ottenuta rispetto ad y_1 lungo una certa linea, la quale cada entro il campo in cui $f(y_1)$ è atta a rappresentare una funzione analitica ». Le proprietà essenziali di detta operazione dipendono dalla funzione $a(y_1 y_2)$, la quale si dice « funzione caratteristica » dell' operazione in parola. Ora, nel calcolo da me studiato, l' operazione rappresentata da un integrale definito vien riguardata

(1) Segre, *Sulle varietà cubiche dello spazio a 4 dimensioni.* Mem. della R. Acc. delle Scienze di Torino, vol. II, t. XXXIX, vedi § 12.

come ente arbitrariamente variabile, suscettibile cioè d'assumere infinite determinazioni diverse, in base al fatto che ciascuna speciale determinazione dell'accennata operazione è fissata quando siano fissate e la funzione caratteristica e la linea d'integrazione relative all'operazione stessa. In pari tempo le funzioni, a cui si supporranno applicate le operazioni che si considereranno, saranno fisse. Nell'accennato lavoro, come pure in questa Nota, mi limitai a dare un abbozzo generale del calcolo in parola, riserbandomi di studiare le questioni speciali che in esso si possono presentare e di mostrarne la portata e le applicazioni in successivi lavori. Così furono in detto calcolo definite operazioni facenti riscontro alle operazioni fondamentali dell'aritmetica, prendendo in questo a base anche considerazioni svolte da altri, e fu data un'estensione del concetto di funzione.

1. Per esporre i fondamenti del calcolo da me studiato mi permetto di porre le seguenti convenzioni:

a) Si designerà colla denominazione « operazione I » in generale un'operazione funzionale qualsiasi rappresentata da un integrale definito, determinata o variabile. Questa denominazione farà cioè, nel calcolo ora studiato, riscontro alla denominazione « quantità » che si usa nel calcolo ordinario e colla quale si può intendere tanto un ente suscettibile d'aumento o diminuzione che sia determinato, quanto un ente siffatto che sia variabile.

b) Nelle operazioni I che si considereranno in seguito, si farà astrazione dalle speciali variabili che in esse figurino sia come variabile d'integrazione, sia come variabile da cui dipende la funzione risultato: si considererà cioè solo la forma della funzione caratteristica e della linea d'integrazione relative alle operazioni I. Quando poi s'abbiano ad esaminare casi concreti d'operazioni I applicate a speciali funzioni, casi nei quali pur si dovrà porre in evidenza sia la variabile d'integrazione, sia quella da cui dipende la funzione risultato, per rendere più semplici le notazioni, si sottintenderà quanto segue: « Quando si parli d'un'operazione I, sia determinata, sia variabile, applicata ad una funzione, s'intenderà che sia y_1 la variabile d'integrazione, che naturalmente è anche quella da cui dipende la funzione oggetto, con y_2 la variabile da cui dipende la funzione risultato; quando poi si parli di due operazioni I consecutive applicate ad una certa funzione, mentre nella prima d'esse, in base a quanto fu detto testè, si deve intendere che sia y_1 la variabile d'integrazione, y_2 l'altra, nella seconda s'intenderà che sia y_2 la variabile d'integrazione, y_3 l'altra. E così quando s'abbia ad esaminare la funzione risultato di h (h numero intero qualunque > 2) operazioni I applicate ad una certa funzione, s'intenderà che la variabile, da cui essa dipende, sia y_{h+1}, e che le variabili d'integrazione siano per la prima di dette operazioni y_1, per la seconda y_2 ... per la h^{esima} y_h.

c) Per semplicità, per rappresentare operazioni I determinate, useremo, seguendo in ciò l'esempio del prof. Pincherle, le lettere maiuscole dell'alfa-

beto A, B ... anche apponendo a queste degli indici quando l'uso lo richieda; per rappresentare un'operazione I variabile, nella quale cioè, a differenza di quelle a cui ora si accennò, la linea d'integrazione e la funzione caratteristica siano suscettibili d'assumere infinite determinazioni distinte, s'adotterà il simbolo X, seguendo in ciò la consuetudine invalsa nel calcolo ordinario, e quando poi si abbia da ragionare su più operazioni I variabili, queste si potranno designare coi simboli X_1 X_2 .... Il risultato d'un'operazione I determinata o variabile, da indicarsi quindi nel primo caso con A, nel secondo con X, applicata a una certa funzione di y_1, $f(y_1)$ si rappresenterà, seguendo anche in ciò l'esempio del prof. Pincherle, rispettivamente con $\mathrm{A}f(y_1)$, $Xf(y_1)$.

d) Si prenderanno in considerazione, come funzioni-oggetto d'operazioni I soltanto funzioni uniformi; perciò quando si parlerà d'operazioni I applicate a una data funzione, si sottintenderà che questa funzione sia uniforme; così si parlerà di più operazioni I applicate successivamente a una data funzione, solo quando siano uniformi rispetto alla variabile da cui dipende la funzione-risultato le funzioni caratteristiche delle singole operazioni in esame, all'infuori della funzione caratteristica dell'ultima, la quale potrà anche non sodisfare a questa condizione. Del pari, parlando sia di funzioni oggetto d'operazioni I, sia di funzioni risultato di queste operazioni applicate a certe funzioni, ci si riferirà naturalmente solo ai valori degli enti, dei quali ci si occupa, situati nel campo, in cui detti enti sono atti a rappresentare funzioni analitiche.

e) Quando, fissata una certa funzione di y_1, $f(y_1)$, si abbia un'operazione I determinata che si designerà con A tale che $\mathrm{A}f(y_1)=pf(y_2)$, essendo p un fattore che in base alla convenzione *b* si dovrà riguardare come funzione di y_2, si dirà « che A è equivalente a p relativamente a $f(y_1)$ e si rappresenterà ciò scrivendo $\mathrm{A}=p$ relativamente a $f(y_1)$ » (prescindendo naturalmente dalla notazione con cui si rappresentano le variabili). Con ciò si viene dunque a riguardare l'applicazione d'un'operazione I ad una certa funzione come una moltiplicazione simbolica.

Così, ponendo la convenzione di riguardare due operazioni I che, applicate ad una stessa funzione assunta come funzione oggetto, diano lo stesso risultato, come equivalenti relativamente a detta funzione, riferendoci al caso dianzi esaminato, diremo che: « A, relativamente a $f(y_1)$, è equivalente all'altra operazione I, avente per funzione caratteristica $\frac{p}{2\pi i(y_1-y_2)}$, per linea d'integrazione una linea chiusa situata nel piano y_1, contenente il solo punto $y_1=y_2$ e nessun punto singolare della funzione $f(y_1)$ ». Quando, prese in esame due operazioni I determinate A, B s'abbia $\mathrm{A}f(y_1)-\mathrm{B}f(y_1)=q\,f(y_2)$, q essendo in generale una funzione di y_2, si dirà « che A, B differiscono per q relativamente a $f(y_1)$ e si scriverà $\mathrm{A}-\mathrm{B}=q$ relativamente a $f(y_1)$ ».

È poi chiaro che un' operazione I, da applicarsi ad una certa funzione $f(y_1)$, la quale abbia per funzione caratteristica una funzione della forma $\frac{p}{2\pi i(y_1 - y_2)}$, p designando una funzione della sola y_2, o una costante per linea d' integrazione una certa linea λ_1 che sia chiusa, contenga il punto $y_1 = y_2$ e nessun punto singolare della funzione $f(y_1)$, trasformerà $f(y_1)$, qualunque essa sia in $p f(y_2)$, vale a dire la moltiplica per p (a prescindere dalla variabile di cui essa è funzione). Si dirà allora che « l' operazione I considerata è equivalente a p, in via assoluta, cioè indipendentemente dalla speciale funzione oggetto a cui possa essere applicata ».

Un' operazione I, della natura di quella testè definita, si rappresenterà col simbolo: $\overline{\mathrm{I}}p$: così quando sia $p = 1$ si designerà col simbolo $\overline{\mathrm{I}}$.

2. *Estensione delle quattro operazioni fondamentali dell' aritmetica.*

Per definire le operazioni analoghe alle quattro operazioni fondamentali dell' aritmetica da eseguirsi sulle operazioni I, non porta alcuna differenza il considerare operazioni I determinate, o operazioni I variabili, precisamente come nel calcolo ordinario le quattro operazioni fondamentali si eseguiscono indifferentemente *su* quantità determinate o *su* quantità variabili. Qui si definiranno adunque le quattro operazioni in parola, trattando di operazioni I determinate.

a) A d d i z i o n e e s o t t r a z i o n e. — Date n (n sia un numero intero qualunque) di operazioni I che designeremo rispettivamente con A , B ... P si dirà « addizione di queste n operazioni l' operazione mediante la quale dalle singole, A B ... P si passa all' altra A + B ... + P ». Quest' ultima consiste, quando si deve eseguire *su* una data funzione, nell' applicare a questa successivamente le singole operazioni A , B ... indi nell' addizionare i risultati.

L' operazione: A + B ... + P si dirà « somma delle A , B ... P », le quali si diranno addendi. Nel caso particolare, in cui ciascuno degli addendi sia una stessa operazione: A, detto ancora n il numero di questi, la loro somma si rappresenterà con nA, indicandosi con questo simbolo l' operazione che consiste nell' applicare a una data funzione oggetto l' operazione A, indi nel moltiplicare per n. (Analoga notazione s' userà poi anche se il fattore n fosse anzichè una costante, una funzione).

Per l' addizione quale fu testè definita si ha il seguente:

Teorema. Per l' addizione delle operazioni I valgono tutte e tre le leggi: associativa, commutativa e distributiva che valgono per l' addizione definita dall' aritmetica.

La sottrazione delle operazioni I non differisce sostanzialmente dall' addizione: infatti è chiaro che la sottrazione d' un' operazione I la cui funzione caratteristica sia $a(y_h\, y_{h+1})$ (h, indice variabile secondo i casi, in base alla convenzione b — 1) da un' altra operazione I qualunque, si può riguardare come l' addizione di quest' ultima con un' altra che non differisca dalla prece-

dente se non per avere, per funzione caratteristica, $-a(y_h y_{h+1})$ anzichè $a(y_h y_{h+1})$.

b) Moltiplicazione. — Definizione di potenza d'un'operazione I. Siano due operazioni I designate al solito con A, B. Si dirà « moltiplicazione dell'operazione A per l'operazione B, l'operazione mediante la quale dalla A si passa all'operazione I nella quale la linea d'integrazione è la stessa di A, la funzione caratteristica è la funzione ottenuta applicando la B alla funzione caratteristica di A » (riguardando questa nell'applicarle B come funzione della sola variabile da cui dipende la funzione risultato). L'operazione I così ottenuta si dirà « prodotto di A per B » e si designerà col simbolo BA. Così, detta y_h (h indice variabile recando i casi, in base alla conv. *b* del n. 1) la variabile d'integrazione che figura nella A, y_{h+1} l'altra variabile; si dovrà designare con y_{h+1} la variabile d'integrazione che figura in B con y_{h+2} l'altra variabile che in essa figura. E la funzione che s'ottiene applicando la B alla funzione caratteristica di A sarà funzione delle variabili $y_h y_{h+2}$.

Dette rispettivamente $a(y_h y_{h+1})$, $b(y_{h+1} y_{h+2})$ le funzioni caratteristiche di A, B, dette rispettivamente l, l_1 le linee d'integrazione (la prima delle quali sarà tracciata nel piano y_h, la seconda nel piano y_{h+1}) e detta al solito $f(y_1)$ una certa funzione di y_1 si avrà dunque:

$$\mathrm{BA}f(y_1) = \int_l \left(\int_{l_1} b(y_2 y_3)\, a(y_1 y_2)\, dy_2 \right) f(y_1)\, dy_1$$

Delle due operazioni AB si dirà la prima moltiplicando, la seconda moltiplicatore: entrambe poi si designeranno col nome di fattori.

Con un'ovvia estensione delle precedenti considerazioni si definiscono la moltiplicazione e il prodotto d'un numero qualunque > 2 d'operazioni I: trattandosi infatti d'eseguire la moltiplicazione di tre di esse: A, B, C; eseguita nel modo anzidetto la moltiplicazione di A per B, si eseguisce quella dell'operazione BA così ottenuto, giungendo in tal guisa al prodotto CBA.

Un caso particolare importantissimo che si può presentare nella moltiplicazione delle operazioni I è quello in cui ciascuno dei fattori sia una stessa operazione: A (si dovrà naturalmente fare astrazione dalle speciali variabili che figurano in ciascun fattore). Così in ciascuna delle operazioni fattori, la funzione caratteristica avrà la stessa forma e la linea d'integrazione dovrà attraversare la stessa successione di valori nel piano in cui è tracciata. Il prodotto che in tal caso s'ottiene si dirà, con un'ovvia estensione d'un concetto dato dall'aritmetica « potenza dell'operazione A d'ordine *m* », ove *m* designi il numero dei fattori nella moltiplicazione che si eseguì, e la moltiplicazione stessa si dirà in tal caso « elevamento a potenza dell'operazione A ». E la potenza m^{sina} di A si rappresenterà con A^m. Per le potenze d'opera-

zioni I sussistono le relazioni seguenti »: detta A un' operazione I qualunque, m, p due numeri interi positivi è: $A^m A^n = A^{m+n}$

$$(A^m)^n = A^{mn}$$

c) Divisione. — Date due operazioni I A e B, si dirà « divisione di A per B » l'operazione che consiste nella ricerca d'una terza operazione I che designeremo con C, tale che: $A = BC$. A si dirà dividendo, B divisore, C quoziente. Si rappresenterà il quoziente C colla notazione $\frac{A}{B}$ e si scriverà anche per semplicità: $A : B = C$.

La possibilità d'eseguire l'operazione testè definita, è fondata sulla risoluzione del problema detto « dell' inversione degli integrali definiti » cioè del problema che consiste in questo: « Dala la funzione caratteristica e la linea d'integrazione d'una certa operazione I e data anche la funzione che s'ottiene applicando quest' operazione ad una funzione incognita, determinare quest' ultima funzione ». Invero, in base a precedenti definizioni, se C è il quoziente della divisione di A per B, inversamente si può dire che A è il prodotto di C per B: così la linea d'integrazione relativa a C è la stessa linea relativa ad A e detta $c(y_h y_{h+1})$ la sua funzione caratteristica (h abbia il significato che si diede a questo simbolo più sopra), $a(y_h y_{h+2})$ quella di A $c(y_h y_{h+1})$ è data dalla relazione: $a(y_h y_{h+2}) = B\, c(y_h y_{h+1})$. Ora del problema dell' inversione degli integrali definiti fu data la risoluzione in modo generale dal prof. Volterra (v. Rendiconti della R. Accad. dei Lincei e Atti dell' Accad. delle Scienze di Torino, marzo 1896).

A complemento delle considerazioni esposte intorno alle potenze d'operazioni I, si osservi che detti ancora, m, n due numeri interi. A un' operazione I qualunque è: $\frac{A^m}{A^n} A^{m-r}$. Nel caso particolare in cui, avendosi da dividere una certa operazione I designata con A per un' altra B, sia:

$$A = BB^{m-1} = B^m$$

designando ancora m un numero intero positivo, B si dira « radice m^{sima} di A » e questa sua proprietà si rappresenterà colla notazione:

$$B = \sqrt[m]{A} \quad \text{oppure coll' altra } B = A^{\frac{1}{m}}$$

3. *Funzioni d'operazioni* I. — *a*) Definizioni fondamentali. Abbiasi ora una certa operazione funzionale rappresentata da un' espressione contenente una data operazione I variabile: X e sue potenze [1] si potrà ri-

[1] Con operazione contenente una data operazione I designata con X e sue potenze, si deve intendere un' operazione, la cui applicazione a una certa funzione consista nell'applicarle l'operazione X e sue diverse potenze combinate fra loro mediante le quattro operazioni fondamentali dell' aritmetica, nel senso che siano combinate fra loro in tal guisa i risultati delle operazioni I che compaiono nei singoli termini applicati alla funzione oggetto.

guardare detta espressione come una funzione di quest' operazione X nel senso che ad ogni speciale determinazione di quest' ultima, cioè della sua funzione caratteristica e della linea d' integrazione che le compete, corrisponde una determinazione o un certo numero di determinazioni dell' espressione in parola.

Si potranno poi considerare anche espressioni contenenti nel modo anzidetto diverse operazioni I variabili distinte in numero finito che si designaranno (1, *c*) con X_1 X_2... suscettibili, cioè, d' assumere determinazioni distinte e ciò indipendentemente l' una dall' altra, e contenenti anche potenze di queste diverse operazioni I, in modo che nei termini di quest' espressione compaiano anche ad es. prodotti o quozienti (simbolici) d' una di queste operazioni I per un' altra o anche per il prodotto di più altre. Una tale espressione si potrà riguardare come una funzione delle diverse operazioni I variabili che in essa compaiono, nel senso che ad ogni insieme d' una speciale determinazione di ciascuna di dette operazioni I corrisponde una determinazione o un certo numero di determinazioni dell' espressione considerata. Per rappresentare funzioni d' operazioni I s' useranno, come si fa nell' analisi ordinaria, i simboli: $F(X)$, $F(X_1 X_2 ...)$, $\Phi(X)$ ecc.

Ad evitare poi equivoci, stabiliremo sin d' ora che s' userà la semplice designazione di « funzione » quando si voglia indicare una funzione nel senso ordinario della parola, laddove s' userà la designazione speciale « funzione d' operazioni (una o più) I » quando si voglia indicare una funzione nel senso che è da attribuirsi a questo vocabolo nel calcolo che qui è studiato.

S' estenderanno alle funzioni d' operazioni I le definizioni date nel N. 1 (*e*) per le operazioni I. E di più si farà la convenzione seguente: « Si stabilirà cioè che nelle funzioni d' una o più operazioni I variabili, quando l'operazione rappresentata da tali funzioni debba applicarsi a una certa funzione oggetto, sia per ciascun termine la stessa la variabile da cui dipende la funzione-risultato » (vale a dire in ciascun termine la variabile da cui dipende la funzione-risultato sarà la stessa che figura nel termine in cui compare la potenza più alta dell' operazione I variabile, quando si tratti di funzioni d' una sola operazione variabile, e il prodotto (simbolico) di potenze delle diverse operazioni I variabili, la somma de' cui indici ha il valore più alto quando si tratti di funzioni di più operazioni variabili).

Si considereranno poi anche somme (e differenze), prodotti e quozienti di funzioni d' operazioni I. Il concetto di somma (e differenza) si ha senz' altro estendendo le considerazioni svolte per definire le quattro operazioni analoghe alle quattro operazioni fondamentali, per le operazioni I: così per prodotto d' una funzione d' operazioni I, designato ad es. con $F(X)$ per un' altra $\Phi(X)$, s' intenderà la funzione dell' operazione X che s' ottiene applicando a $F(X)$ l' operazione rappresentata da $\Phi(X)$, eseguendo le moltiplicazioni dei singoli termini di $F(X)$, $\Phi(X)$ secondo la regola data al N. 2, per la moltiplicazione

delle operazioni I. E senza difficoltà alcuna si giunge al concetto di prodotto di più funzioni d'operazioni I.

Così per divisione della funzione dell'operazione variabile X F(X) per l'altra funzione $\Phi(X)$ della stessa operazione variabile, s'intenderà l'operazione avente per scopo la determinazione d'una terza funzione $\Psi(X)$ dell'operazione X tale che:

$$F(X) = \Phi(X)\,\Psi(X)$$

Si dirà F(X) dividendo, $\Phi(X)$ divisore, $\Psi(X)$ quoziente: in generale però non si potrà determinare esattamente il quoziente in una divisione siffatta, ma si avrà:

$$F(X) = \Phi(X)\,\Psi(X) + R(X)$$

designando R(X) una nuova funzione dell'operazione variabile X che si dirà « resto della divisione in parola ».

Fisica terrestre. — *Il sismometrografo fotografico.* Nota del dott. G. Agamennone, presentata dal Socio Tacchini.

Un'idea di questo apparecchio, la cui sensibilità deve essere senza paragone assai più grande dei recentissimi sismometrografi, anche nel caso in cui si voglia in questi diminuire ulteriormente gli attriti ed aumentare la moltiplicazione degli stili scriventi, è stata già da me data nelle ultime due pagine della mia Nota: *I terremoti di lontana provenienza registrati al Collegio Romano*, comunicata a codesta Accademia nella seduta del 2 giugno 1894 [1]. Questo nuovo apparecchio sismico non è che una trasformazione ulteriore del mio *tromometro a registrazione fotografica*, che si trova ugualmente descritto in questi Rendiconti [2]. Verso la fine dello stesso anno si presentò un'occasione propizia per tradurre in atto le modificazioni da me allora progettate. Designato ad organizzare in Turchia un servizio geodinamico, d'accordo con il mio direttore, il prof. P. Tacchini, fu deciso di far costruire per l'osservatorio sismico di 1° ordine da impiantarsi a Costantinopoli, oltre a una serie di svariati sismoscopî e a due sismometrografi sul genere di quello giusto allora installato al Collegio Romano, anche un modello del *sismometrografo fotografico* in questione.

[1] Rend. della R. Acc. dei Lincei, serie 5ª, vol. III, 1° sem., pag. 543.

[2] P. Tacchini, *Sopra un tromometro a registrazione fotografica,* serie 4ª, vol. VI, pag. 432, seduta del 18 maggio 1890; id., *Dell'influenza del vento sopra il tromometro,* serie 4ª, vol. VII, pag. 133, seduta del 1° febbraio 1891; G. Agamennone, *Il tromometro a registrazione fotografica,* serie 5ª, vol. II, pag. 28, seduta dell'8 gennaio 1893.

Coll' aiuto dell' annessa figura schematica, la quale rappresenta presso a poco in vera grandezza, vista dall' alto, la parte più interessante dello strumento, do quì appresso di quest' ultimo una breve descrizione. L' apparecchio può considerarsi formato di tre parti distinte: il *pendolo*, l'*amplificatore ottico* ed il *registratore fotografico*.

Pendolo. — La massa M si compone di circa 250 kgr. di piombo ripartita, per comodità, in 14 mezzi dischi, che riuniti insieme e poggiati sopra un solido piatto formano un cilindro alto 30 centimetri e del diametro pure di 30. Questa massa è sospesa ad un' asta A di ferro della grossezza di 6-7 millimetri, la quale termina in alto, nell' ultimo tratto, con un filo d' acciaio abbastanza sottile avuto riguardo al peso da sostenere, ed in basso, al di sopra della massa, termina in una verga d' acciaio *a* ben cilindrica e pulimentata lunga circa 30 cm., la quale è direttamente avvitata all' asse di ferro attorno a cui si trovano sovrapposti i mezzi dischi di piombo (1).

(1) In quanto alla lunghezza a darsi al pendolo, nulla era stato ancora deciso, non conoscendosi il locale nel quale lo strumento sarebbe stato collocato; ma probabilmente avrei conservata la lunghezza d' un *metro e mezzo, quale io aveva già adottata nei due precedenti modelli del mio tromometro a registrazione fotografica*. Certo, quante volte la solidità del locale avesse permesso di dare al pendolo una maggiore lunghezza, si sarebbe conseguito il non lieve vantaggio d' ottenere nei fotogrammi, in modo assai più spiccato, le deflessioni di carattere lentissimo del pendolo; ma d' altra parte, come fa giustamente riflettere anche il prof. G. Vicentini nella sua recente Nota: *Sugli apparecchi impiegati nello studio delle ondulazioni del suolo* (Atti del R. Ist. veneto di sc., lett. ed arti, T. VIII, Ser. 7a, p. 207 — 1896-97) si sarebbe corso rischio di registrare meno bene le onde sismiche di periodo poco diverso da quello delle oscillazioni stesse del pendolo. È per queste ragioni appunto che il Vicentini opina che la lunghezza più conveniente a dare al pendolo del suo *microsismografo* sia quella d' un metro e mezzo, trattandosi d' uno strumento destinato, come l' indica il nome stesso, a registrare in special modo i lievissimi movimenti del suolo e più frequentemente quelli di carattere lento, causati da terremoti lontanissimi e messi così bene in evidenza in quest' ultimi anni anche dagli stessi sismometrografi ordinari.

Siccome poi il Vicentini, nel lavoro testè citato, sembra aver l' aria di rimproverare agli attuali sismometrografi, in uso presso gli Osservatorî geodinamici italiani, la soverchia lunghezza del pendolo, portata a 7, 15 e perfino 25 metri, mi permetta il distinto fisico di Padova di mettere in rilievo questa circostanza capitale, che essendo tali strumenti precipuamente destinati allo studio dei terremoti italiani e, per essere più o meno vicini all' epicentro, soggetti perciò a registrare oscillazioni piuttosto rapide del suolo, era indispensabile di accrescere il più possibile il periodo delle oscillazioni proprie della massa pendolare, allo scopo di poter meglio distinguere nei diagrammi le vibrazioni del terreno, quelle che interessano ad essere studiate.

Che se i comuni sismometrografi, di cui è questione, e nei quali l' amplificazione degli stili scriventi è di circa 10 volte soltanto, sono stati anche capaci, grazie appunto alla lunghezza del loro pendolo, di rivaleggiare perfino collo stesso *microsismografo Vicentini* nella registrazione dei terremoti lontanissimi, non bisogna dimenticare che tutto ciò costituisce un di più ch' essi forniscono oltre al vero ufficio, a cui furono destinati, e per il quale, ripeto, un lungo periodo di oscillazione nella massa pendolare è assolutamente indispensabile.

A poca distanza, al di sotto della massa, trovasi una robusta cassa K, ripiena di sottili ritagli di legno ben compressi, e destinati ad ammortire l'urto della massa nel caso che venisse a spezzarsi il filo di sospensione. Con tale cautela si protegge il pavimento della stanza e s' impedisce qualsiasi danno che ne potrebbe incogliere allo strumento. Poco al di sopra della massa M ed al di sotto dell'amplificatore ottico, che fra poco descriverò, si trovano fissate alla base di esso 4 viti robuste V a piccolo passo, le quali servono a contenere entro giusti limiti le oscillazioni della massa in occasione di terremoti non troppo leggeri, la cui registrazione rientrasse nella competenza dei sismometrografi ordinarî. Due di esse portano la testa graduata, e sono destinate a determinare l' ingrandimento dell' apparecchio collo spostare il pendolo dalla sua posizione di riposo per una piccola e nota frazione di millimetro nella direzione dell' una o dell' altra componente. Infine, il punto di sospensione del pendolo può essere spostato gradualmente secondo due direzioni, tra loro ortogonali, mediante altre 4 robuste viti.

Tanto l' asta di sospensione quanto la massa, colla rispettiva cassa sottoposta, sono del tutto analoghe a quelle del sismometrografo del Collegio Romano, da me descritto nel *Boll. della Soc. Sism. Ital.* (vol. I, 1895, pag. 160) ed alla cui figura si riferiscono appunto le lettere finora indicate per norma di chi volesse meglio conoscere questa parte dello strumento.

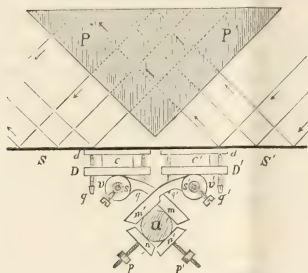
Amplificatore ottico. — È rappresentato in sezione dell' annessa figura schematica, dove a seguita ad indicare la verga d' acciaio di sospensione, connessa con due specchietti, S il superiore ed S′ l' inferiore, i quali sono destinati ad essere deflessi in seguito ai movimenti, sia della massa, sia del suolo. Gli assi di rotazione di detti specchietti sono rappresentati in sezione sulla figura con le lettere s e s'; ogni asse, disposto verticalmente, dell' altezza di 10 cm. e del diametro di circa 2 mm., è bilicato il più delicatamente possibile fra due esili punte, di cui l' inferiore fissa e la superiore variabile tanto in altezza quanto in senso orizzontale mediante viti di registro, per ottenere l' esatta verticalità.

In basso agli assi s ed s' sono fissate con rispettive viti di pressione due viere v e v' alle quali sono saldate le appendici m ed m'. Quest' ultime sono due laminette orizzontali, a piccolissima distanza l' una dall' altra, le quali quando si appoggiano alla verga a risultano ad angolo retto tra loro. Al di sopra delle viere v e v' trovansene due altre analoghe w e w', non visibili nella figura, destinate a portare gli specchi S ed S′, in guisa che o l' uno o l' altro di questi sono deflessi se la verga a viene a spostare o l' una o l' altra delle laminette m ed m'. Gli specchi, ciascuno delle dimensioni 8×4 cm. e col lato maggiore orizzontale, sono fissati con mastice a due piccoli dischetti d e d', e questi alla loro volta sono congiunti rigidamente, mediante le doppie cerniere c e c', a due altri dischetti più consistenti D e D′,

i quali sono appunto fissi alle viere *w* e *w'*, or ora menzionate. Questa disposizione ha per effetto che una volta fissati agli assi *s* ed *s'*, mediante le viere *w* e *w'*, i due specchi S ed S', l'uno al di sopra dell'altro e situati nello stesso piano verticale, a qualche millimetro soltanto di distanza tra loro, è possibile, manovrando colle tre viti di registro *q* per lo specchio superiore e colle tre *q'* per quello inferiore, di portare all'esatta posizione voluta ognuno dei due specchi. È ovvio che volendo far stare quest'ultimi l'uno sul prolungamento dell'altro, è necessario, data una certa distanza che intercede tra i due assi di rotazione, ch'essi siano attaccati ai dischetti *d* e *d'* in un punto un po' laterale per rispetto al centro di gravità degli stessi specchi, i quali importa che siano d'uno spessore non superiore almeno a mezzo millimetro, affinchè risultino leggeri, e che siano a facce piane e parallele per ragioni ben comprensibili.

Sulle appendici *m* ed *m'* sono poi fissate due piccole colonnine, non visibili nella figura, dalla cui sommità scendono, mobili attorno a due piccolissimi perni orizzontali rispettivamente paralleli alle laminette *m* ed *m'*, due altre laminette *n* ed *n'* ugualmente parallele alle precedenti e che si appoggiano alla verga *a* dal lato opposto. Esse esercitano contro detta verga una pressione variabile a seconda della posizione che si dà ai pesetti *p* e *p'* sulle rispettive viti saldate alle laminette *n* ed *n'*. L'insieme delle laminette *m*, *m'* e *n*, *n'* rimpiazza dunque le due asole ad angolo retto tra loro quali si riscontrano nei comuni sismometrografi. Con siffatta disposizione si può star sicuri che ad ogni menomo movimento del pendolo, i due specchietti saranno presso a poco in proporzione deflessi, perchè appunto la verga *a* si trova costantemente in contatto tanto con le *m*, *m'* quanto colle *n*, *n'*. Inutile dire che gli spigoli interni di tutte e quattro le laminette debbono essere ben dritti e lisci e di più che quelli che sono due a due opposti e che serrano tra loro la verga debbono essere possibilmente ben paralleli tra loro [1]. Per ovviare poi all'inconveniente che in occasione di movimenti piuttosto rapidi del suolo — data l'inerzia degli specchietti con relativi accessori, per quanto il tutto reso il più leggero possibile e bene equilibrato attorno agli assetti di rotazione — possa venire momentaneamente a mancare il contatto della verga *a* colle laminette mobili *n*, *n'*, dietro a queste si trovano due viti piccolissime, non potute disegnare nella figura, che le impediscono d'indietreggiare al di là d'un certo limite, il quale, beninteso, deve rendersi in pratica il più piccolo possibile, tenuto conto però del parallelismo più o meno perfetto degli spigoli di ciascuna coppia di laminette che racchiudono la verga di sospensione.

[1] Si sarebbe potuto fare restare aderenti le laminette mobili *n*, *n'* alla verga *a* mediante molle, acconciamente disposte; ma ho preferito l'altro sistema perchè si potesse non solo far meglio variare a volontà la pressione di dette laminette contro la verga di sospensione, ma rendere dette pressioni possibilmente uguali tra loro.

Di fronte ai due specchi S, S', nel modo che indica la figura, si trovano due prismi, P il superiore e P' l'inferiore, rettangolari ed a riflessione totale, alti 4 cm., e col cateto di 3,5 cm., l'ufficio dei quali è di far riflettere una seconda volta sugli specchi i raggi luminosi provenienti da una lampada di proiezione nel senso che indicano le freccie; di sorte che all'uscita i raggi si trovano spostati per un angolo quadruplo di quello subito dagli specchi [1]. La presenza dei prismi rende oltre a ciò un altro grande servigio, ed è quello di permettere la rettificazione della posizione delle linee focali sopra il registratore fotografico, senza essere obbligati a far variare volta per volta la posizione degli specchi. Per questo, ogni prisma è suscettibile di piccoli movimenti attorno a due assi fra loro ortogonali mediante apposite viti di registro, che però non sono rappresentate sulla figura.

L'amplificatore ottico, ora descritto, possiede una base a sè, la quale si fissa con due chiavarde ad una robusta mensola in ferro od in marmo, da incastrarsi nel pilastro sismico o in uno dei muri maestri d'un solido edificio. Una volta messa a posto detta mensola ed installato il pendolo, la connessione di quest'ultimo coll'amplificatore ottico si effettua assai facilmente grazie ad una sufficiente apertura praticata nella sua base dal lato opposto a quello dove sono fissati i prismi. Per formarsi un'idea più concreta di tale connessione come pure della disposizione degli assi s e s' attorno a cui ruotano gli specchi, del telaio *bb* che li sopporta e infine delle appendici m ed m', può tornare utile di dare uno sguardo alla figura che rappresenta l'ultimo modello di sismometrografo installato al Collegio Romano e che è stata più sopra già menzionata, e nella quale appunto colle stesse lettere sono indicate analoghe parti.

L'amplificatore ottico è protetto da una custodia di legno, di cui il lato rivolto alla lampada di proiezione è costituito d'una lastra di vetro a facce piane e parallele, attraverso la quale cade sopra entrambi gli specchi il fascio di raggi, provenienti dalla fessura luminosa, disposta verticalmente, della

[1] In alcune esperienze preliminari fatte in Roma, prima della costruzione dell'istrumento, si vide che malgrado la tripla riflessione subita dai raggi luminosi, l'intensità delle linee focali che cadevano sul registratore fotografico si manteneva ancora sufficiente per influenzare la carta al bromuro d'argento.

lampada. L' altro lato della custodia, quello rivolto verso il registratore fotografico, è munito di una lente a lungo foco, la quale fa convergere sulla carta sensibilizzata i raggi della lampada dopo che sono stati riflessi due volte sugli specchi ed una volta sui prismi [1].

Nessun dubbio che la moltiplicazione possa elevarsi nell' amplificatore ottico a diverse centinaia di volte ed avvicinarsi persino al migliaio nel caso che il sistema ottico sia assai perfetto. Siccome poi il peso d' ogni specchietto, compreso l' asse di rotazione e tutti gli altri accessorî a quest' ultimo fissati, è di circa 10 gr. ed il peso del piombo costituente la massa pendolare abbiam visto ammontare a 250 kg., ciò che dà $\frac{1}{25000}$ per il rapporto tra le due masse, così si vede quanto grande possa essere la sensibilità dell' apparecchio.

Registratore fotografico. — Si compone di un tamburo, analogo a quello dei registratori Richard, del diametro di 25 e dell' altezza di 8 cm., girevole attorno al proprio asse disposto orizzontalmente. La ruota direttrice esterna con il relativo rocchetto sono calcolati in modo che il tamburo compia poco men d' un intero giro ogni 24 ore, in modo da assicurare alla striscia di carta sensibile, su di esso avvolta, una velocità oraria di 3 cm. Però, volendo, si può facilmente anche raddoppiare questa velocità, vale a dire far compiere al tamburo un giro intero ogni 12 ore, sostituendo la ruota direttrice ed il relativo rocchetto d' ingranaggio con altri due costruiti a questo scopo. In quest' ultimo caso, ad impedire che le linee fondamentali ritornino sui loro passi durante le ultime 12 ore della registrazione — a meno che il cambiamento della carta sensibile non si faccia due volte al giorno — si è provveduto a che nello stesso tempo che il tamburo ruota colla notevole velocità oraria di 6 cm., si sposti lentamente lungo il proprio asse in maniera a far descrivere alle linee, relative alle due componenti del movimento del pendolo, due eliche invece di due cerchi. A tale scopo, sopra una delle basi del tamburo è applicato un disco di circa 6 cm. di diametro e di 1,5 cm. di spessore, il cui asse si trova sul prolungamento di quello del tamburo e la cui periferia porta una profonda scanalatura elicoidale corrispondente a due passi abbondanti di grossa vite. Entro la scanalatura penetra una robusta spina d' acciaio a forma di cilindretto [2], la quale è fissata sul sopporto stesso che sostiene l' asse di rotazione del tamburo. Siccome poi sull' altra base del tamburo è applicata una robusta molla a spirale che lo spinge costantemente verso

[1] Qualora si potesse disporre di buoni prismi a riflessione totale, di cui una delle facce laterali fosse convergente ed a lungo foco, come in quelli descritti in fisica per le cosidette *camere chiare*, è chiaro potersi fare di meno della lente convergente sopra indicata.

[2] Per diminuire l' attrito radente che risulterebbe tra la spina ed il bordo della scanalatura, la spina termina in basso con una rotellina d' acciaio, e l' attrito diviene perciò volvente.

il lato opposto, così è chiaro che man mano che il tamburo ruota e la spina è obbligata a restare entro la scanalatura, la carta fotografica avvolta sul tamburo subisce un lento spostamento laterale durante tutte le 24 ore. Si riporta facilmente il tamburo alla sua posiziono primitiva, al momento di ricambiare la carta sensibile, ritirando momentaneamente la spina da dentro la scanalatura e spingendo il tamburo dal lato ove si trova la molla.

Il tamburo è chiuso ermeticamente da acconcia custodia, la quale si può togliere e rimettere a posto con grande facilità, sia per cambiare la carta sensibile, sia per caricare l'orologio esistente nell'interno del tamburo. Nella parte rivolta alla lente convergente dell'amplificatore ottico, detta custodia porta una stretta fessura orizzontale parallela all'asse del tamburo. Davanti a questa fessura vi è uno schermaglio che può intercettare a intervalli regolari, per es. di mezz'ora in mezz'ora, il passaggio, sia delle linee focali luminose relative alla due componenti del movimento del pendolo, sia di quelle prodotte da due specchi fissi, collocati sullo stesso amplificatore ottico, e destinate a fornire due linee di riferimento e nello stesso tempo anche l'ora esatta, fino ad una piccola frazione di minuto, delle varie fasi dei fotogrammi.

Peccato, che date le eccezionali condizioni della Turchia, io non abbia potuto, durante il mio soggiorno di due anni a Costantinopoli, non solo installare definitivamente, ma neppure provare l'apparecchio che forma l'oggetto della presente Nota, e che sul finire del 1894 era stato costruito qui a Roma con tanta cura e sotto la mia stessa sorveglianza [1].

Fisica. — *Sul numero di trasporto del cloro dell'acido cloridrico in solventi diversi.* Nota del prof. Carlo Cattaneo, presentata dal Corrispondente Naccari.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Mineralogia. — *Notizia sopra una Heulandite baritica di Pula con accenno alle zeoliti finora trovate in Sardegna.* Nota del prof. D. Lovisato, presentata dal Socio Strüver.

Sembrerebbe che l'isola, ricchissima di roccie vulcaniche, di roccie eruttive e di filoni metalliferi, dovesse abbondare di questi silicati idrati a base di calce, di soda, di potassa, di bario, ecc., che portano il nome di zeoliti; invece a paragone delle matrici le zeoliti non sono numerose per specie, nè sono molto diffuse. Si trovano quasi accantonate in alcuni gruppi di roccie,

[1] Il registratore fotografico fu costruito dal sig. G. Ceccarelli, direttore dell'officina meccanica annessa alla R. Scuola degli ingegneri, e tutto il resto dal signor L. Bianchi, meccanico dell'Osservatorio del Collegio Romano.

Tutto l'apparecchio è d'un maneggio abbastanza facile, tenuto conto della sua grande sensibilità, come pure d'un prezzo assai moderato, perchè il modello che fu costruito per Costantinopoli non sorpassò 600 lire italiane.

comparendo qua e là sporadicamente nelle affini di altre località, mancando assolutamente in altre. Nel vulcanico si sono trovate l'*Heulandite*, la *Stilbite*, la *Cabasite*, l' *Analcime* : nelle roccie eruttive finora non se ne trovarono: nei filoni metalliferi notiamo la *Laumontite* e l' *Armotomo*.

L' heulandite, la stilbite e l' analcime sono le più frequenti e vi compariscono più specialmente nel vulcanico antico, cioè in trachiti, andesiti, rioliti, daciti, ecc.

Un' heulandite degna di essere menzionata, perchè contenente in rilevante quantità l' ossido di bario, fu da me rinvenuta in una fenditura di superba andesite ad orniblenda di Capo Pula, e precisamente presso la strada, che congiunge quella borgata a Teulada non lungi da Cala d' Ostia. In quella fenditura le due superficie andesitiche erano coperte da tenue straterello di questa sostanza di color roseo pallido, portante in salienza nitidi cristalli semplici della stessa tinta.

La sostanza, che ho potuto raccogliere, fu pochissima e quindi ho dovuto procedere molto cautamente anche alle prove chimiche per la sua determinazione.

I cristalli in tavole prismatiche hanno le faccie 110, 100, 001 e misurano fino 7 mm. in un senso, 4 nell' altro, variandone la grossezza. Hanno sfaldatura nettissima parallelamente alla base. Sono translucidi, dalla lucentezza vitreo-adamantina sulle faccie dei cristalli e madreperlacea sulle superficie di sfaldatura. La sostanza ha durezza alquanto inferiore al 4° grado ed un peso specifico = 2,182 alla temperatura di 21° C. Nel matracciolo dà acqua abbondante; alla fiamma del cannello imbianchisce e fonde in perla bianca tendente al vitreo : è solubile in parte e con effervescenza negli acidi nitrico e cloridrico, maggiormente dopo calcinazione e più a caldo che a freddo.

L' analisi quantitativa eseguita sopra frammenti nettamente liberati da sostanze eterogenee dal professore di chimica di questo Istituto Tecnico, avrebbe dato i seguenti risultati:

SiO_2	56,67
Al_2O_3	16,86
BaO	2,55
CaO	3,61
Na_2O	3,27
H_2O	17,05
	100,01

Si noti che è stata messa come ossido di sodio tutta la quantità di alcalini trovati; ma il potassio, sebbene presente, è in così piccola quantità da non poter essere determinato che spettroscopicamente. Si noti ancora che allo spettroscopio stesso la nostra sostanza fu negativa per la ricerca dello stronzio.

Ora, oltre la forma cristallina ed i caratteri fisici, come sfaldatura, durezza, splendore, peso specifico, che sono identici coi rispettivi caratteri della heulandite, abbiamo anche che le cifre principali dell'analisi, come quelle per la silice, l'allumina e l'acqua stanno nei limiti di quelle date da altre analisi di heulandite: solo questa heulandite si distinguerebbe da tutte le altre, di cui si posseggono analisi, per la sua piccolissima quantità di calce e specialmente per la presenza del bario, sebbene a questo riguardo non mi debba nascondere che è affare piuttosto scabroso pel chimico la esatta separazione della barite dalla calce. Daremo quindi a questa bella varietà di zeolite il nome di *Heulandite baritica.*

Nei monti di Monastir comparisce questa stessa specie assai abbondante in una riolite amfibolica a mica e nel tufo da essa derivato. Si credeva che solo il Monte Olladiri assieme al Monte Zara [1] di quel gruppo di coni vulcanici avessero delle zeoliti; invece per recenti escursioni fatte in quel distretto, posso accertare che esse sono diffuse in tutti quei monticoli, offrendo splendidi cristalli che dall'incoloro passano al bianco ed al lievemente roseo, e che dalla lunghezza di solo qualche millimetro arrivano a quella di 12 mm.: le faccie, specialmente dei grossi cristalli, sono incurvate, talora contorte. Splendidi cristalli trovai nella zona trachitica-andesitica di Villanova Monteleone, nè per bellezza sono inferiori quelli in una crepaccia dentro al tufo vulcanico verde-rossastro dell'importante bacino di Oschiri del miocene medio: sono piccolissimi, trasparenti e di una tinta lievemente giallognolo-verdognola. Ho trovato questa specie, sebbene in piccola quantità, anche a Siliqua nelle sue belle trachiti-andesiti a biotite e ad orniblenda e nelle sue daciti.

Non l'ho trovata nelle roccie basaltiche, le quali invece m'hanno offerto la *stilbite* a Dorgali, a Macomer, a Nurri, ma sempre fibrosa-raggiata, da non confondersi però colla calcite che in quella forma s'annida in grande abbondanza nelle lave basaltiche di buona parte della Sardegna, ma particolarmente nella discesa di Bauladu, nelle stesse lave di Dorgali, di Ploaghe, di Tresnuraghes, di Capo San Marco, ecc.

La *stilbite* cristallizzata si trova unita alla specie precedente nei monti di Monastir e nel gruppo di Capo Pula dove la cita anche il Jervis [2]: quivi, o ricopre con bei cristallini le superficie delle roccie vulcaniche antiche decomposte o forma delle vene riunenti le rioliti frammentate, di color bianco e roseo e rosso, sì da dare un magnifico aspetto alla roccia, nella quale si trovano qua e là degli anfratti più larghi e la stilbite forma allora splendide crepaccie ingemmate dei suoi superbi cristalli, alle volte grossi e confusi fra romboedri modificati di calcite: qualche crepaccia contiene geode

[1] G. Jervis, *I tesori sotterranei dell'Italia.* Parte terza. Regione delle isole, 1881, pag. 187.

[2] Ibidem, pag. 38.

con cristalli di un delicato color carneo, ma fragilissimi, qualche altra contiene una varietà fibrosa, altre ancora una varietà polverosa. Raggiata-fibrosa, lamellare ed assai abbondante, formante vene dentro sempre a roccia vulcanica antica, che, per il suo inoltrato grado di decomposizione, non ho potuto preparare per farne lo studio microscopico, ho trovato la stilbite presso la borgata di Montresta per andare al Monte Minerva od a Villanova Monteleone.

La *cabasite*, citata dal Jervis (1) a Monastir, dove non sono stato capace di rinvenirla, si trova mescolata alla specie precedente nella stessa roccia di Montresta con cristalli molto rovinati fra la stilbite: in qualche campione dentro alla pasta di cabasite o sopra essa sorgono sferoidi fibrosi-raggiati di stilbite; in altri le due zeoliti sono intimamente mescolate fra loro.

La cabasite si trova anche nel basalto di Nurri, roccia del penultimo o terzultimo incendio sardo. Quando si fece coi membri della società geologica italiana la passeggiata a quella pittoresca ed importantissima borgata nell' aprile passato, uno dei giovani visitatori vide in un masso di un muro una geode piena di cristallini, dei quali ne raccolse alcuni, che non erano fra i più belli, perchè anche frammentati, lasciando pur vedere qualche romboedro. Chi disse la sostanza calcite, chi frammenti di cristalli di analcime, chi cabasite e chi altra sostanza. Io, levato il giorno seguente dal masso tutto ciò che mi fu possibile, ritornato a Cagliari e fatto un saggio qualitativo, aiutato anche da alcuni caratteri fisici, riconobbi in quei bellissimi romboedri limpidi la vera cabasite: infatti la sostanza, dando molta acqua nel tubo, è un vero silicato di allumina e calce pochissimo alcalino, che fonde al cannello gonfiandosi in vetro bianco, pressochè opaco, e si decompone nell' acido cloridrico con separazione di silice gelatinosa. Non presenta che forme comuni con geminati per penetrazione, ma generalmente cristallini incolori e semplici.

Nel Museo di Mineralogia si conservano come campioni di cabasia sarda due esemplari, uno come proveniente da Monastir, l' altro da Bosa: sono due campioni con calcite ed è errata anche la loro provenienza.

L' *analcime*, già conosciuto nell' isola (2), ha la sua massima diffusione nei monti di Monastir: si trova nella stessa riolite amfibolica a mica e conseguente tufo riolitico colla stilbite, ma generalmente da essa separato, amorfo o cristallizzato, incoloro o bianco, talvolta con una leggera tinta azzurrastra. La sua forma è il trapezoideo, che talvolta arriva al diametro di 20 mm. I cristalli sono trasparenti o subtranslucidi, talvolta quasi opachi. È fragile ed a frattura irregolare, ed avendo rotto un grandissimo numero di cristalli imperfetti o di masse di analcime non m' avvenne mai di trovare sfaldature cubiche, neppure in traccie.

Ho trovato l' analcime associato all' heulandite nelle roccie già accennate di Siliqua, ma assai raramente lo rinvenni nelle lave basaltiche, che ben

(1) Ibidem, pag. 187.
(2) Ibidem, pag. 187.

possiamo dire per la Sardegna poverissime in zeoliti, al contrario di ciò che avviene in Sicilia e nel Vicentino.

L'*armotomo* venne trovato nei filoni argentiferi del Sarrabus dall'ing. Giambattista Traverso, direttore delle miniere di Montenarba, prima del 1881 [1], dapprima nella miniera di Bacu Arradas in piccoli cristalli di color latteo sulla baritina, associato alla calcite; ne constatò quindi la presenza in alcune geodi di calcite nella miniera di Giovanni Bonu, associato all'argento filiforme ed all'argirose; ma appena dopo il 1885 questa bella specie minerale deve aver colpito l'occhio dell'intelligente ingegnere per la piccolezza dei suoi cristalli, giacchè il Museo di Cagliari fra i vistosi doni avuti dal Traverso, cui la Mineralogia sarda deve tante specie minerali, ne possiede uno del 1885, rispondente al numero di inventario 157, 42, con questo cartellino: *23. Calcite in lamelle esilissime come al n. 23. Giovanni Bonu;* ebbene quell'esemplare, sia paragonato ai campioni di armotomo, che vennero in seguito donati al Museo dallo stesso Traverso, sia a quelli che come parte della ricca collezione dei giacimenti argentiferi sardi fan bellissima mostra nel Museo civico di Genova, è il più splendido che si possa vedere, pel numero infinito di brillantissimi cristallini, che ricoprono alla lettera alcuni cristalli lamellari di calcite od addossati ad altri in bellissimi gruppi.

In seguito, meglio conosciuta la specie, furono trovati dal Traverso con fluorina bei cristalli di armotomo, sormontati da cubi di pirite sempre a Giovanni Bonu; finalmente del 1892 il Museo possiede un campioncino con questo cartellino: *Armotomo — sullo schisto — Giovanni Bonu.* Non mi consta che il filone di Montenorba abbia data questa specie minerale.

Anche la *laumontite* si deve al Traverso, che la trovò in nitidi prismi allungati, di color latteo, raramente vitrei nella miniera di Giovanni Bonu, annidati nella splendida fluorina di color smeraldo, ma alterabilissimi e di impossibile conservazione, anche tenuti in ambiente umido.

PERSONALE ACCADEMICO

Il Presidente Brioschi dà la dolorosa notizia delle perdite fatte dalla Classe nelle persone dei Socî stranieri G. G. Sylvester, morto il 15 marzo 1897, e A. F. D'Abbadie, mancato ai vivi il 20 marzo 1897; apparteneva il primo all'Accademia dal 16 dicembre 1883, e ne faceva parte il secondo dal 20 settembre 1887.

[1] G. B. Traverso, *Giacimenti a minerali d'argento del Sarrabus e di alcune specie di minerali* ecc., Genova, 1881, pag. 23.

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Il Segretario Blaserna presenta le pubblicazioni giunte in dono, segnalando quelle inviate dai Socî Cossa, Ciamician e dal dott. Zoja.

CORRISPONDENZA

Il Segretario Blaserna dà conto della corrispondenza relativa al cambio degli Atti.

Ringraziano per le pubblicazioni ricevute:

La R. Accademia delle Scienze di Lisbona; la R. Accademia di scienze e lettere di Copenaghen; la Società geologica di Manchester; la Società di scienze naturali di Emden; la Società geografica di Helsingfors; gli Osservatorii di Leida, di Praga e di Pulkowa.

Annunciano l' invio delle proprie pubblicazioni:

Il R. Istituto di Studî superiori pratici di Firenze; il Ministero della Guerra, Roma; la R. Società geologica di Dublino; le Università di Pisa e di Jena; l' Osservatorio di Pietroburgo.

OPERE PERVENUTE IN DONO ALL'ACCADEMIA

presentate nella seduta del 4 aprile 1897.

Achiardi G. (*d'*). — Auricalcite di Campiglia Marittima e Valdaspra. Pisa, 1897. 8°.

Alberti V. — Riassunti decadici e mensuali delle osservazioni meteoriche fatte nel R. Osservatorio di Capodimonte negli anni 1894, 1895. Napoli, 1895. 8°.

Angelitti F. — Determinazioni assolute della declinazione magnetica nel R. Osservatorio di Capodimonte eseguite nell' anno 1892. Napoli, 1894. 4°.

Id. — Sui triangoli sferici considerati nella loro massima generalità. Napoli, 1895. 4°.

Id. — Variazioni della declinazione magnetica osservata nella R. Specola di Capodimonte nell' anno 1892. Napoli, 1892. 8°.

Aufruf zur Umgestaltung der Nautischen Astronomie, nebst Anhang, 1896. Dorpat, 1893. 4°.

Bergey D. H. — Methods for the determination of organic matter in Air. Washington, 1896. 8°.

Betti U. A. — Di un processo anomalo in corrispondenza dell' impronta deltoidea dell' omero umano. Genova, 1896. 8°.

Id. — Delle connessioni del nervo ipoglosso coi nervi cervicali. Genova, 1896. 8°.

Biolley P. — Moluscos terrestres y fluviatiles de la Central Costa Rica. S. José, 1897. 8°.

Brioschi F. — Riassunti decadici e mensuali delle osservazioni meteoriche fatte nel R. Osservatorio di Capodimonte nell' anno 1893. Napoli, 1894. 4°.

Cattaneo G. — I fattori della evoluzione biologica. Genova, 1897. 8°.

Cipollina A. — Sull' applicazione della reazione cromoargentica allo studio delle Cartilagini. Genova, 1896. 8°.

Contarino F. — Determinazioni assolute della inclinazione magnetica del R. Osservatorio di Capodimonte negli anni 1892-93-95. Napoli, 1896. 8°.

Id. — Su di un metodo per determinare la latitudine geografica indipendentemente dai piccoli errori delle coordinate delle stelle. Napoli, 1897. 8°.

Folgheraiter G. — I punti distinti delle roccie magnetiche e le fulminazioni. Roma, 1897. 8°.

Giacomelli P. — Erpetologia orobica. Bergamo, 1897. 8°.

Lachi P. — Di un modello schematico della struttura dell' asse cerebrospinale. Genova, s. a. 8°.

Meli R. — Breve relazione delle escursioni geologiche eseguite all' Isola del Giglio e al nuovo Lago di Leprignano, ecc. Roma, 1896. 8°.

Id. — Comunicazioni diverse alla Società geologica italiana nell' adunanza del 25 ottobre 1896. Roma, 1896. 8°.

Mariani L. — Relazione per la solenne inaugurazione degli studî della R. Università di Siena, 15 nov. 1896.

Pavesi P. — La strada delle catene. Pavia, 1897. 8°.

Rayleigh Lord and *Ramsay W.* — Argon, a new costituent of the atmosphere. Washington, 1896. 4°.

Renier S. A. — Prodromo delle osservazioni sul Camaleonte. Chioggia, 1897. 8°.

Ricerche sperimentali eseguite nel biennio 1895-96 nel laboratorio di Chimica generale della R. Università di Bologna. Annali VI-VII. Palermo, 1896. 8°.

Romiti G. — Luigi Calori. Pisa, 1896. 8°.

Sherborn Ch. D. — An Index to the genera and species of the foraminifera. Part II. Washington, 1896. 8°.

Souza J. G. (de). — Mélanges de Calcul Intégral. Leipzig, 1882. 4°.

Strüver G. — XXIII gennaio 1897, per il suo XXV anno di insegnamento. Padova, 1897. 4°.

Studî e ricerche istituite nel laboratorio di Chimica agraria della R. Università di Pisa. Fasc. 13. Pisa, 1896. 8°.

Tristan J. F. — Insectos de Costa Rica. S. José, 1897. 8°.

Zoia R. — Stato attuale degli studî sulla fecondazione. Pavia, 1897. 8°.

P. B.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 25 aprile 1897.

A. MESSEDAGLIA Vicepresidente.

MEMORIE E NOTE
DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Matematica — *Un' estensione di alcuni concetti del calcolo infinitesimale.* Nota del dott. ADOLFO VITERBI, presentata dal Socio LUIGI BIANCHI.

In questa Nota mi propongo, riassumendo brevemente i risultati a cui pervenni in altro mio lavoro (1), di dare un' estensione di alcuni concetti fondamentali del calcolo infinitesimale al calcolo, di cui si riguardi come elemento l' operazione funzionale rappresentata da un integrale definito. In altra Nota che ebbi l' onore di presentare or non è molto (2), esposi i fondamenti di questo calcolo: così mi valgo ora delle convenzioni e delle definizioni poste in detta Nota. Qui mi limito ad enunciare i teoremi stabiliti nel citato lavoro, nel quale trovansi le loro dimostrazioni.

1. *Definizione di limite d' operazioni* I *e di funzione continua d' operazioni* I. — Preso a considerare un insieme d' operazioni I distinte, in generale in numero infinito, si dirà che « relativamente a una certa funzione assunta come funzione oggetto esse tendono ad un certo limite, quando la differenza fra due qualunque delle operazioni I del sistema considerato, relativamente a detta funzione, sia = ad una funzione (naturalmente dipendente

(1) *Sull' operazione funzionale rappresentata da un integrale definito riguardata come elemento d' un calcolo.*

(2) V. Rendiconti della seduta del 4 aprile 1897.

dalla variabile, da cui dipende, per le operazioni considerate, la funzione risultato) che per tutti i valori di detta variabile compresi nel campo in cui è funzione analitica e regolare, sia tale che il modulo della differenza tra essa e questo limite si mantenga inferiore ad una quantità assegnata piccola a piacere ». In base a ciò si possono facilmente agli insiemi d'operazioni I, considerate relativamente a una certa funzione oggetto, applicare le considerazioni svolte dal calcolo ordinario, per gli insiemi di quantità complesse (si giungerà così alla considerazione d'insieme limitato e determinazione limite d'una operazione I relativamente a una funzione oggetto). Nello stesso modo, si potrà, fissata una certa funzione F(X) d'un'operazione I variabile X, considerare l'insieme delle determinazioni che le competono, quando a X si diano successivamente le determinazioni comprese in un dato insieme Γ. Così, fissato quest'insieme Γ, F(X) si dirà: « limitata relativamente a una data funzione $f(y_1)$, nell'insieme Γ » quando l'insieme delle determinazioni di $F(X)\,f(y_1)$ corrispondenti a quelle di X comprese in Γ è un insieme limitato. Così si dirà che « F(X) è definita entro un dato campo (si userà la parola campo nello stesso significato che si dà a insieme) di determinazioni di X, relativamente a una determinata funzione $f(y_1)$ » quando per qualunque determinazione A compresa in questo campo, $F(A)\,f(y_1)$ sia atta a rappresentarci una funzione analitica. Le precedenti considerazioni si estendono senza difficoltà a funzioni di più operazioni I variabili.

« Una funzione F(X) dell'operazione I variabile, X si dirà continua relativamente a una funzione oggetto assegnata $f(y_1)$, per una certa determinazione di X » quando detta A questa determinazione per qualunque valore che si assegni alle quantità ε, si può determinare un'altra quantità δ tale che:

$$(1) \qquad |F(A+\bar{I}_\eta)\,f(y_1)-F(A)\,f(y_1)|<\varepsilon \text{ [1]}$$

per ogni valore della variabile da cui dipende la funzione $F(X)\,f(y_1)$ pel quale la differenza che comparisce nel primo membro della (1) è atta a rappresentare una funzione analitica regolare, ogniqualvolta: $|\eta|<|\delta|$ se η è costante e ogniqualvolta sia, in modulo $<|\delta|$ il limite superiore di η, per i valori della variabile da cui dipende che vengono presi in considerazione, se η stesso è una funzione. E se le disuguaglianza (1) sussiste per tutte le determinazioni di X comprese in un certo insieme assegnato Γ. F(X) si dirà « continua relativamente a $f(y_1)$ entro Γ ». Si dirà poi « continua uniformemente, sempre relativamente a $f(y_1)$ » se si può trovare una quantità δ, tale che quando sia $|\eta|<|\delta|$ o sia $<|\delta|$, in modulo, il limite superiore di η nel campo costituito dai valori della variabile, da cui dipende che vengono presi in considerazione, a seconda che rispettivamente si presentano l'uno o l'altro

[1] Quando da un'operazione I qualunque A si passa all'altra $A+\bar{I}_\eta$, si dirà che ad A si diede l'incremento $\bar{I}_\eta$.

dei casi dianzi distinti, la (1) sussista qualunque sia ε per ogni determinazione di X compresa in E.

Così presa in esame una funzione di più operazioni I variabili: $X_1, X_2 ... X_n$, funzione che designeremo con $F(X_1 X_2 ... X_n)$ questa si dirà « continua relativamente a una funzione oggetto assegnata $f(y_1)$ rispetto a una qualunque delle operazioni variabili che in essa figurano, ad es. rispetto a X_1, per una certa determinazione di questa, o in tutto un campo », quando, date a $X_2, ... X_n$ altrettante determinazioni fisse, in guisa da riguardare $F(X_1, X_2 ... X_n)$ come funzione della sola X_1, essa rende soddisfatta la condizione onde si verifichi, secondo quanto fu più sopra esposto, rispettivamente l'una o l'altra delle circostanze dianzi accennate. Si dirà poi $F(X_1 X_2 ... X_n)$ « continua relativamente a $f(y_1)$ rispetto a tutte le operazioni variabili che in essa figurano per una certa determinazione A, B ... P del loro insieme (cioè per la determinazione A di X_1, B di X_2 ... C di X_n) » se per qualunque valore che s'assegni alla quantità ε se ne può determinare un'altra δ tale che:

$$|F(A + \bar{I}_{\eta_1}, ... P + \bar{I}_{\eta_n}) f(y_1) - F(A, ... P) f(y_1)| < \varepsilon \tag{2}$$

per ogni valore della variabile da cui dipende la funzione $F(X_1, ... X_n) f(y_1)$ situato nel campo in cui la differenza che comparisce nel primo membro della (2), è atta a rappresentarci una funzione analitica regolare ogniqualvolta siano $< |\delta|$ tutte le $|\eta_1|, ... |\eta_n|$ se le $\eta_1 ... \eta_n$ sono costanti o i limiti superiori rispettivi di queste quantità nell'insieme dei valori della variabile da cui dipendono, che vengono presi in considerazione, se esse sono funzioni. Nello stesso modo si definiscono facilmente le condizioni necessarie sia per la continuità in generale, sia per la continuità uniforme di $F(X_1, ... X_n)$ relativamente a una funzione oggetto assegnata, in un intero campo di determinazioni dell'insieme $X_1, X_2 ... X_n$.

2. *Derivazione delle funzioni d'operazioni* I *rispetto alle operazioni variabili da cui dipendono.* — *a*) Derivazione di funzioni d'una sola operazione variabile. — Sia F(X) una funzione d'un'operazione I variabile X_1. Si consideri un'operazione I della forma $\bar{I}_w$, ove designi w una costante arbitraria indi, detta A una certa determinazione speciale di X si consideri la differenza (simbolica) $F(A + \bar{I}_w) - F(A)$ e ad essa si applichi l'inversa dell'operazione $\bar{I}_w$, cioè l'operazione che trasforma il risultato di $\bar{I}_w$ applicata ad una funzione oggetto qualunque nella funzione stessa. L'operazione, che consiste nell'applicare a: $F(A + \bar{I}_w) - F(A)$ quest'operazione inversa di $\bar{I}_w$, sarà da designarsi col nome di quoziente di $F(A + \bar{I}_w) - F(A)$ diviso per $\bar{I}_w$ e sarà, in base alle notazioni adottate da rappresentarsi col simbolo:

$$\frac{F(A + \bar{I}_w) - F(A)}{\bar{I}_w}. \tag{3}$$

Si consideri quindi il limite a cui tende l'espressione (3) per $\overline{I}_w$ [1] tendente a ridursi a 0 (in via assoluta), il che avviene quando w tende a 0: se esiste per la (3) un'espressione-limite determinata, questa si designerà col nome di « derivata prima di F(X) rispetto ad X (o semplicente: derivata prima di F(X), calcolata per la determinazione A di X ». Estendendo la notazione che si usa nel calcolo ordinario, rappresenteremo tale derivato con $F_A'(X)$ oppure con $\left(\frac{dF(X)}{dF}\right)_{X=A}$. Così, considerata F'(X) come una nuova funzione dell'operazione I variabile X, la sua derivata prima calcolata per una determinazione qualunque di X, che si designerà ancora con A, si dirà « derivata seconda di F(X) calcolata per la determinazione A di X » e si rappresenterà con $F_A''(X)$ oppure con $\left(\frac{d^2\,F(X)}{dX^2}\right)_{X=A}$. E così di seguito si definiranno le derivate di F(X) d'ordine terzo, quarto, ecc. ecc.

Quando poi s'abbia a considerare il risultato dell'operazione rappresentata da F(X) applicata ad una certa funzione oggetto $f(y_1)$, si possono calcolare nello stesso modo, con cui ciò si fece dianzi, le derivate di qualunque ordine di $F(X)f(y_1)$ rispetto a X (qui si dovrà sempre aggiungere quest'ultima designazione, ad evitare equivoci) e si avrà $\left(\frac{dF(X)\,f(y_1)}{dX}\right)_{X=A} = \left(\frac{dF(X)}{dX}\right)_{X=A} f(y_1)$ e s'avranno formole analoghe per le derivate successive.

Per la derivazione di funzioni d'un'operazione I variabile, quale fu testè definita, si hanno le seguenti proprietà:

1ª Inteso per fattore costante rispetto a una certa operazione I variabile, sia una quantità costante nel senso ordinario della parola o una funzione di certe variabili, sia anche un'operazione I od una funzione d'operazioni I che non la contenga, e detto C un fattore costante rispetto all'operazione I variabile X da noi considerata, si ha, intendendo sempre per F(X) una funzione dell'operazione X; per A una certa determinazione di X:

I. $$\left(\frac{dCF(X)}{dX}\right)_{X=A} = C\left(\frac{dF(X)}{dX}\right)_{X=A},\quad \frac{dC}{dX} = 0$$

II. $$\left(\frac{dX^m}{dX}\right)_{X=A} = mA^{m-1} \ldots \left(\frac{d^{m-1}X^m}{dX^{m-1}}\right)_{X=A} = \underline{|m}\,X\left(\frac{d^m\,X^m}{dX^m}\right)_{X=A} = \underline{|m}$$

in via assoluta.

Si hanno poi i seguenti teoremi:

I. La derivazione di funzioni d'una data operazione I variabile, rispetto a questa è permutabile all'addizione (e quindi alla sottrazione).

[1] Avendo $\overline{I}_w$ significato d'incremento da darsi all'operazione X, si potrà anche rappresentare con ΔX, seguendo in ciò la consuetudine invalsa nel calcolo ordinario.

II. Dette $F(X)$, $\Phi(X)$ due funzioni dell'operazione I variabile X si ha:

$$(3) \qquad \left(\frac{d\{F(X)\,\Phi(X)\}}{dX}\right)_{X=A} = \left(\frac{dF(X)}{dX}\right)_{X=A} \Phi(A) + F(A)\left(\frac{d\Phi(X)}{dX}\right)_{X=A}$$

e applicando la formola (3) per le derivate successive della funzione dell'operazione X: $F(X)\,\Phi(X)$ si ha una regola perfettamente analoga a quella del Leibniz data dal calcolo infinitesimale.

III. Mantenendo ai simboli F, Φ, A il significato loro dato per l'addietro si ha:

$$\left(\frac{d\,\dfrac{F(X)}{\Phi(X)}}{dX}\right)_{X=A} = \frac{\Phi(A)F_A'(X) - \Phi_A'(X)F(A)}{(\Phi(A))^2}.$$

b) Derivazioni di funzioni di più operazioni I variabili. — La derivazione di funzioni di più operazioni I variabili si definisce nello stesso modo di quella di funzioni d'una sola operazione siffatta. Detto cioè n il numero delle operazioni variabili da considerarsi, si dà a $n-1$ di queste una determinazione fissa, considerando la funzione come dipendente solo n^{esima} operazione variabile. Si deriva poi rispetto a questa operazione X_i ($i = 1, 2 \ldots n$) e s'ottiene quella che si dirà: « derivata parziale del primo ordine della funzione considerata rispetto a X_i ». Così si definiscono e si studiano anche le derivate delle derivate del primo ordine della funzione in parola: e di queste si diranno « derivate parziali pure » quelle in cui la derivazione fu fatta rispetto a una sola operazione variabile a « derivate parziali miste » le altre. Si useranno anche qui notazioni analoghe a quelle che si usarono nel calcolo ordinario.

Sulle derivate parziali miste ora definite si ha poi il seguente:

Teorema: « Nel calcolare le derivate parziali miste di qualunque ordine d'una funzione di più operazioni I variabili, le derivate che s'ottengono sono sempre le stesse, qualunque sia l'ordine con cui si eseguiscono le derivazioni »

Valgono poi anche per le derivate parziali delle funzioni di operazioni I i teoremi accennati in *a*.

Come per le funzioni d'una sola operazione I variabile si ha, mantenendo ai simboli $f(y_1)$, $F(X_1 \ldots X_n)$, $A, B \ldots P$ il significato loro dato fin qui:

$$\left(\frac{\partial F(X_1 \ldots X_r)\,f(y_1)}{\partial X_1}\right)_{X_1=A \ldots X_n=P} = \left(\frac{\partial F(X_1 \ldots X_r)}{\partial X_1}\right)_{X_1=A \ldots X_n=P} f(y_1) \text{ ecc. ecc.}$$

Si avverta però che affinchè queste ultime espressioni siano atte a rappresentarci funzioni analitiche, è necessario che detto ΔX_1 l'incremento da darsi alla operazione X_1 quando ad es. si voglia la derivata di $F(X_1 \ldots X_r)\,f(y_1)$ rispetto a questa operazione I variabile, esso deve esser tale che $A + \Delta X_1$ appar-

tenga ancora al campo delle determinazioni di X_1 per le quali $F(X_1 \ldots X_n) f(y_1)$ è atta a rappresentarci una funzione analitica. È poi del pari necessario affinchè si verifichi quanto sopra che $F(X_1 \ldots X_n)$ sia per $X_1 = A \ldots X_n = P$, continua relativamente a $f(y_1)$, rispetto a X_1. Ciò vale naturalmente anche per funzioni d'una sola operazione I variabile.

c) Estensione della formula di Taylor. Per le forme lineari alle potenze d'una o più operazioni I variabili si può dare una formola analoga a quella di Taylor. Così, detta ad es. $F(X)$ una forma lineare d'ordine (per ordine della forma intendasi anche qui l'indice della più alta potenza di X che comparisce in essa) m alle potenze dell'operazione I variabile X e detta w una costante nello stretto senso della parola, A una determinazione arbitraria di X si avrà:

$$F(A + \bar{I}_w) = F(A) + \bar{I}_w F'(A) + \cdots \frac{\bar{I}_w^{\,\nu-1}}{|\underline{\nu - 1}} F^{(\nu-1)}(A) + \frac{\bar{I}_w^{\,\nu}}{|\underline{\nu}}.$$

3. Si possono studiare nel calcolo, del quale ci occupiamo, anche serie di potenze d'una o più operazioni I variabili: e si possono dare anche di queste le derivate successive rispetto alle operazioni I che in esse figurano, e la formola analoga a quella del Taylor. Quando poi si consideri la funzione che s'ottiene applicando l'operazione rappresentata da una serie di potenze d'una o più operazioni I variabili ad una certa funzione oggetto, si presenta la questione di stabilire se per le accennate funzioni vi sia e quale sia un campo di determinazioni delle operazioni variabili da cui dipendono, tale che per ogni determinazione compresa in esso le serie che le rappresentano siano convergenti.

4. *Estensione del concetto d'integrazione.* — *a*) Integrale definito. Si consideri una funzione d'un'operazione I variabile X, funzione che designeremo al solito con $F(X)$: indi, fissata una certa funzione $f(y_1)$ nel campo Γ di determinazioni di X nel quale $F(X)$ è definita relativamente a $f(y_1)$, si assumano ad arbitrio due determinazioni fisse A, B di X : se è y_μ la variabile da cui dipende $F(X) f(y_2)$, A, B differiranno fra loro relativamente a $F(X) f(y_1)$ per una certa funzione (variabile con X) di $y_{\mu+1}$ (v. altra Nota citata) che si designerà con $p(y_{\mu+1})$. Ciò posto si fissi una successione di determinazioni di X comprese in Γ, determinazioni che si designeranno con $A_1, A_2 \ldots A_q$. Così sarà:

$A_1F(A) f(y_1) - AF(A) f(y_1) =$ ad una certa funzione (determinata) di $y_{\mu+1}$ che si designerà con δ_0.

$A_2F(A_1) f(y_1) - A_1F(A_1) f(y_1) =$ ad una certa funzione (determinata) di $y_{\mu+1}$ che si designerà con δ_1.

. . . .

$BF(A_q) f(y_1) - A_qF(A_q) f(y_1) =$ ad una certa funzione (determinata) di $y_{\mu+1}$ che si designerà con δ_q.

Allora con un'ovvia estensione di concetti dati dal calcolo ordinario si dirà che, fissando la successione di determinazioni di $X : A_1, A_2 \dots A_q$ nel modo anzidetto « si è suddivisa la differenza tra B, A relativamente a $F(X) f(y_1)$ in porzioni di $\delta_h (h = 0, 1 \dots q)$ ». Ciò posto si faccia la somma dei prodotti delle δ_h per le $F(A_h) f(y_1)$ $(h = 0, 1, 2 \dots q)$ ove per simmetria nella notazione si designi A con A_0). Questa somma sarà: $\sum_h \delta_h F(A_h) f(y_1)$ e si designerà brevemente con S. Ora, quando al tendere delle δ_h simultaneamente e indefinitamente a 0 quella somma ammetta un limite determinato, quel limite, per l'analogia che presenta coll'integrale definito che si studia nel calcolo infinitesimale, si dirà « integrale definito della funzione dell'operazione I variabile $X : F(X)$ relativamente alla funzione $f(y_1)$, calcolato fra i limiti B, A (oppure anche integrale definito di $F(X) f(y_1)$, calcolato fra gli accennati limiti) rispetto a X ». Esso si rappresenterà col simbolo $\int_A^B F(X) f(y_1)\, dX$, (A, B) si diranno « estremi d'integrazione ».

E riguardo all'integrale fu testè definito, si ha il:

Teorema. — Quando $F(X)$ sia continua entro Γ relativamente a $f(y_1)$, $\lim_{\delta_d = 0} S$ esiste determinato, finito e indipendente dal modo particolare, con cui si fanno decrescere le δ_4.

Con un'ovvia estensione dei concetti ora esposti, data una funzione $F(X_1 X_2 \dots X_r)$ di r operazioni I variabili $X_1 \dots X_r$ si giunge al concetto d'integrale definito multiplo di $F(X_1 X_2 \dots X_r)$ relativamente a una funzione assegnata $f(y_1)$, calcolata fra certi limiti finiti, rispetto alle operazioni I variabili che in essa figurano. Esso s'ottiene calcolando nel modo anzidetto l'integrale definito di $F(X_1 \dots X_r (f(y_1)$ fra gli assegnati limiti rispetto a ciascuna delle $X_1 \dots X_r$ riguardando ogni volta $F(X_1 \dots X_r)$ come funzione della sola operazione rispetto a cui s'integra e tenendo fisse le altre operazioni. Detti rispettivamente B_1 e $A_1 \dots B_r$ e A_r i limiti d'integrazione per le singole operazioni I variabili: $X_1, \dots X_r$, l'integrale definito multiplo di $F(X_1 \dots X_r) f(y_1)$, rispetto a $X_1 \dots X_r$, quando s'integri prima rispetto X_1, poi rispetto a $X_2 \dots$ e si prosegua con quest'ordine sino ad integrare rispetto a X_r si rappresenterà col simbolo: $\int_{A_r}^{B_r} \dots \int_{A_r}^{B_r} \int_{A_1}^{B_1} F(X_1 \dots X_r) f(y_1)\, dX_1 \dots dX_r$.

Si noti però che mutando l'ordine con cui s'eseguiscono le integrazioni, muta l'integrale al quale si perviene, perchè le operazioni I non sono in generale permutabili.

b) Integrale indefinito. Ripresa in esame l'espressione $\int_A^B F(X) f(y_1) dX$, nella quale si mantenga per i diversi simboli il significato che loro fu dato dianzi, si supponga che l'estremo superiore dell'integrazione sia anzichè una

determinazione fissa di X, la stessa operazione I variabile : X. L'espressione che se ne ottiene sarà funzione dell'operazione X (è funzione d'una o più operazioni I variabili anche la funzione che ottienesi applicando l'operazione rappresentata da una data funzione di certe operazione I variabili applicata a una funzione qualsiasi, chè anche una tale espressione assume determinazioni diverse in corrispondenza alle determinazioni diverse che assumono le operazioni variabili contenute in essa) rispetto alla quale si è integrato. Esso si dirà: « integrale indefinito di F(X) relativamente a $f(y_1)$ (o anche integrale indefinito di $F(X)\, f(y_1)$) calcolato rispetto a X » e si designerà col simbolo: $\int F(X)\, f(y_1)\, dX$.

Sull' integrale indefinito testè considerato si hanno i seguenti teoremi:

I. L'integrale $\int F(X)\, f(y_1)\, dX$ è funzione continua dell'operazione I variabile X relativamente alla funzione oggetto $f(y_1)$, nel campo di determinazioni di X, in cui F(X) è continua relativamente a $f(y_1)$.

II. Dall'essere $\Phi(X)\ f(y_1) = \int F(X)\, f(y_1)\, dX$ risulta $\dfrac{d\Phi(X)\, f(y_1)}{dX} =$ $= F(X)\, f(y_1)$.

III. L'integrazione (sì definita che indefinita) rispetto ad operazioni I variabili è permutabile all'addizione.

IV. Detta $\Phi(X)$ una seconda funzione dell'operazione I variabile : X e mantenendo per F(X), $f(y_1)$ il significato che loro fu dato per l'addietro,

si ha: $\int F(X)\Phi(X) f(y_1) dX = \Phi(X) \int F(X) f(y_1) dX - \int \{\Phi'(X) \int F(X) f(y_1) dX\} dX.$

Se, preso in esame l'integrale definito multiplo:

$$\int_{A_r}^{B_r} \dots \int_{A_1}^{B_1} F(X_1 \dots X_2)\, f(y_1)\, dX_1 \dots dX_r$$

considerato più sopra, si suppone che gli estremi superiori d'integrazione siano, anzichè determinazioni fisse rispettivamente di $X_1 \dots X_r$. queste stesse operazioni I variabili, l'integrale definito in parola diverrà funzione delle operazioni I variabili: $X_1 \dots X_r$. Esso si dirà « integrale indefinito multiplo di $F(X_1 \dots X_r)$ relativamente a $f(y_1)$ (o anche integrale indefinito multiplo di $F(X_1 \dots X_r)\, f(y_1)$ calcolato rispetto a $X_1 \dots X_r$ e si designerà con:

$$\underbrace{\int \dots \int}_{r \text{ volte}} F(X_1 \dots X_r)\, f(y_1)\, dX_1 \dots dX_r\,.$$

Per gli integrali indefiniti quali quello testè considerato, valgono tutti e quattro i teoremi dati dianzi per gli integrali di funzioni d'una sola ope-

razione I variabile. Il I e il III di quei teoremi sussistono inalterati: al II conviene dare, nel caso presente la forma seguente:

$$\text{Se è } \Phi(X_1 \dots X_r)\, f(y_1) = \underbrace{\int \dots \int}_{r \text{ volte}} F(X_1 \dots X_r)\, f(y_1)\, dX_1 \dots dX_r \text{ si ha:}$$

$$(i = 1, 2 \dots r)_1 \frac{\partial \Phi}{\partial X_i} = \underbrace{\int \dots \int}_{r-1 \text{volte}} F(X_1 \dots X_r)\, f(y_1)\, dX_1 \dots dX_{i-1}\, dX_{i+1} \dots dX_r\,;$$

e parimenti si ha:

$$\frac{\partial^r \Phi}{\partial X_1 \dots \partial X_r} = F(X_1 \dots X_r).$$

Al teorema IV si darà ora un' estensione analoga.

Matematica. — *Sulle equazioni lineari del secondo ordine con integrale generale esplicito.* Nota del prof. O. Nicoletti, presentata dal Socio V. Cerruti.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Matematica. — *Sui sistemi di equazioni alle derivate parziali che definiscono un gruppo.* Nota del dott. P. Medolaghi, presentata dal Socio V. Cerruti.

La equazione dell' ultimo moltiplicatore

$$(1) \qquad \varphi \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial \xi_i}{\partial x_i} + \sum_{i=1}^{n} \xi_i \frac{\partial \varphi}{\partial x_i} = 0$$

ha la proprietà, scoperta da Lie (1883), di ammettere, quando si consideri φ come funzione nota, e $\xi_1 \dots \xi_n$ come funzioni incognite, insieme ai sistemi di soluzioni $\xi_1 \dots \xi_n$, $\eta_1 \dots \eta_n$ anche il sistema $\zeta_1 \dots \zeta_n$, posto

$$\zeta_i = \sum_{\nu=1}^{n} \left(\xi_\nu \frac{\partial \eta_i}{\partial x_\nu} - \eta_\nu \frac{\partial \xi_i}{\partial x_\nu} \right);$$

ciò che si esprime dicendo che la (1) definisce un gruppo.

Si può domandare se vi sono altre equazioni alle derivate parziali che hanno la stessa proprietà; se vi sono cioè altre equazioni che, *per sè sole*, definiscono un gruppo.

Per valori speciali di n, a questa domanda è stato già indirettamente risposto:

$n = 1$; ogni gruppo della varietà ad una dimensione ha naturalmente una sola equazione di definizione. Questa poi ha una delle tre forme [1]:

$$\xi' + \alpha(x)\xi = 0$$
$$\xi'' + \alpha(x)\xi' + \alpha'(x)\xi = 0$$
$$\xi''' + 2\alpha(x)\xi' + \alpha'(x)\xi = 0$$

$n = 2$; uno sguardo al quadro di tutti i gruppi in due variabili [2], ci mostra che le equazioni:

$$\varphi\left(\frac{\partial\xi}{\partial x} + \frac{\partial\eta}{\partial y}\right) + \xi\frac{\partial\varphi}{\partial x} + \eta\frac{\partial\varphi}{\partial y} = 0$$
$$\frac{\partial\xi}{\partial y} + \alpha\frac{\partial\eta}{\partial y} - \alpha\left(\frac{\partial\xi}{\partial x} + \alpha\frac{\partial\eta}{\partial x}\right) = \xi\frac{\partial\alpha}{\partial x} + \eta\frac{\partial\alpha}{\partial y}\,.$$

Sono le sole che definiscono, ciascuna per sè, un gruppo [3].

$n = 3$; si incontra a questo punto il solo tipo (1) [4].

La circostanza che, già per $n = 3$, la equazione dell' ultimo moltiplicatore è l' unica equazione alle derivate parziali che definisca per sè sola un gruppo, fa naturalmente supporre che anche per $n > 3$ la equazione (1) sia *l' unica* che abbia la proprietà di definire un gruppo. Una dimostrazione di questo fatto non è stata però fin quì data; mi è sembrato utile farne l' oggetto di una Nota, tanto più che il metodo di cui mi valgo è nuovo, e conduce ad un teorema generale sui sistemi di equazioni di definizione.

Ogni gruppo intransitivo ha almeno una equazione di definizione in cui non entrano le derivate delle ξ: escludo dunque i gruppi intransitivi dalle considerazioni che sto per fare.

Sia un gruppo qualunque (finito od infinito) in uno spazio ad n dimensioni; le equazioni di definizione siano m, e di ordine s [5]. Indico con ε_{kn} il numero delle derivate di ordine k di una funzione di n variabili. Con un

[1] Lie-Engel, *Theorie der Transf. gruppen*, vol. III, cap. I e Math. Ann. Bd. XVI.

[2] Lie-Engel, *Theorie der Transf. gruppen*, vol. III, pei gruppi finiti e Math. Ann. Bd. XVI; Lie, *Abhandlungen der Königl. Sächs. Gesellschäft d. W.*, XXXV Band. (1895), per quelli infiniti.

[3] Poichè si parla di equazioni alle derivate parziali per le $\xi\,\eta$, non è il caso di considerare i gruppi $\xi\frac{\partial\alpha}{\partial x} + \eta\frac{\partial\alpha}{\partial y} = 0$.

[4] Sebbene la determinazione di tutti i gruppi in R_3 sia un problema già risoluto da Lie, non è stato ancora pubblicato un quadro completo dei diversi tipi. Anche i signori Picard e Beudon hanno eseguiti i calcoli necessarî per quella determinazione, ma neppure i loro risultati furono fin qui pubblicati.

[5] Con s indico l' ordine del sistema: ma vi potranno essere eventualmente equazioni di ordine minore.

metodo trovato da Engel [1] si può far corrispondere al gruppo proposto un gruppo in $N_s = n(\varepsilon_{1n} + \varepsilon_{2n} + \cdots + \varepsilon_{sn})$ variabili, e ad $N_s - m$ parametri, contenuto come sottogruppo in un gruppo B_{sn} ad N_s parametri.

Finchè i numeri s, n rimangono gli stessi, il gruppo B_{sn} rimane lo stesso, qualunque sia d'altronde il gruppo in n variabili che si considera. Inversamente, ad ogni sottogruppo $(N_s - m)^{plo}$ di B_{sn} corrispondono gruppi in n variabili, con m equazioni, di ordine s. In virtù di questa corrispondenza il problema:

trovare le equazioni che per sè sole definiscono un gruppo in R_n,

si trasforma in quest'altro:

per ogni valore di s, trovare i sottogruppi di B_{sn} ad $N_s - 1$ parametri.

I gruppi $B_{1n}\, B_{2n} \ldots$, sebbene siano occorsi in altre ricerche [2] (strettamente legate, del resto, alla teoria dei gruppi) non sono stati ancora oggetto di uno studio speciale. Non potendo d'altra parte dimostrarle in questa Nota, mi limiterò ad enunciare quelle loro proprietà che mi sono necessarie:

1. *Il primo derivato del gruppo B_{sn} ha $N_s - 1$ parametri.* Se per le trasformazioni infinitesime di B_{sn} si conservano le notazioni della mia Memoria negli Annali di Mat., si trova che questo gruppo derivato è rappresentato dalle trasformazioni:

$$B_{i\mu}\ \ i, \mu = 1 \ldots n\ \ (i \neq \mu)\,;\ \ B_{ii} - B_{nn}\ \ i = 1 \ldots n-1\,;\ B_{i,\nu_1 \ldots \nu_n} \text{ dove } \sum_{i=1}^{n} \nu_i > 1.$$

Si indicherà con C_{sn} il derivato di B_{sn} e con U la trasformazione $\sum_{i=1}^{n} B_{ii}$.

2. *Hanno luogo le relazioni*:

$$(U\, B_{i,\nu_1 \ldots \nu_n}) = \left(\sum_{i=1}^{n} \nu_i - 1\right) B_{i,\nu_1 \ldots \nu_n}.$$

3. *Il gruppo C_{sn} coincide col suo derivato* (gruppo *perfetto*).

4. *Le trasformazioni $B_{i\mu}$ $(i \neq \mu)$, $B_{ii} - B_{nn}$ formano un gruppo isomorfo al gruppo lineare omogeneo speciale dello spazio ad n dimensioni* (quindi un gruppo semplice).

5. *Le trasformazioni $B_{i,\nu_1 \ldots \nu_n}$ $\left(\sum_{i=1}^{n} \nu_i > 1\right)$ formano un sottogruppo invariante in C_{sn} di rango* [3] *zero.*

[1] Math. Ann., Bd. XXVII. Vedi anche un mio lavoro negli Annali di Matematica, 1897.

[2] In quelle p. es. sulla generalizzazione delle funzioni di variabile complessa (Picard, Journal de Mathém., 1892, e C. R., 1891).

[3] Adopero questa parola nel senso attribuitole da Killing nella sua Memoria: *Ueber die Zusammensetzung cont. Gruppen* (Math. Ann. XXXI).

Dalla prop. 3 segue che in B_{sn} non vi è nessun sottogruppo invariante $(N_s - 1)^{plo}$ oltre C_{sn}. Potrebbero tuttavia esservi dei sottogruppi $(N_s - 1)^{pli}$ non invarianti; si vedrà che nemmen questi vi sono.

I gruppi che coincidono con il loro derivato sono di due sorta [1]:

gruppi che si scompongono (zerfallen) in gruppi tali che le trasformazioni dell'uno sono permutabili con quelle di tutti gli altri.

gruppi che si possono rappresentare con un gruppo semplice ed un sottogruppo invariante di rango zero.

Il gruppo C_{sn} appartiene (prop. 4, 5) alla seconda categoria. I suoi sottogruppi massimi si formano per conseguenza [2] nel modo seguente: si determinano i sottogruppi massimi del gruppo semplice, e ad ognuno di questi si aggiunge l'intero gruppo invariante. Nel nostro caso il gruppo semplice essendo isomorfo al gruppo proiettivo generale di uno spazio ad $n - 1$ dimensioni, i suoi sottogruppi massimi hanno $(n - 1)n$ parametri, e sono riducibili ad uno dei due tipi seguenti:

$$\left.\begin{array}{ll} a) & B_{nk}\,,\ B_{ik}\,(i \neq k)\,,\ B_{kk} - \frac{1}{n}\sum_{\mu=1}^{n} B_{\mu\mu} \\ b) & -B_{kn}\,,\ B_{ik}\,(i \neq k)\,,\ B_{kk} - \frac{1}{n}\sum_{\mu=1}^{n} B_{\mu\mu} \end{array}\right\}\ i\,,k = 1 \dots n-1$$

I sottogruppi massimi di C_{sn} sono dunque riducibili ai due tipi:

$$\text{A)}\quad B_{nk}\,,\ B_{ik}\,(i \neq k)\,,\ B_{kk} - \frac{1}{n}\sum_{\mu} B_{\mu\mu}\ \ i,k = 1 \dots n-1;\ B_{i,\nu_1 \dots \nu_n}\ \text{per}\ \sum_{i=1}^{n} \nu_i > 1$$

$$\text{B)}\quad -B_{kn}\,,\ B_{ik}\,(i \neq k)\,,\ B_{kk} - \frac{1}{n}\sum_{\mu} B_{\mu\mu}\ \ i,k = 1 \dots n-1;\ B_{i,\nu_1 \dots \nu_n}\ \text{per}\ \sum_{i=1}^{n} \nu_i > 1.$$

Aggiungendo a ciascuno di questi due gruppi la trasformazione U, si hanno ancora due gruppi (prop. 2) contenuti in B_{sn} e non in C_{sn} e precisamente due sottogruppi massimi di B_{sn} (quando si faccia astrazione da C_{sn}); questi hanno $N_s - n + 1$ parametri.

Riassumendo: in B_{sn} vi è un sottogruppo invariante $(N_s - 1)^{plo}$ — cioè il gruppo C_{sn} — e dopo questo i sottogruppi col massimo numero di parametri ne hanno $N_s + 1 - n$.

Al gruppo C_{sn} corrispondono nello spazio ad n dimensioni i gruppi rappresentati da (1). Dopo di questi, i gruppi in R_n col minimo numero di equazioni di definizione ne hanno $N_s - (N_s - n + 1) = n - 1$.

Si vede che soltanto per $n = 2$ si avranno ancora dei gruppi con una sola equazione di definizione. Dunque:

[1] Killing, *Zusammensetzung der cont. Gruppen* (Math. Ann., XXXIV).

[2] Killing, *Grösster Untergruppen endl. Transf. Gruppen* (Math. Ann. XXXVI).

1. *La equazione dell' ultimo moltiplicatore è l' unica equazione che, da sè sola, definisca un gruppo* (per $n > 2$).

2. *Ogni gruppo in uno spazio ad* n *dimensioni ha almeno* $n - 1$ *equazioni di definizione; o ne ha una sola ed è uno dei gruppi* (1).

A questo teorema si può dare una forma un po' diversa:

Se un gruppo ha k ($k > 1$) *equazioni di definizione, esso non può esistere che in un* R_{k+1}, *od in uno spazio ad un numero minore di dimensioni.*

Pei gruppi intransitivi sarebbe facile, con lo stesso metodo, vedere come i teoremi precedenti devono essere modificati.

Fisica. — *Sul numero di trasporto del cloro dell' acido cloridrico in solventi diversi.* Nota del prof. Carlo Cattaneo, [1] presentata dal Corrispondente Naccari [2].

Nell' anno decorso [3], in relazione colle mie antecedenti ricerche sulla conducibilità elettrica dei sali in varî solventi [4], mi sono occupato della determinazione diretta del numero di trasporto del cloro pel cloruro di sodio e pel cloruro di ammonio in soluzioni acquose e gliceriche; fino da allora avevo fatto rilevare le grandi difficoltà sperimentali che si incontrano in tal genere di ricerche, ed inoltre la considerazione dei risultati numerici a cui ero pervenuto, mi aveva fatto sospettare che l' influenza del solvente sul numero di trasporto degli joni e sul rapporto delle loro velocità fosse così piccola da rimanere in parte coperta dagli inevitabili errori di osservazione e di esperienza. Allo scopo di raccogliere altri dati sull' argomento così importante per la teoria della dissociazione elettrolitica, e constatare qual grado di attendibilità potevasi dare alle conclusioni a cui ero pervenuto collo studio dei due sali sopra accennati, mi sono occupato dal novembre ad oggi della determinazione diretta del numero di trasporto del cloro dell' acido cloridrico, col quale si ha il vantaggio di poter adoperare parecchi solventi (certo in maggior numero di quelli che si presterebbero per i sali), vantaggio che compensa almeno le aumentate difficoltà sperimentali.

Costarono lungo tempo le prove preliminari per decidere la scelta dell' anodo da adoperarsi nell' apparecchio di elettrolisi; esso doveva soddisfare insieme alla condizione di non essere attaccato direttamente dall' acido cloridrico, indipendentemente dal passaggio della corrente, ed a quella di for-

[1] Presentata nella seduta del 4 aprile 1897.

[2] Lavoro eseguito nel Gabinetto di Fisica del R. Istituto Tecnico di Torino.

[3] Rend. Acc. Lincei, 2° semestre, fasc. 6°, 1896.

[4] R. Accad. scienze di Torino, aprile 1893; R. Accad. Lincei, Agosto 1893; Idem, 1895; Idem, 1896.

mare col cloro nascente per elettrolisi un sale solubile. Scartati per ragioni chimiche, che sarebbe qui ozioso il ricordare, la maggior parte dei metalli, i tentativi per la scelta caddero sul mercurio, rame, oro e platino.

Ho sperimentato diverse forme di anodo a mercurio con tubetti capillari pieni di questo liquido, chiusi superiormente, ove giungeva un reoforo esterno in platino, e che arrivavano coll' estremo inferiore aperto ed un poco affilato sul fondo dell' apparecchio di elettrolisi; avvenivano però reazioni secondarie non ben definite e poi sorgevano grandi difficoltà per le pesate rigorose del liquido intorno all' anodo. Il platino durante l' elettrolisi lasciava piuttosto che il cloro nascente dall' acido cloridrico elettrolizzato si sviluppasse liberamente e si sciogliesse nel solvente che trasformarsi in cloruro, e talvolta avvenivano i due fenomeni insieme. Per il che la scelta definitiva del metallo anodo cadde sul rame e sull' oro.

Il metodo seguito nelle determinazioni, sia per il procedimento elettrolitico che per le analisi volumetriche ed il calcolo delle esperienze, è identico a quello già tenuto in precedenza, e quindi, per non ripetere cose già pubblicate, rimando il lettore (per la parte generale) al lavoro [1] sopra citato. Accennerò soltanto ai particolari ed alle modificazioni che si resero necessarie.

Il gas cloridrico, perfettamente puro, era da me espressamente preparato colla nota reazione fra cloruro sodico ed acido solforico, e dopo aver attraversato le opportune bottiglie di essicamento arrivava a condensarsi nel solvente in boccia chiusa superiormente con un tappo di lana di vetro; durante la condensazione la boccia restava immersa in acqua fredda o ghiaccio. Erano chimicamente puri gli anodi di rame e di oro, i solventi acqua, alcool etilico, metilico, amilico, glicerina, etere etilico e cloroformio, l' argento del voltametro a nitrato di argento, ed anche quest' ultimo sale sia pel voltametro che per la preparazione delle soluzioni titolate necessarie alle analisi volumetriche; e per queste erano anche puri il carbonato di soda ed il cromato potassico. Per constatare approssimatamente se pei solventi adoperati si verificava alle volte reazione sensibile fra gas cloridrico e solvente organico, usavo di pesare prima il solvente e poi la soluzione dopo l' assorbimento del gas per avere la percentuale di acido cloridrico sciolto; colle analisi volumetriche che si eseguivano dopo non ebbi mai a trovare per detta percentuale differenze sensibili; se del cloro dell' acido cloridrico durante l' assorbimento o dopo si fosse combinato col solvente organico, anche in piccola proporzione, quel cloro non l' avrei certamente potuto più dosare col metodo volumetrico da me adottato. Il risultato ora accennato mi rendeva dunque certo che almeno nelle circostanze ed entro i limiti di temperatura e di tempo in cui eseguivo le esperienze reazioni chimiche sensibili fra gas cloridrico e solvente non erano a temersi. Del resto le determinazioni coll' ap-

[1] Rend. Acc. Lincei, 2° sem., fasc. 6°, 1896.

parecchio ad elettrolisi furono per la maggior parte eseguite nella stessa giornata nella quale si era preparata la soluzione.

Come elettromotore potei disporre di una serie di accumulatori Garassino sino ad una forza elettromotrice di 76 Volta; nel circuito dell'apparecchio elettrolitico era sempre intercalato, oltre al voltametro a nitrato di argento, un milliamperometro per sorvegliare l'andamento dell'esperienza. L'apparecchio per l'elettrolisi era questa volta costituito da due cilindretti di vetro con piede [1] a due terzi dal fondo dei quali erano saldati due tubetti laterali di diametro piccolo e quel tubetto che partiva dal cilindro funzionante per l'anodo era saldato al suo estremo ad un rubinetto a smeriglio a perfetta tenuta e con foro piccolissimo, mentre l'altro cilindro si univa colla sua appendice laterale al rubinetto mediante tubo di gomma in modo però che fossero a diretto contatto i due orli di vetro; ai detti due orli potevano legarsi membrane di carta pergamena con un forellino nel centro; dopo parecchie prove si escluse dall'apparecchio qualsiasi uso di tappi di gomma. Il cilindretto funzionante per l'anodo restava durante tutto il tempo della esperienza perfettamente chiuso, nell'altro pel catodo le cose erano disposte in modo che il reoforo il quale sosteneva la laminetta di platino usciva dal tappo ben chiuso attraverso un tubetto capillare; restava così fra il reoforo ed il vano capillare un piccolissimo meato sufficiente a dar sfogo durante l'elettrolisi al gas che svolgevasi al catodo. Le verghette di rame e le placche di oro che servivano da anodo erano scoperte solo per piccolo tratto in vicinanza del fondo del cilindretto. Per evitare la diffusione dall'anodo al catodo trovai utile in molte esperienze di girare il rubinetto un poco obliquamente rispetto all'asse dei tubetti laterali; la corrente passava ancora, ma la diffusione era arrestata contro le pareti del rubinetto; le due soluzioni si separavano poi alla fine dell'esperienza colla perfetta chiusura del tappo a smeriglio.

Le determinazioni furono eseguite tutte alla temperatura di 15°. Si tenne sempre conto delle goccie di soluzione aderenti all'anodo ed alle pareti del cilindro, sia computandone con approssimazione il peso, sia analizzando le acque di lavamento dell'anodo e del cilindro. Per equivalenti elettrochimici dell'argento e del cloro si tennero rispettivamente i numeri 0,001118 e 0,00036728; per pesi atomici del cloro, rame ed oro rispettivamente 35,37, 63,17, 196,16.

Credo poi opportuno di aggiungere anche qualche dettaglio sull'andamento delle esperienze per le singole soluzioni:

1.ª *Soluzioni in acqua.* — Adoperando anodo di rame si nota durante l'elettrolisi, oltre la formazione di cloruro ramico che tinge in azzurro gli strati inferiori del liquido, la formazione intorno alla parte scoperta del-

[1] Vedi Rend. Accad. Linc. 2° semestre, fasc. 6°, 1896, pag. 208.

l' anodo di una crosta biancastra che poi si stacca grado grado e cade sul fondo dell' apparecchio, e questo si verifica specialmente se la corrente è debole e la soluzione poco concentrata di acido cloridrico. Questo precipitato, costituito da cloruro ramoso, si raccoglieva colla maggior cura possibile, lo si lasciava essicare e se ne determinava il peso per avere poi il cloro contenutovi e fare tutte le opportune correzioni al calcolo dell' esperienza; è a notarsi però che questa correzione è sempre alquanto incerta, poichè nel mentre il precipitato essicava, si trasformava in gran parte in cloruro ramico verde; le correzioni le eseguii in base alla formula dell' ossicloruro Cu_2Cl_2O invece che colle Cu_2Cl_2 o $CuCl_2$, ma resta sempre una incognita l' entità dell' errore commesso. Adoperando anodo di oro, ho riscontrato che se la corrente superava un certo limite insieme alla formazione di cloruro d' oro si aveva anche svolgimento di cloro libero; a corrente molto debole formavasi regolarmente il cloruro.

2.ª *Soluzioni in alcool etilico.* — Le determinazioni con alcool etilico furono quelle che si effettuarono più regolarmente di tutte le altre; tanto coll' anodo di rame che con quello di oro non si formano che i rispettivi cloruri ramico ed aurico. Pel modo poi col quale preparavasi la soluzione di acido cloridrico nell' alcool e pei limiti di temperatura e di tempo entro cui si sperimentava, credo non fosse a temere che fra il gas cloridrico ed il solvente si formasse l' etere cloridrico.

3.ª *Soluzioni in alcool metilico.* — Le soluzioni presentavano conduttività piuttosto grande ed era pur grande la diffusione; durante l' elettrolisi non formavasi che il cloruro ramico, il quale prima colorava in giallo la soluzione e poi in giallo verdastro intenso.

4.ª *Soluzioni in alcool amilico.* — Le determinazioni con alcool amilico sono quelle che ho dovuto ripetere più volte delle altre; ho dovuto anche cambiare parecchi campioni di tale solvente, chè alcuni, non sufficientemente puri, davano subito durante l' assorbimento del gas cloridrico una colorazione rossastra; alcuni altri rimanevano inalterati e limpidi il primo giorno, e poi la massa si colorava leggermente in rosso-giallastro e spandeva uno speciale odore aromatico. Un solo campione non diede luogo a queste reazioni secondarie. Nelle condizioni e nei limiti di temperatura e di tempo delle esperienze, avrei ragione di ritenere che non si formasse in dette soluzioni il cloruro di amile $C_5H_{11}Cl$ il quale si forma quando si dirige nell' alcool amilico mantenuto a 110° una rapida corrente di gas cloridrico. Queste soluzioni amiliche si mostrarono molto resistenti alla corrente e davano luogo a piccola diffusione del cloruro ramico.

5.ª *Soluzioni in glicerina.* — Durante l' elettrolisi il rame, nel mentre dava luogo a cloruro ramico, andava gradatamente coprendosi di una leggera crosta di cloruro ramoso che vi rimaneva aderente e diminuiva di molto l' intensità della corrente; si è raccolto il precipitato colla maggior

cura possibile, e si ebbero pure molte cure per raccogliere completamente la soluzione glicerica aderente all'anodo ed alle pareti dell'apparecchio.

6.ª *Soluzioni in etere etilico e cloroformio.* — La resistenza elettrica delle soluzioni di gas cloridrico in etere è estremamente grande; siccome questo gas è assai solubile in tal liquido, preparai delle soluzioni che ne contenevano perfino il 18°/₀ sperando così di riuscire a far passare la corrente; ma siccome l'apparecchio a rubinetto aveva, al solito, il tubo trasversale di communicazione abbastanza lungo per evitare la diffusione, la resistenza era ancora così grande che nel circuito il milliamperometro segnava 0,0001 Ampère appena con una serie di accumulatori di 76 Volta. Eseguii parecchie determinazioni tenendo chiuso il circuito per intere giornate, ma i risultati riuscirono troppo oscillanti a causa specialmente dell'evaporazione del solvente e dello svolgimento di gas cloridrico che non si potevano assolutamente evitare durante il riempimento dell'apparecchio e durante i necessarî travasi per le analisi volumetriche; inoltre non si poteva evitare l'evaporazione al catodo durante l'esperienza e lo scioglimento dello strato esterno di paraffina che ricopriva la parte superiore dell'anodo di rame. Le soluzioni di gas cloridrico in cloroformio sono anche esse estremamente resistenti, tanto più che questo gas non si scioglie così bene in questo liquido come nell'etere; nelle condizioni in cui tentavo le esperienze e colla batteria di accumulatori sopra accennata, la lancetta del milliamperometro accennava appena appena a muoversi dallo zero. Mi decisi quindi a studiare delle soluzioni fatte con mescolanze di etere e cloroformio con alcool etilico; i risultati riferiti nella tavola sono stati ottenuti con una mescolanza di alcool, etere, cloroformio in proporzioni di $^1/_3$ circa del peso totale per ciascun solvente, e con un'altra di alcool e cloroformio nelle proporzioni di 2 di cloroformio ed 1 di alcool.

Nella tavola seguente che riassume i risultati delle esperienze (ommesse tutte le prove preliminari che furono parecchie per ogni solvente) rappresentano: t la durata dell'esperienza in secondi; E la forza elettromotrice in Volta; C il numero dei Coulomb che attraversarono il circuito nel tempo t; I l'intensità media della corrente in Ampère; Ag il peso in grammi dell'argento depostosi nel voltametro; Cl il peso del cloro separato per elettrolisi equivalente ad Ag (nella tavola è dato in numero tondo soltanto fino alla 3ª decimale); Q il peso della soluzione intorno all'anodo; P il peso del cloro contenuto nella soluzione intorno all'anodo dopo l'elettrolisi; P_s il peso del cloro contenuto nella quantità S di solvente prima della elettrolisi; S il peso del solvente intorno all'anodo dopo la elettrolisi; Cl_t il peso del cloro trasportato; N_{cl} il numero di trasporto del cloro.

Soluzioni	Anodo	E	t	Ag	Cl	C	I	Q	S	P	P_s	Cl_t	N_{cl} (*)	Medie
Acqua	Rame	12	32400	0,440	0,144	393,5	0,0121	34,420	32,132	2,1416	2,1043	0,0373	0,258	(*) Numero di trasporto del cloro.
		20	31800	0,295	0,097	263,8	0,0083	33,030	30,859	2,0664	2,0487	0,0177	0,182	
		20	20580	1,000	0,328	894,5	0,0434	33,900	32,561	1,1990	1,1148	0,0842	0,256	
		20	3600	0,210	0,069	187,8	0,0521	33,600	31,400	2,0629	2,0485	0,0144	0,209	
		44	25200	0,660	0,213	590,3	0,0234	34,560	32,216	2,1884	2,1379	0,0505	0,237	
	Oro	12	13800	0,325	0,107	290,7	0,0210	33,880	31,250	2,3997	2,3762	0,0235	0,220	
		20	23700	0,370	0,125	330,9	0,0139	35,430	32,640	2,5333	2,5050	0,0280	0,225	
		20	16800	0,430	0,141	384,6	0,0229	35,770	33,580	1,8800	1,8500	0,0300	0,212	
		20	7800	0,145	0,048	129,6	0,0166	34,700	32,710	1,8600	1,8496	0,0104	0,218	0,224
Alcool Etilico	Rame	52	25200	0,390	0,128	348,8	0,0138	24,370	22,979	1,2475	1,2224	0,0251	0,196	
		52	32400	0,360	0,118	322,0	0,0194	27,180	25,652	1,3914	1,3647	0,0267	0,226	
		52	21600	0,330	0,108	295,2	0,0136	24,580	23,300	1,1592	1,1360	0,0232	0,214	
	Oro	52	33600	0,472	0,155	422,2	0,0126	25,980	24,500	1,2168	1,1856	0,0312	0,201	
		52	21600	0,290	0,095	259,4	0,0120	28,838	27,145	1,4800	1,4620	0,0180	0,189	0,205
Alcool metilico	Rame	32	21900	0,515	0,169	460,7	0,0210	24,270	22,280	1,7976	1,7579	0,0397	0,234	
		32	8100	0,180	0,059	161,0	0,0198	24,500	22,600	1,7985	1,7831	0,0154	0,261	
		32	21780	0,405	0,133	362,2	0,0166	25,960	23,440	2,3391	2,3047	0,0344	0,258	
		32	9300	0,165	0,054	147,5	0,0158	24,380	22,110	2,1724	2,1600	0,0124	0,229	
		32	7500	0,435	0,143	389,0	0,0518	25,530	23,060	2,2826	2,2528	0,0298	0,208	
		32	22320	0,420	0,138	375,6	0,0168	20,560	19,334	1,0656	1,0327	0,0329	0,239	
		32	26700	0,340	0,112	304,1	0,0114	18,560	17,560	0,9790	0,9543	0,0247	0,221	0,236
Alcool amilico	Rame	52	37620	0,035	0,013	35,6	0,0009	24,040	22,966	1,0287	1,0250	0,0037	0,282	
		52	33300	0,075	0,025	66,9	0,0020	26,050	24,870	1,1308	1,1258	0,0050	0,204	
		52	34500	0,365	0,120	326,4	0,0094	28,100	26,070	1,9008	1,8698	0,0310	0,258	
		52	79200	0,185	0,061	165,4	0,0021	24,130	22,470	1,5600	1,5468	0,0132	0,217	0,240
Glicerina	Rame	52	30900	0,100	0,033	89,4	0,0029	36,900	35,320	1,5110	1,5036	0,0074	0,225	
		52	50400	0,145	0,047	129,7	0,0025	39,390	37,686	1,6183	1,6043	0,0140	0,294	
		52	86400	0,140	0,046	125,2	0,0015	36,770	35,177	1,5079	1,4974	0,0105	0,229	
		52	79200	0,105	0,034	93,9	0,0012	40,560	38.770	1,7234	1,7158	0,0076	0,221	
		52	55500	0,085	0,028	76,0	0,0014	40,240	38,477	1,6920	1,6859	0,0061	0,218	0,237
Mescolanza di alcool etilico e cloroformio	Rame	76	9300	0,105	0,035	94,8	0,0102	30,070	29,005	1,0071	0,9998	0,0073	0,209	0,209
Mescolanza di alcool etilico, cloroformio ed etere etilico	Rame	76	23100	0,195	0,064	174,4	0,0075	32,384	31,194	1,1077	1,0946	0,0131	0,204	
		76	21600	0,185	0,061	165,5	0,0076	31,290	30,129	1,0782	1,0650	0,0132	0,216	
		76	8520	0,095	0,031	84,9	0,0099	29,870	28,295	1,5065	1,4995	0,0070	0,226	
		76	10800	0,145	0,048	129,7	0,0120	27,163	26,228	0,8700	0,8590	0,0110	0,229	
	Oro	76	17100	0,195	0,064	174,4	0,0102	29,165	28,068	0,9549	0,9412	0,0137	0,214	0,218

A vero dire il confronto dei valori finali di N_{cl} registrati nella tavola qui sopra riportata non è troppo confortante per quanto riguarda la concordanza dei risultati ottenuti nelle varie determinazioni relative a ciascun sol-

vente, ed in altro genere di ricerche non sarebbe certamente lecito di fare la media di numeri così poco vicini tra loro; ma date le difficoltà sperimentali che si incontrano e atteso anche che qui si ha a che fare con soluzioni volatili in generale pel solvente e pel corpo sciolto, stimo che non molto maggiore approssimazione si possa pretendere; già ebbi a notare nel mio precedente lavoro che anche per le soluzioni saline i diversi sperimentatori presentarono differenze molto sensibili. Provando e riprovando, tentando ancora qualche modificazione agli apparecchi ad elettrolisi, si potrà forse riuscire ad evitare completamente la diffusione dall' anodo al catodo, si potrà anche eccedere ancor più negli scrupoli per la raccolta delle acque di lavamento dell' anodo e per il calcolo approssimativo del peso delle goccie che rimangono aderenti al metallo anodo ed alle pareti dell' apparecchio, ma non si potrà mai impedire che nei travasi od il solvente evapori, od il gas leggermente si sprigioni, e sopra tutto sarà ben difficile di riuscire a tener conto esatto delle reazioni secondarie che possono talvolta verificarsi durante l' elettrolisi fra gas ed anodo, gas e solvente, solvente ed anodo, reazioni che di per sè basterebbero a modificare profondamente i risultati. Notevoli differenze nei risultati finali possono essere portate da piccolissimi errori di analisi volumetrica, tanto più quando (come io ero costretto a fare) si analizzano soltanto piccole porzioni della soluzione raccolta all' anodo; sono errori che per quanto piccoli possono influire persino sulla seconda decimale del valore di N_{cl}; a questo però si potrebbe senz' altro ovviare dosando il cloro (magari anche con analisi ponderali) con tutta la soluzione raccolta; ma questo non ho potuto fare, chè trattandosi di un numero così grande di analisi eseguite, sia per le prove preliminari che per le altre, avrei dovuto adoperare parecchi ettogrammi di nitrato di argento, cosa eccedente i modesti mezzi di cui disponevo per queste ricerche.

In ogni modo però, se i risultati registrati nella tavola non ci lasciano completamente sicuri sull' entità delle differenze del numero di trasporto del cloro dell' acido cloridrico in solventi diversi, mi sembra che in base ad essi si possa almeno conchiudere (in armonia con quanto già ebbi a dire nel mio precedente lavoro) che se la detta differenza esiste, deve essere di un ordine di grandezza ben piccola se il più lieve errore sperimentale basta a renderla incerta od a nasconderla. Del resto, quando anche queste piccole differenze si riuscisse a constatarle con tutto il rigore, a me sembra che (per quanto ha relazione colla teoria della dissociazione elettrolitica) resterebbe ancor sempre il dubbio se esse siano imputabili soltanto alle differenti proprietà fisiche dei diversi solventi, all' attrito degli joni col solvente, all' attrito degli joni fra loro, oppure anche insieme a reazioni chimiche secondarie determinate dalla natura specifica del solvente stesso, reazioni che o non sono ancora completamente conosciute o non si sanno prevedere, o se prevedute e conosciute non si ha modo di tenerne conto nel calcolo delle esperienze.

Dai valori di N_{cl} riportati nella tavola sopracitata risulterebbe che l'acqua, l'alcool etilico, l'etere etilico ed il cloroformio si comportano quasi ugualmente ($N_{cl} = 0,21$ circa) mentre l'alcool metilico, l'alcool amilico e la glicerina si discostano da questi ($N_{cl} = 0.24$ circa); e questo risultato (se anche le differenze non sono dello stesso senso e dello stesso ordine di grandezza) troverebbe il suo raffronto, per quanto riguarda l'alcool metilico, con quello ottenuto dal Campetti (1), il quale studiando il numero di trasporto del cloro del cloruro di Litio trovava nessuna differenza per le soluzioni in acqua ed in alcool etilico, e differenza invece per quelle in alcool metilico.

Kablukoff nel 1889 (2) eseguì delle ricerche sulla conducibilità dell'acido cloridrico in diversi solventi (3) fra cui l'alcool etilico, metilico ed amilico; le sue esperienze erano piuttosto esperienze preliminari che avevano lo scopo di trovare soltanto dei valori relativi fra i varî solventi, e da esse non si potrebbero dedurre con sicurezza le conducibilità molecolari limiti; il Carrara nel 1895 (4) in seguito a determinazioni con una soluzione metilica presentò, a pag. 174 del suo lavoro, un valore approssimativo di questa conducibilità. Ma allo stato attuale della questione, colla incertezza che regna ancora, sia sui dati di numeri di trasporto, sia su quelli della detta conducibilità, penso che avrebbe un valore molto discutibile e relativo il calcolo delle velocità degli joni e dei loro rapporti basato sulla combinazione dei risultati di Kablukoff, di Carrara e di quelli che formano l'oggetto della presente Nota; in questo genere di ricerche relative all'acido cloridrico, occorre ancora provare e riprovare prima di azzardarsi a presentare dei valori definitivi.

Fisica. — *Su di un apparato per la determinazione della conduttività termica delle sostanze cattive conduttrici* (5). Nota di Emilio Oddone, presentata dal Socio Blaserna.

I.

Da tempo mi sono proposto lo studio della conducibilità termica delle roccie e vado ricercando il metodo più esatto e pratico per la determinazione della conduttività calorifica delle sostanze cattive conduttrici. Il metodo

(1) Nuovo Cimento, vol. XXXV, maggio 1894.

(2) Zeits. Physik. Chem., 1889.

(3) Vedi anche la mia Nota: *Sul coefficiente negativo di temperatura per le soluzioni eteree*. R. Accad. di Scienze di Torino, 1893.

(4) Gazzetta chimica italiana, fasc. 2°, 1896.

(5) Lavoro eseguito nel R. Osservatorio geofisico di Pavia.

del Péclet [1], ritenuto finora tra i migliori, è oggi quasi abbandonato siccome non elimina l'inconveniente grave dell'aderenza dello strato liquido in contatto alla lastra da studiarsi dalla parte fredda, onde la temperatura data dal termometro vicino non segna l' isoterma superficiale della lastra. Il prof. Voigt, alcuni anni or sono, suggerì un metodo semplice per dedurre valori assoluti della conducibilità termica, ed il dott. Venske in una breve comunicazione all' Imperiale Società delle Scienze di Göttingen nel 1891 (pag. 121), accennato a questo metodo ed al relativo apparecchio, vi espone poche ma concordanti determinazioni sul vetro.

II.

Avendo in mira lo studio della conduttibilità calorifera delle roccie, ho voluto provare la praticità del metodo ripetendo le esperienze del dott. Venske. Feci perciò costrurre l' apparato dallo stesso suo meccanico di Göttingen [2], ed ecco in che cosa consiste. Sono due calorimetri cilindrici di ottone lucente colle imboccature apposte e premute l' una contro l' altra a destra e sinistra del disco da studiarsi; il disco rimane verticale e separa così due ambienti calorimetrici. Nell' uno si pone acqua calda che s' ottiene perfettamente agitata colla turbina di cui è provvisto il calorimetro; nell' altro continuamente e rapidamente circola acqua fredda a temperatura costante. È addirittura un getto proiettato contro la lastra che tutta la lava e ne rimuove lo strato in contatto. I calorimetri si premono contro il disco in un modo assai ingegnoso. Contro i rispettivi fondi dei calorimetri e dalla parte esterna si applicano due grosse croci d' ebanite, le cui braccia oltrepassano il bordo di 1 cm. per parte, e le estremità opposte delle due croci sono rispettivamente rilegate tra loro con tiranti di seta che corrono paralleli alla generatrice dei calorimetri senza toccarla. I tiranti mediante viti adattate all' ebanite, possono raccorciarsi e così premere le due scatole contro il disco pur restando interamente

[1] E. Péclet, *Traité de la chaleur considerée dans ses applications*. Paris, 1843, pag. 284. Richiamo che i metodi per la determinazione della conducibilità termica si dividono in quelli a stato stazionario ed in quelli a stato non stazionario. Alla prima categoria appartengono i metodi di Wiedemann e Franz, Forbes, Tait e Mitchel, F. Kohlrausch, O. Chwolson, R. W. Quick, C. D. Child e B. Loughear, A. Berget, Gray, W. Stewart ed E. Hall. Alla seconda appartengono i metodi di F. Neumann, A. J. Angström, H. Weber, Kirchhoff e Hansemann, Lorenz, H. F. Weber ed Hagström.

Attorno alla conducibilità delle sostanze cattive conduttrici sono notevoli i lavori del G. Grassi: Rend. Ist. d'Incoragg., genn.-febbr. 1890 ed Atti del R. Istituto d' incoragg. di Napoli; del L. Kelvin e J. R. Erskine Murray, Nature, vol. LII, pag. 182; di H. Lees, Beibl., n. 4, 1893, pag. 324; dello stesso e J. D. Chorlton, Phil. Mag. (5), 41, pag. 495; del Weber R., Bull. Soc. Scienc. Nat. Neuchatel, 23, 1895, ecc.

[2] Debbo i miei ringraziamenti al dott. A. Sella che s' incaricò di sorvegliarne la esecuzione.

isolate salvo per via dell' ebanite. Le letture termiche si fanno su due termometri che scendono, uno per calorimetro, vicinissimi alle faccie del disco.

Se ΔQ è la quantità di calore che nell' unità di tempo passa attraverso al disco isolante precisata dalla temperatura T_1 e T_2 delle due faccie e da una temperatura ambiente t_a, se K è la conducibilità termica della sostanza, h_1 ed h_2 sono le conducibilità esterne verso le temperature T_1 e T_2 e se ∂ è lo spessore del disco; ove T_1 e T_2 varino così lentamente da potere per quell' istante credere *allo stato stazionario*, notoriamente vale l'equazione:

$$\frac{T_2 - T_1}{\Delta Q} = \frac{\partial}{k} + \frac{1}{h_1} + \frac{1}{h_2} \tag{1}$$

Si determini sperimentalmente il membro di sinistra per due valori di ∂ e si avranno due equazioni simili atte a fornire le incognite k e $\left[\frac{1}{h_1} + \frac{1}{h_2}\right]$. Operando con varî spessori verranno fuori varie equazioni che raggrupate razionalmente in due, daranno alle incognite valori di maggior fiducia.

III.

Per sostanza cattiva conduttrice scelsi anch' io il vetro. L' officina Salmoiraghi di Milano a mia richiesta confezionò sette dischi del diametro esatto di 11 cm. e di vario spessore da 2 a 10 mm. La lavorazione riuscì finita. i vetri trasparentissimi.

La densità di questo vetro a 13°5 trovai eguale a 2,63. Gli spessori dei varî dischi furono misurati con un buon sferometro Dubosq in nove posizioni distribuite simmetricamente attorno al centro del disco. In media i dati risultarono approssimati a meno di $0^{mm}.01$. Il disco stretto tra i due colorimetri non chiuderebbe a tenuta d' acqua ove non si interponesse un anello di gomma tra il vetro e l' orlo dei calorimetri. Quest' anello era così fatto da ridurre il diametro dei dischi a cm. 10.

Tra la quantità di calore ΔQ che doveva attraversare ogni disco nell' unità di tempo, tra la velocità di raffreddamento ΔT_2 del calorimetro caldo in quell' unità di tempo e la velocità di raffreddamento $\Delta\theta_2$ dovuta all' irradiazione del calorimetro caldo verso l' ambiente, sussiste la relazione:

$$\Delta Q = E(\Delta T_2 \pm \Delta\theta_2) \tag{2}$$

E è l' *equivalente termico*, eguale all' acqua contenuta nel calorimetro caldo più l' equivalente in acqua del calorimetro, dell' agitatore e del termometro.

Per un primo disco devesi calcolare la quantità ΔQ corrispondente ad una data temperatura tanto della faccia calda T_2, che della faccia fredda T_1

e dell'ambiente t_a. Per gli altri dischi, colla (2) e con un metodo per approssimazioni successive da spiegarsi, si calcola quale valore della temperatura T_2 permette il passaggio attraverso i rispettivi dischi della stessa quantità di calore ΔQ quando le condizioni di T_1 e t_a sono pure mutate. Nella formola (I) ΔQ essendo costante sono queste temperature T_2, T_1 che importa precisare per ogni disco per avere i membri di sinistra.

IV.

Le mie prime esperienze furono dirette a determinare la velocità di raffreddamento del calorimetro caldo verso l'ambiente, cioè il $\Delta\theta_2$. Perciò tolsi il disco e strinsi orlo contro orlo i due calorimetri così da formarne uno solo, che riempii d'acqua. Posi in moto la turbina [1] e con un eccellente collimatore Jadanza seguii su un termometro il raffreddamento, minuto primo per minuto primo. L'equivalente termico era doppio, ma la superficie irradiante era pure doppia, onde mi trovavo nelle stesse condizioni come se avessi sperimentato sul solo calorimetro caldo.

Il seguente specchietto mostra la velocità di raffreddamento per taluni eccessi del calorimetro sull'ambiente, quando la temperatura di quest'ambiente era di 20°.

Eccessi del calorimetro sull'ambiente	$\Delta\theta_2$ per secondo	Eccessi del calorimetro sull'ambiente	$\Delta\theta_2$ per secondo
— 5°,0	— 0°,00058	+ 5°,0	+ 0°,00058
— 4°,0	— 0°,00042	+ 4°,0	+ 0°,00045
— 3°,0	— 0°,00029	+ 3°,0	+ 0°,00033
— 2°,0	— 0°,00018	+ 2°,0	+ 0°,00020
— 1°,0	— 0°,00008	+ 1° 0	+ 0°,00009
0°,0	0°,00000	0°,0	0°,00000

In pratica descrissi una curva delle correzioni cui ricorrere ad ogni esperienza. Fatto questo introdussi il primo disco fra i due calorimetri. Il suo spessore era $\gamma' = 0^{cm}\,963 \pm 0^{cm}\,001$. Tanto in questa che nelle successive esperienze cogli altri dischi, coprii la superficie laterale di essi con un foglio di stagnuola per diminuire l'irradiazione e far che le isoterme si mantenessero parallele alle faccie dei dischi.

L'acqua circolante nel calorimetro freddo proveniva da un grosso recipiente e da un piano superiore. Scendeva con grande forza da un tubo di $\frac{1}{2}$ cm. di diametro e per una speciale imboccatura andava a proiettarsi sparpa-

[1] La turbina era mossa da altra turbina ad acqua e funzionava così bene che io mi perito di suggerirne l'introduzione nelle usuali misure calorimetriche.

gliata contro il disco, dopodichè per doppia tubulatura si scaricava. La sua temperatura durante un'esperienza non variava oltre il decimo di grado.

Il calorimetro caldo conteneva circa 364 grammi d'acqua. L'equivalente del calorimetro e dell'agitatore era di gr. 19,8 ; quello del termometro di 1 gr. circa, onde E = 385 gr. circa. Fu badato che l'acqua nel calorimetro caldo fosse di appena qualche grado superiore a quella del calorimetro freddo. Al contrario non sempre si potè ottenere che l'acqua calda e fredda avessero temperature equidistanti da quella dell'ambiente, cosa che avrebbe ridotto di molto la correzione per l'irradiazione. I termometri calorimetrici erano due Baudin divisi in decimi di grado e che andavano di poco oltre i 40°. La calibrazione interna era inutile, essendo il cannello diviso in parti di eguale capacità. La posizione dello zero era nota. La distanza dal centro del bulbo allo zero era d'appena 50 mm. La lunghezza del grado di 10 mm. Il collimatore Jadanza potendo delicatamente rotare in azimut, permetteva di leggerli entrambi ed apprezzarne alla distanza di un metro il 1/100 di grado. Due altri termometri servivano a dare l'uno la temperatura dell'ambiente, l'altro quella presso al calorimetro caldo per la correzione della colonna sporgente.

L'andamento termometrico T_2 d'una sostanza che si raffredda col tempo t. per irradiamento, è dato da una funzione esponenziale $T_2 = T_0 e^{-kt}$:

Nel caso nostro dessa era inapplicabile, poichè il calorimetro caldo non si raffreddava solo per perdite verso l'ambiente, ma specialmente per conduttività attraverso al disco. Mi valsi quindi della formola parabolica

$$T_2 = a + bt + ct^2 \tag{3}$$

calcolando le costanti coi minimi quadrati — Metodo abbreviato del Degen. Ad esempio, coi dati ottenuti col primo disco, tra 31° e 24° vale la

$$T_2^1 = 31°,53 - 0°,0072\, t + 0°0000015\, t^2 \tag{3'}$$

e la tabella seguente fa vedere una volta per tutte il buon accordo tra i dati dell'esperienza e quelli calcolati.

Letture termometriche osservate di 2 in 2 primi	Calcolate	Δ^2	Letture termometriche osservate di 2 in 2 primi	Calcolate	Δ^2
30°,705	30°,685	0°,000400	26°,525	26°,519	0°,000036
29, 895	29, 882	169	26, 005	25, 976	841
29, 095	29, 123	784	25, 495	25, 477	324
28, 405	28, 408	009	25, 035	25, 020	325
27, 725	27, 735	100	24, 615	24, 607	064
27, 095	27, 106	121	24, 225	24, 236	121

$\Sigma\Delta^2 = 0°,003194$

L'errore medio di un dato isolato è:

$$\mu = \sqrt{\frac{0,003194}{11}} = 0^\circ,017$$

Calcolai allora la quantità $\varDelta Q$ corrispondente all' istante dove la temperatura della faccia calda aveva un certo valore, e con opportuni criterî scelsi la temperatura di 25°,0 (questa temperatura essendo arbitraria). Per questo osservo che $\varDelta T_2' = \frac{dT_2'}{dt} = -0^\circ,0072 + 2 \times 0,0000015\, t$ e poichè t per la (3') e per 25°,0 vale 1200″,0 sarà $\varDelta T_2' = -0^\circ,00299$ per secondo. L'eccesso del calorimetro sull' ambiente essendo (25°,0 — 20°,2) la tavola di correzione dice che gli corrisponde un raffreddamento $\varDelta\theta_2' = -0^\circ,00060$ per secondo. Sarà dunque $\varDelta Q = 385\,(\varDelta T_2' - \varDelta\theta_2') = -1^{\text{p. caloria}},151$. In quest'esperienza il calorimetro freddo segnava il valore costante corretto di 18°,48.

Il secondo disco aveva uno spessore $\gamma'' = 0^{\text{cm}},793 \pm 1^{\text{cm}},001$ e l'andamento del calorimetro caldo tra 28° e 22°, estremi dell' esperienza, poteva esprimersi mediante la

$$(3'') \qquad T_2'' = 28^\circ,74 - 0^\circ,00708\, t + 0^\circ,0000016\, t^2$$

Occorrendo trovare per quale temperatura del calorimetro caldo passa attraverso il disco γ'' la stessa quantità di calore $\varDelta Q$ di prima ($-1^{\text{p.c.}},151$), seguo il seguente metodo avvicinandomi al vero valore T_2'' per successive approssimazioni. Ammesso che niente calore entri dall' ambiente od in esso vada disperso la formola (2) può scriversi

$$\varDelta Q = E \varDelta T_2''$$

nel caso nostro

$$\varDelta T_2'' = \frac{\varDelta Q}{E} = -0^\circ 00299 = -0^\circ,00708 + 2 \times 0^\circ,0000016\, t$$

ricavato il $t\,(1278''1)$ e sostituitolo nella (3″) ho $T_2'' = 22^\circ,3$ approssimato in difetto. A questa temperatura ed a quella dell' ambiente (20°,4) corrisponde un $\varDelta\theta_2'' = -0^\circ,00023$ valendomi del quale posso adoperare integralmente la (2) ottenendo un t ed un $\varDelta T_2$ più approssimato (rispettivamente $1206'',2_5$ e $-0^\circ,00322$) e finalmente il $T_2'' = 22^\circ,53$. Credo inutile un ulteriore approssimazione e noto che in quell' istante il calorimetro freddo segnava 17°,31.

I dischi successivi avevano gli spessori segnati a sinistra. A destra sono date le espressioni dell' andamento del termometro caldo ed in mezzo i limiti per i quali desse rispondono a meno di 2/100 di grado.

3° disco	$\partial^{III} = 0^{cm},620 \pm 0^{cm},001$	[tra 25°,5 e 20°,0]	$T_2^{III} = 26^\circ,073 - 0^\circ,00642\, t + 0^\circ,0000016\, t^2$
4° »	$\partial^{IV} = 0^{cm},499_5 \pm 0^{cm},001$	[tra 21°,5 e 19°,5]	$T_2^{IV} = 21^\circ,979_5 - 0^\circ,00385_5 t + 0^\circ,0000012_5 t^2$
5° »	$\partial^{V} = 0^{cm},392 \pm 0^{cm},001$	[tra 20°,5 e 18°,0]	$T_2^{V} = 20^\circ,532 - 0^\circ,00464_5 t + 0^\circ,0000018\, t^2$
6° »	$\partial^{VI} = 0^{cm},316 \pm 0^{cm},001$	[tra 20°,0 e 18°,0]	$T_2^{VI} = 20^\circ,444 - 0^\circ,00390\, t + 0^\circ,0000018\, t^2$
7° »	$\partial^{VII} = 0^{cm},222 \pm 0^{cm},001$	[tra 19°,5 e 17°,5]	$T_2^{VII} = 19^\circ,583_5 - 0^\circ,00376_5 t + 0^\circ,0000020\, t^2$

Il seguente altro specchietto riassume per ogni disco i valori della temperatura ambiente t_a; le temperature [T_2 appross.] del termometro caldo necessarie al passaggio di circa — $1^{p.c.}$,151; i valori di $\Delta\theta_2$; le temperature T_2 ottenute per seconda approssimazione e le temperature della faccia fredda T_1.

Disco ∂^{III}	$t_a^{III} = 20^\circ,25$	[T_2^{III} appr.] $= 21^\circ,0$	$\Delta\theta_2^{III} = 0,00010$	$T_2^{III} = 21^\circ,12$	$T_1^{III} = 16^\circ,80$
» ∂^{IV}	$t_a^{IV} = 21^\circ,8$	[T_2^{IV} appr.] $= 20^\circ,8$	$\Delta\theta_2^{IV} = -0,00008$	$T_2^{IV} = 20^\circ,70$	$T_1^{IV} = 17^\circ,49$
» ∂^{V}	$t_a^{V} = 21^\circ,8$	[T_2^{V} appr.] $= 18^\circ,8$	$\Delta\theta_2^{V} = -0,00030$	$T_2^{V} = 18^\circ,54$	$T_1^{V} = 15^\circ,60$
» ∂^{VI}	$t_a^{VI} = 21^\circ,8$	[T_2^{VI} appr.] $= 19^\circ,6$	$\Delta\theta_2^{VI} = -0,00020$	$T_2^{VI} = 19^\circ,07$	$T_1^{VI} = 17^\circ,01$
» ∂^{VII}	$t_a^{VII} = 21^\circ,8$	[T_2^{VII} appr.] $= 18^\circ,9$	$\Delta\theta_2^{VII} = -0,00030$	$T_2^{VII} = 18^\circ,67$	$T_1^{VII} = 16^\circ,72$

Ricordando che la superficie media d'un disco è di $75^{cm^2},4$ i primi membri delle equazioni (1) sono allora rispettivamente:

427 342 283 210 193 135 128

Raggruppiamo questi valori in due, scegliendo, ad esempio, da una parte i tre dati relativi ai dischi di diametro minore, dall' altra i quattro risguardanti quelli di diametro maggiore ed allora le (1) diventano:

$$455,9 = \frac{0^{cm},930}{k} + 3\left[\frac{1}{h_1} + \frac{1}{h_2}\right]$$
$$1262,2 = \frac{2^{cm},848}{k} + 4\left[\frac{1}{h_1} + \frac{1}{h_2}\right]$$

dalle quali ricavo *in valore assoluto il coefficiente di conducibilità termica del vetro sperimentato*:

$$k = 0,00245 \left[\frac{\text{gr.}}{\text{sec. cm.}}\right]$$

Mediante questi valori si calcolino i valori dei primi membri per ognuna delle 7 equazioni (1) e si avranno i valori:

417 348 278 229 185 154 116

che differiscono in più od in meno da quelli scritti sopra in media del 6 % [1].

[1] Il Péclet trovò pel vetro valori variabili tra 0,00208 e 0,00245. Dal fatto che alle sue esperienze si fa l' appunto che lo strato aderente alla piastra fredda non fosse sufficientemente rimosso, sembra che il suo maggior valore debba essere basso. Il dottor Venske trovò per k il valore 0,00247. Il Lees diede pel Crownglas il valore 0,00243.

Ricercando quanto i singoli errori di misura influenzino i risultati, ho notato che nelle mie esperienze l' errore possibile nella determinazione dello spessore dei dischi risulta su k minore di 1/300; l' incertezza della temperatura della faccia e quella dell' equivalente termico (1) si fa sentire per 1/100. Più rilevante è l' errore che affetta la determinazione della superficie delle lastre. Nel mio caso l' influenza su k nei casi più sfavorevoli poteva salire al 5 %.

Questa incertezza origina dalle deformazioni degli anelli circolari di gomma interposti tra l'orlo dei calorimetri ed il disco, e mi sembra un inconveniente facilmente evitabile. Allora il metodo forse diventerebbe buono e potrebbesi suggerire tra i più semplici per la determinazione assoluta della conducibilità termica delle sostanze isolanti. Esso trarrebbe speciale importanza dalla scarsezza di tali ricerche e dalle difficoltà finora di eseguirle.

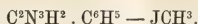
Chimica — *Jodio-etilato e bromo-etilato di fenil 1 metil 3 pirrodiazolo 2.4.* Nota di Americo Andreocci, presentata dal Socio S. Cannizzaro.

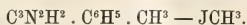
Per caratterizzare alcuni derivati del pirrodiazolo 2.4 e del pirrazolo 2 preparai i seguenti jodio-metilati (2):

Joduro di fenil 1 metil 3 pirrodiazolo 2.4 metilammonio

$$C^2N^3H \,.\, C^6H^5 \,.\, CH^3 - JCH^3.$$

Joduro di fenil 1 pirrodiazolo 2.4 metilammonio

$$C^2N^3H^2 \,.\, C^6H^5 - JCH^3.$$

Joduro di fenil 1 metil 3 pirrazolo 2 metilammonio

$$C^3N^2H^2 \,.\, C^6H^5 \,.\, CH^3 - JCH^3.$$

Rammenterò che i tre joduri col nitrato, col solfato e col cloruro d' argento si trasformano per doppia decomposizione nei corrispondenti sali dei metilammonii. I cloroplatinati di questi cristallizzano privi d' acqua con apparenza ottaedrica e sono pochissimo solubili nell' acqua, al contrario dei cloroplatinati pirrodiazolici e pirrazolici, che cristallizzano con acqua e sono discretamente solubili in questo solvente. I solfati dei metilammonii colla quantità calcolata di barite caustica si trasformano negli idrati, i quali sono alcali

(1) Schiacciando più o meno la gomma, il volume dell' acqua nel calorimetro caldo poteva variare di una decina di cm^3.

(2) *Sul pirrodiazolo e suoi derivati, e sopra alcuni derivati del pirrazolo.* Ricerche eseguite nell' Istituto chimico della R. Università di Roma nell' anno scolastico 1890-91, pag. 474, 485 e 492.

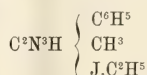
energici e come l' idrato potassico hanno forte reazione alcalina, assorbono avidamente l' anidride carbonica, scacciano l'ammoniaca delle sue combinazioni cogli acidi, precipitano molti idrati metallici compreso quello di alluminio, ed il loro eccesso per esempio non ridiscioglie sensibilmente l' idrato di rame, mentre ridiscioglie quello d' alluminio formando alluminati decomponibili dal cloruro ammonico.

I sali di simili ammonii essendo solubilissimi nell'acqua, si prestono assai bene allo studio della loro azione fisiologica; studio che ho sempre reputato non privo d'interesse, non solo per gli ammonii-pirrodiazolici, ma anche per molti derivati del *Pirrodiazolo,* a causa della stretta parentela che questo ha col *Pirrolo* e col *Pirrazolo* dai quali, come è noto, derivano sostanze che hanno un' importante azione fisiologica e terapeutica.

Devo alla gentilezza dei dottori Lo Monaco e Tarulli lo studio dell' azione fisiologica del joduro e del bromuro di fenil 1 metil 3 pirrodiazolo 2.4 etilammonico, sostanze da me ottenute posteriormente alla pubblicazione della Memoria in nota citata, e che ora descrivo.

I dottori Lo Monaco e Tarulli hanno pubblicato nella Riforma medica di Napoli, 1895, n. 52 un breve cenno sull' azione fisiologica dei suddetti joduro e bromuro dalla quale appariscono evidentemente le proprietà antipiretiche ed antifermentative di questi due sali, proprietà che rivaleggiano, e superano quelle dei *sali di chinina* e dell' *antipirina.*

Joduro di fenil 1 metil 3 pirrodiazolo 2.4 etilammonico

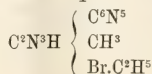
$$C^2N^3H \begin{cases} C^6H^5 \\ CH^3 \\ J.C^2H^5 \end{cases}$$

Riscaldai il fenil 1 metil 3 pirrodiazolo 2.4, $C^9H^9N^3$, con un leggero eccesso di joduro di etile fra 100° e 120° per alcune ore. Purificai il prodotto con ripetute cristallizzazioni dall' acqua e dall' alcool.

Il jodio-etilato cristallizza in prismi duri e pesanti, fonde a 181°-182° con leggera alterazione, è solubilissimo nell' acqua, ma non è deliquescente, è solubilissimo a caldo e molto meno a freddo nell' alcool ed è pochissimo solubile nell' etere. Ingiallisce leggermente alla luce solare se non è perfettamente secco, il che avviene ai campioni cristallizzati dall' acqua.

La determinazione del jodio dà i seguenti risultati:
gr. 0,3615 di joduro, seccato a 100°, danno gr. 0,2344 di JAg.

	calcolato per $C^{11}H^{14}N^3J$	trovato
J	40,23	40,01

Bromuro di fenil 1 metil 3 pirrodiazolo 2-4 etilammonico

$$C^2N^3H \begin{cases} C^6N^5 \\ CH^3 \\ Br.C^2H^5 \end{cases}$$

Il bromo-etilato si prepara col bromuro d'etile ed il fenil 1 metil 3 pirrodiazolo 2.4 nelle stesse condizioni accennate pel jodio-etilato e si purifica per cristallizzazioni dall'acqua e dall'alcool.

Il bromo-etilato cristallizza in grossi prismi, fusibili a 222°-224°; è solubilissimo nell'acqua e nell'alcool bollente; è quasi insolubile nell'etere e non ingiallisce alla luce. Riscaldato al punto di fusione si scinde in bromuro di etile (che fu condensato con ghiaccio ed identificato) e fenil 1 metil 3 pirrodiazolo 2.4 (che fu identificato col punto di fusione e l'esame delle sue proprietà caratteristiche); dalla seguente determinazione risulta che tale decomposizione è parziale:

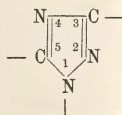
gr. 1,4760 di bromo-etilato perdono, al punto di fusione, gr. 0,3665 di Br C^2H^5: cioè 24,8 per °/₀, mentre la quantità di bromuro d'etile contenuta nel bromo-etilato è 40,6 per °/₀.

La determinazione di bromo conferma la formola assegnata al bromo-etilato:

gr. 0,1486 di sostanza, seccata a 100°, danno gr. 0,1020 di AgBr

	calcolato per $C^{11}H^{13}N^3Br$	trovato
Br	29,78	29,21

Per la struttura dei composti pirrodiazol-alchil-ammonici rimane sempre da stabilire a quale dei tre atomi di azoto del nucleo pirrodiazolico

```
N ‖4  3‖ C —
  ‖5  2‖
— C  1  N
    \ /
     N
     |
```

si addizionano i composti alogenati alcoolici, oppure se per tale addizione sparisce uno dei due doppî legami.

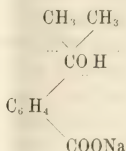
Chimica. — *Sulla scissione delle ftalidi per azione degli alcali caustici* [1]. 2ª Nota di Pietro Gucci, presentata dal Socio Cannizzaro.

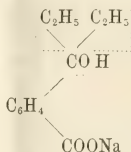
In una Nota pubblicata nei Rendiconti della R. Accademia dei Lincei [2], ho dimostrato che il sale sodico della dimetilftalide, l'orto-ossiisopropilben-

[1] Lavoro eseguito nel laboratorio di chimica generale della R. Università di Siena. Aprile, 1897.

[2] V. I, 2° sem. ser. 5ª.

zoato sodico, si scompone col calore in benzoato e acetone secondo lo schema

$$C_6H_4 \begin{cases} C(OH)(CH_3)(CH_3) \\ COONa \end{cases}$$

Ora mi sono proposto di studiare se il sale sodico della dietilftalide si scomponga in modo simile dando benzoato e dietilchetone (pentan3one) secondo lo schema

$$C_6H_4 \begin{cases} C(OH)(C_2H_5)(C_2H_5) \\ COONa \end{cases}$$

Ho preparato la dietilftalide col processo seguito da Kothe (1); a tale scopo ho mischiato intimamente l'anidride ftalica (p. eboll. 275-276° « B = 730 ») passata per setaccio (gr. 65) con polvere di zinco, privata, il meglio possibile, dell'ossido di zinco e dell'umidità (gr. 150). Al miscuglio, introdotto in un palloncino, ho aggiunto il joduro d'etile (gr. 145) seccato col cloruro calcico di recente fusione e poi, congiunto il palloncino con un refrigerante a riflusso munito di chiusura a mercurio (colonna di cm. 3), ho scaldato a bagnomaria finchè ha rifluito joduro di etile. È occorso un riscaldamento di circa 36 ore.

Solo in ultimo ha gorgogliato per il mercurio qualche po' di quegli idrocarburi di cui il Kothe stesso fa menzione nella sua citata Memoria.

La massa, diventata compatta e friabile, fu polverizzata e sottoposta alla distillazione colla corrente del vapor d'acqua finchè passarono gocce oleose.

Dal distillato, che era circa tre litri, venne estratta la sostanza per mezzo dell'etere e seccata poi col cloruro calcico fuso di recente. Pesava gr. 9,1.

Il Kothe, per la stessa quantità di anidride ftalica, avrebbe ottenuto gr. 6,5 di composto grezzo.

La dietilftalide così preparata era simile a quella descritta da Kothe, cioè un olio giallognolo che è distillato quasi tutto fra 209-216° sotto la pressione di 210 mm.

La dietilftalide, a differenza della dimetilftalide, stenta molto a sciogliersi nelle soluzioni degli alcali caustici, benchè concentrate e calde, tantochè

(1) Ann. 248, 67.

scaldandola gradatamente con esse in una stortina n' è sempre distillata quasi tutta col vapor d'acqua e, solo oltre i 150°, una parte s' è scomposta dando l'odore dei chetoni.

Osservato ciò, ho introdotto in una stortina la dietilftalide (gr. 3) con soda caustica pura (gr. 8) e vi ho aggiunto acqua tanto che la soda si fondesse verso 150°. Ho congiunto la stortina con un collettore munito di tubo con bolle ad acqua e poi l'ho scaldata a bagno d'olio raffreddando il collettore con ghiaccio. Fra 160-200° la reazione è stata assai viva, distillando un liquido che nel collo della storta formava strie scolorate con goccioline giallognole di ftalide inalterata. Verso 300° è cessato ogni segno di reazione rimanendo nella storta un residuo solido gialliccio.

Non si è svolto mai gas.

Il liquido raccolto, separato dalla ftalide inalterata, la quale era circa gr. 1,3, con due distillazioni sulla barite fornì il dietilchetone, che riduceva energicamente il nitrato d'argento ammoniacale, si combinava assai male col bisolfito sodico e bolliva a 99-102° (B = 733). La sua densità di vapore, determinata col metodo di Meyer, è risultata = 40,1 (H = 1): difatti da gr. 0,0499 di sostanza furono spostati c.c. 14,7 d'aria misurati a t 12°,2 e a B 730,5.

Il residuo solido della distillazione colla soda venne sciolto nell' acqua e dalla soluzione, acidulata con acido cloridrico, ottenni, estraendo coll' etere, una materia gialliccia cristallina. Questa materia fu sciolta nell' acqua calda e dalla soluzione, decolorata con carbone animale, si separò per raffreddamento un precipitato voluminoso in lamelle cristalline che raccolsi, lavai con acqua fredda e feci essiccare nel vuoto. Pesava gr. 0,24, si fondeva a 121-121°,5 come l'acido benzoico e di questo aveva tutti i caratteri e le proprietà.

Trattai le acque madri e quelle di lavatura di quest' acido benzoico con etere dal quale ottenni un residuo, che cristallizzato dall' acqua e seccato nel vuoto pesava gr. 0,25. Esso però si fondeva fra 121-125°. Allora lo sottoposi alla sublimazione fra 100-120° ed ottenni così acido benzoico purissimo, che si fondeva a 121-121°,5 ed un tenue residuo di acido ftalico da cui potei preparare la fluoresceina.

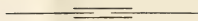
Il sale sodico, dunque, della dietilftalide, analogamente a quello della dimetiftalide, si è scisso in benzoato e dietilchetone nel modo indicato, salvo quella piccola quantità che può esser passata a ftalato sodico.

Ho ripetuto l'esperienza colla potassa e, com' era presumibile, l' ossidazione ad acido ftalico è stata maggiore: infatti, operando nel modo descritto, dal residuo solido della distillazione della dietilftalide colla potassa ho avuto un abbondante precipitato che non presentava i caratteri dell' altro; si fondeva a 208-209° (i cristalli di acido ftalico si fondono a 213°); scaldato di più si scisse in acqua ed in anidride ftalica, la quale però non si fondeva a 128°, come l'anidride ftalica pura, ma verso 125°. Allora sottoposi tutto il resto

alla sublimazione fra 100-120° e così ebbi acido benzoico, tre frazioni, (p. fus. 121-121°,5) ed un residuo d'acido ftalico che fu caratterizzato per il p. di fus. della sua anidride e per la fluoresceina cui dette luogo colla resorcina.

Anche la rendita in dietilchetone è stata minore.

Tornerò sopra queste esperienze onde meglio fissare alcune condizioni per ciò che riguarda specialmente la parte quantitativa, e intanto valga questa Nota come comunicazione preliminare.

P. B.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 2 maggio 1897.

F. Brioschi Presidente.

MEMORIE E NOTE

DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Meteorologia — *Pioggia con sabbia e semi.* Nota del Socio P. Tacchini.

Mentre il 24 Aprile 1897 dominava al sud d'Italia un' area di pressione anticiclonica, il 23 erasi formata una depressione sull'Algeria (746) con conseguente abbassamento barometrico in Italia e il 24 detta depressione più accentuata erasi trasportata nel golfo di Genova (743). Dominarono allora venti meridionali al centro e sud d'Italia ed ebbero luogo temporali con piogge, nelle quali piogge si trovò in diversi luoghi, come a Roma, misto del pulviscolo di origine certamente africana. Il direttore poi di Camerino prof. Berti ci comunica che alle 13^h del 24 con cielo oscurissimo e nubi quasi radenti a terra, ebbe luogo anche là un temporale con lampi tuoni e pioggia, alla quale si trovò mista della sabbia e qualche seme di *carrubo* oltre che qualcuno asserisce di aver raccolto anche qualche dattero; il detto direttore ci inviò un campione del pulviscolo da lui raccolto e alcuni dei semi pure caduti colla stessa pioggia, ciò che è prova ben chiara della provenienza meridionale di quell' uragano.

Astronomia. — *Sulla distribuzione in latitudine dei fenomeni solari osservati al R. Osservatorio del Collegio Romano nel 1° trimestre del 1897.* Nota del Socio P. Tacchini.

Dalle latitudini calcolate per ciascuna delle 222 protuberanze, per i 100 gruppi di facole e 42 di macchie, ho ottenuto i dati seguenti per la frequenza relativa dei diversi fenomeni in ciascuna zona degli emisferi solari:

1° trimestre 1897.

Latitudine	Protuberanze		Facole		Macchie	
90°÷80°	0,004					
80 ÷ 70	0,008					
70 ÷ 60	0,008					
60 ÷ 50	0,050		0,000			
50 ÷ 40	0,034	0,381	0,000			
40 ÷ 30	0,067		0,032	0,403		
30 ÷ 20	0,050		0,069		0,000	
20 ÷ 10	0,059		0,127		0,122	0,367
10 . 0	0,101		0,175		0,245	
0 — 10	0,156		0,185		0,306	
10 — 20	0,169		0,196		0,286	0,633
20 — 30	0,139		0,100	0,597	0,041	
30 — 40	0,038		0,063			
40 — 50	0,063	0,619	0,048			
50 — 60	0,042		0,005			
60 — 70	0,004					
70 — 80	0,008					
80 — 90	0,000					

In questo trimestre, come nel precedente le protuberanze furono molto più frequenti nelle zone australi, e figurano in quasi tutte le zone. Le protuberanze furono sempre abbastanza numerose dall' equatore fino a $\pm 60°$. Il massimo di frequenza per zona trovasi pure nell'emisfero sud da 0° a — 30°. Le facole, come le protuberanze, risultano molto più frequenti nelle zone australi col massimo nella zona (— 10° — 20°). Nell' emisfero sud, oltre ad una maggiore frequenza, si hanno pure latitudini maggiori per le facole in confronto dell' emisfero nord. Il massimo delle facole per zona corrisponde con quello delle protuberanze.

Anche i gruppi di macchie presentano una maggiore frequenza nelle zone australi, ove trovansi anche nella zona (— 20 — 30), mentre al nord si arrestano in quella di ($+10^\circ +20^\circ$). Il massimo per zona avvenne pure al sud dell' equatore, come nel trimestre precedente e la grande macchia del Gennaio stava pure nell' emisfero australe.

Matematica. — *Sulla generalizzazione della proprietà del determinante wronskiano.* Nota del Corrispondente S. Pincherle.

È nota la proprietà del determinante wronskiano di un sistema di n funzioni $\varphi_1, \varphi_2, \dots \varphi_n$ di una variabile x. Indicato con W questo determinante e con D la derivazione rispetto ad x, in guisa che

$$W = \begin{vmatrix} \varphi_1 & \varphi_2 \dots\dots & \varphi_n \\ D\varphi_1 & D\varphi_2 \dots\dots & D\varphi_n \\ \dots & \dots & \dots \\ D^{n-1}(\varphi_1) & D^{n-1}(\varphi_2) \dots & D^{n-1}(\varphi_n) \end{vmatrix},$$

la condizione necessaria e sufficiente affinchè le n funzioni siano linearmente dipendenti, cioè legate da una relazione della forma

$$(a) \qquad a_1 \varphi_1 + a_2 \varphi_2 + \cdots + a_n \varphi_n = 0 \,,$$

dove le $a_1, a_2, \dots a_n$ sono costanti, è espressa dall' essere W identicamente nullo.

Sono state date due estensioni di questa proprietà, nelle quali in luogo del determinante W se ne considera uno in cui all' operazione D è sostituita un'altra operazione distributiva. La prima vi sostituisce l' operazione di differenza finita: posto

$$\Delta\varphi(x) = \varphi(x+1) - \varphi(x) \,,$$

l' annullarsi identico del determinante

$$\begin{vmatrix} \varphi_1 & \varphi_2 \dots\dots & \varphi_n \\ \Delta\varphi_1 & \Delta\varphi_2 \dots\dots & \Delta\varphi_n \\ \dots & \dots & \dots \\ \Delta^{n-1}(\varphi_1) & \Delta^{n-1}(\varphi_2) \dots & \Delta^{n-1}(\varphi_n) \end{vmatrix}$$

esprime la condizione necessaria e sufficiente affinchè fra le n funzioni $\varphi_1, \dots \varphi_n$ passi una relazione della forma (a) ma in cui i coefficienti $a_1 \dots a_n$ sono fun-

zioni periodiche di x col periodo 1 [1]. La seconda estensione è stata data dal sig. Grévy [2], ed ecco, con qualche modificazione nelle notazioni, in che consiste. Sia $\mu(x)$ una funzione data, $S\varphi$ l'operazione che consiste nel sostituire, in $\varphi(x)$, alla variabile x la funzione data $\mu(x)$; onde la definizione immediata di $S^2, \ldots S^n$. L'essere il determinante

$$\begin{vmatrix} \varphi_1 & \varphi_2 \ldots\ldots & \varphi_n \\ S\varphi_1 & S\varphi_2 \ldots\ldots & S\varphi_n \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ S^{n-1}(\varphi_1) & S^{n-1}(\varphi_2) \ldots & S^{n-1}(\varphi_n) \end{vmatrix}$$

identicamente nullo esprime la condizione necessaria e sufficiente affinchè fra le n funzioni $\varphi_1, \varphi_2, \ldots \varphi_n$ passi una relazione della forma (a) in cui i coefficienti a_i sono funzioni che rimangono invariate colla operazione S [3].

Si presenta quindi naturale la ricerca di quelle operazioni distributive A tali che l'annullarsi del determinante

$$(b) \qquad V = \begin{vmatrix} \varphi_1 & \varphi_2 \ldots\ldots & \varphi_n \\ A\varphi_1 & A\varphi_2 \ldots\ldots & A\varphi_n \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ A^{n-1}(\varphi_1) & A^{n-1}(\varphi_2) \ldots & A^{n-1}(\varphi_n) \end{vmatrix}$$

implichi, come nei casi ora ricordati, una relazione semplice fra le funzioni $\varphi_1, \varphi_2, \ldots \varphi_n$; questa ricerca forma l'oggetto della presente Nota.

Analizzando le dimostrazioni che si sono date dei tre teoremi che abbiamo citati, si vede facilmente che esse si fondano sostanzialmente sulla espressione che si può dare delle operazioni che vi figurano (D, Δ ed S) quando queste operazioni si applicano ad un prodotto di due funzioni: in altri termini, quelle dimostrazioni si appoggiano al teorema di moltiplicazione verificato rispettivamente dalle operazioni, D, Δ ed S. Siamo condotti da ciò a ricercare quali operazioni ammettono un teorema di moltiplicazione analogo a quello soddisfatto dalle suddette operazioni e si trova senza difficoltà che esso non si presenta che per operazioni formate in modo semplice colle operazioni D ed S (§ 2). Per tali operazioni poi, l'annullarsi del determinante (b) esprime la condizione necessaria e sufficiente per il verificarsi di una relazione lineare

[1] Casorati, *Il calcolo delle differenze finite interpretato* ecc. § 7. Annali di Matematica, serie II, tomo X.

[2] *Étude sur les équations fonctionnelles.* Ch. VI. Ann. de l'Éc. Normale, IIIe série, tome XI.

[3] Il sig. Grévy dice (ciò che torna evidentemente lo stesso) che le a_i sono funzioni periodiche di periodo 1 di una funzione $b(x)$ tale che $Sb(x) = b(x) + 1$.

a coefficienti di forma speciale fra le funzioni $\varphi_1, \varphi_2 \dots \varphi_n$, ed il teorema così ottenuto contiene come casi particolari quello sul wronskiano, quello di Casorati e quello di Grévy (§§ 3-4).

1. Indichiamo, in ciò che segue, colle lettere minuscole dell'alfabeto greco le funzioni analitiche e con A un'operazione a determinazione unica che, applicata ad una funzione analitica, dia come risultato una funzione analitica, e che goda della proprietà distributiva:

$$A(\alpha + \beta) = A(\alpha) + A(\beta)$$

(operazione funzionale distributiva); inoltre l'operazione A, essendo a determinazione unica, ne segue

$$A(0) = 0 .$$

Supponiamo inoltre che l'operazione A verifichi un teorema di moltiplicazione, espresso dalla formula

$$A(\varphi\psi) = \alpha A(\varphi) A(\psi) + \beta(\varphi A(\psi) + \psi A(\alpha)) + \gamma\varphi\psi , \tag{1}$$

φ e ψ essendo due funzioni arbitrarie. Si vuole cercare a quali classi possa appartenere l'operazione A.

2. Si faccia, nella (1), $\psi = 1$ e si ponga $A(1) = \xi$: viene

$$A(\varphi) = (\alpha\xi + \beta) A(\varphi) + (\beta\xi + \gamma)\varphi ;$$

se ora l'operazione A non deve essere una semplice operazione di moltiplicazione — un'operazione cioè che consista nel moltiplicare una funzione arbitraria per una funzione fissa [1] — il che escludiamo, dovrà essere

$$\left\{ \begin{array}{l} \beta\xi + \gamma = 0 , \\ \alpha\xi + \beta = 1 . \end{array} \right. \tag{2}$$

Da queste, risulta fra i coefficienti α, β, γ della (1) la relazione

$$\beta(\beta - 1) = \alpha\gamma . \tag{3}$$

Distinguiamo ora due casi, secondo che α è uguale a zero o diverso da zero.

I. Se è $\alpha = 0$, viene $\beta = 1$, onde la (1) diviene:

$$A(\varphi\psi) = \varphi A(\psi) + \psi A(\varphi) + \gamma\varphi\psi .$$

[1] Per l'operazione di moltiplicazione, ogni determinante (b) è identicamente nullo.

Si faccia $\psi = x$, e si ponga

$$A(x) + \gamma x = \eta ;$$

viene

$$A(x\varphi) - xA(\varphi) = \eta\varphi ,$$

onde si conclude ([1]) che A è una forma differenziale lineare di prim'ordine, vale a dire

$$A(\varphi) = \eta D\varphi + \xi\varphi ,$$

ed essendo, per la prima delle (2), $\xi = -\gamma$, viene precisamente

$$A(\varphi) = \eta D\varphi - \gamma\varphi . \tag{4}$$

II. Sia ora $\alpha \neq 0$. La (1) si può scrivere

$$\alpha A(\varphi\psi) = (\alpha A(\varphi) + \beta\varphi)(\alpha A(\psi) + \beta\psi) + (\alpha\gamma - \beta^2)\varphi\psi ,$$

ma per la (3)

$$\alpha\gamma - \beta^2 = -\beta ,$$

onde, posto

$$\alpha A(\varphi) + \beta\varphi = B(\varphi) \tag{5}$$

la relazione di moltiplicazione (1) prende la forma

$$B(\varphi\psi) = B(\varphi) B(\psi) ,$$

cioè l'operazione B è distributiva, oltrecchè rispetto all'addizione, anche rispetto alla moltiplicazione. Essa non differisce dunque ([2]) da un'operazione S di sostituzione, onde si conclude dalla (5):

$$A(\varphi) = \frac{1}{\alpha} S(\varphi) - \frac{\beta}{\alpha}\varphi . \tag{6}$$

Le (4) e (6) dànno così la forma generale delle operazioni distributive che ammettono un teorema di moltiplicazione della forma (1).

3. Dico ora che l'annullarsi del determinante V (formula (*b*)) quando l'operazione A soddisfa ad un teorema di moltiplicazione (1), è condizione necessaria e sufficiente perchè fra le funzioni $\varphi_1, \varphi_2, \dots \varphi_n$, passi una relazione lineare omogenea

$$\pi_1\varphi_1 + \pi_2\varphi_2 + \cdots + \pi_n\varphi_n = 0 , \tag{7}$$

([1]) V. la mia Nota: *Sulle operazioni funzionali distributive* (§ 9, *c*). Rendiconti della R. Accad. dei Lincei, serie 5ª, tomo IV, 1895.

([2]) V. la Nota citata: *Sulle operazioni funzionali distributive*, § 9, *e*.

dove $\pi_1, \pi_2, \ldots \pi_n$ sono soluzioni di una medesima equazione funzionale della forma

$$A(\pi) = \lambda\pi. \tag{8}$$

I. La condizione è necessaria. Infatti, applicando ad ambo i membri della (7) l'operazione A, tenendo conto della formula (1) e della relazione (8) cui soddisfano le π_i, otteniamo

$$(\alpha\lambda + \beta) \sum_{i=1}^{n} \pi_i \, A(\varphi_i) + (\beta\lambda + \gamma) \sum_{i=1}^{n} \pi_i \, \varphi_i = 0 ,$$

onde

$$(\alpha\lambda + \beta) \sum_{i=1}^{n} \pi_i \, A(\varphi_i) = 0 .$$

Ma $\alpha\lambda + \beta$ non può essere nullo, nè nel caso di $\alpha = 0$, nè in quello di $\alpha \neq 0$: in questo ultimo caso infatti, essendo A data dalla (6), ne risulterebbe, per essere

$$\lambda = -\frac{\beta}{\alpha},$$

che la (8) si ridurrebbe a

$$\frac{1}{\alpha} S(\pi) = 0 ,$$

equazione che non ammette altra soluzione fuori di $\pi = 0$. Onde si conclude

$$\sum_{i=1}^{n} \pi_i \, A(\varphi_i) = 0 ,$$

ed analogamente

$$\sum_{i=1}^{n} \pi_i \, A^2(\varphi_i) = 0 , \ldots\ldots \sum_{i=1}^{n} \pi_i \, A^{n-1}(\varphi_i) = 0 ,$$

onde eliminando $\pi_1, \pi_2, \ldots \pi_n$, si ottiene $V = 0$, c. d. d.

II. La condizione è sufficiente. Infatti se V è uguale a zero, esistono n funzioni $\varrho_1, \varrho_2, \ldots \varrho_n$ tali che sia

$$\tag{9} \left\{ \begin{array}{l} \varrho_1 \varphi_1 + \varrho_2 \varphi_2 + \cdots + \varrho_n \varphi_n = 0 , \\ \varrho_1 A(\varphi_1) + \varrho_2 A(\varphi_2) + \cdots + \varrho_n A(\varphi_n) = 0 , \\ \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\ \varrho_1 A^{n-1}(\varphi_1) + \varrho_2 A^{n-1}(\varphi_2) + \cdots + \varrho_n A^{n-1}(\varphi_n) = 0 . \end{array} \right.$$

Si eseguisca l'operazione A sui due membri delle prime $n-1$ delle equazioni (9) e si otterrà, per la (1):

$$\sum_{i=1}^{n} \{ (\alpha \, A(\varrho_i) + \beta\varrho_i) \, A^{r+1}(\varphi_i) + (\beta \, A(\varrho_i) + \gamma\varrho_i) \, A^r(\varphi_i) \} = 0 ,$$
$$(r = 0, 1, 2, \ldots n-2)$$

da cui

$$\sum_{i=1}^{n} A(\varrho_i)\left(\alpha A^{r+1}(\varphi_i) + \beta A^r(\varphi_i)\right) = 0 .$$

Ma moltiplicando una delle (9) per α, la precedente per β e sommando, si ottiene il sistema

$$\sum_{i=1}^{n} \varrho_i \left(\alpha A^{r+1}(\varphi_i) + \beta A^r(\varphi_i)\right) = 0 ,$$
$$(r = 0, 1, 2, \dots n-2)$$

onde si conclude che le ϱ_i e le $A(\varrho_i)$, date dal medesimo sistema di $n-1$ equazioni lineari omogenee, sono proporzionali. Si ha dunque

$$\frac{A(\varrho_1)}{\varrho_1} = \frac{A(\varrho_2)}{\varrho_2} = \dots = \frac{A(\varrho_n)}{\varrho_n} = \lambda ,$$

il che dimostra il teorema.

4. Ricordiamo ora (§ 2) che le due classi di operazioni che ammettono un teorema di moltiplicazione della forma (1) sono le

$$\eta\, D\varphi - \gamma\varphi \; , \; \frac{1}{\alpha} S\varphi - \frac{\beta}{\alpha}\varphi .$$

Per le prime, l'equazione funzionale (8) diviene

$$\eta\, D\varphi = (\gamma + \lambda)\varphi ,$$

le cui soluzioni non possono differire se non per un moltiplicatore costante; per le seconde l'equazione (8) dà:

$$S(\varphi) = (\beta + \alpha\lambda)\varphi ,$$

ed il rapporto di due soluzioni di questa equazione è una funzione ω tale che

$$S(\omega) = \omega ,$$

cioè una funzione invariante rispetto all'operazione S.

Riassumendo, abbiamo trovato che:

« Indicando con D l'operazione di derivazione e con S quella di sosti-
« tuzione, le espressioni

$$\mu\, D\varphi + \nu\varphi \; , \; \mu\, S\varphi + \nu\varphi ,$$

« danno tutte e sole le operazioni funzionali A che ammettono un teorema « di moltiplicazione della forma (1). E date n funzioni $\varphi_1, \varphi_2, \dots \varphi_n$, l'an- « nullarsi identico del determinante

$$V = \begin{vmatrix} \varphi_1 & \varphi_2 \dots\dots & \varphi_n \\ A(\varphi_1) & A(\varphi_2) \dots\dots & A(\varphi_n) \\ \dots & \dots & \dots \\ A^{n-1}(\varphi_1) & A^{n-1}(\varphi_2) \dots & A^{n-1}(\varphi_n) \end{vmatrix}$$

« esprime, nel caso delle operazioni $\mu D + \nu$, la condizione necessaria e suffi- « ciente affinchè fra le n funzioni φ_i passi una relazione lineare omogenea « a coefficienti costanti, e nel caso delle operazioni $\mu S + \nu$ la condizione « necessaria e sufficiente affinchè fra le stesse funzioni passi una relazione « lineare omogenea a coefficienti invarianti rispetto all' operazione S ».

5. Diremo che una operazione distributiva A ammette un periodo ω, quando esiste una funzione ω tale che, qualunque sia la funzione φ, si abbia

$$A(\omega\varphi) = \omega A(\varphi).$$

Per le operazioni della forma (4), ogni costante è un periodo, e si vede immediatamente che non vi possono essere periodi che non siano costanti, poichè da

$$\eta D(\omega\varphi) - \gamma\omega\varphi = \omega(\eta D\varphi - \gamma\varphi),$$

risulta $D\omega = 0$. Per le operazioni della forma (6) ogni funzione lasciata invariata da S è un periodo e si vede chiaramente che non ve ne possono essere altri. Talchè il teorema del paragrafo precedente si può enunciare più concisamente nei seguenti termini:

« Per le operazioni A che ammettono un teorema di moltiplicazione « della forma (1), l' annullarsi identico del determinante V esprime la con- « dizione necessaria e sufficiente affinchè fra le n funzioni $\varphi_1, \varphi_2, \dots \varphi_n$ passi « una relazione lineare omogenea a coefficienti periodici in A ».

Matematica. — *Sulle equazioni lineari del secondo ordine del tipo iperbolico, la cui serie di Laplace è finita in ambedue i sensi.* Nota del prof. O. NICCOLETTI, presentata dal Socio V. CERRUTI [1].

In una Nota, inserita nei Rendiconti di questa R. Accademia [2], sulla teoria delle trasformazioni differenziali ed integrali delle equazioni lineari

[1] Presentata nella seduta del 25 aprile 1897.

[2] Niccoletti, *Sulla trasformazione delle equazioni lineari omogenee del 2º ordine con due variabili indipendenti* (Rendiconti Lincei, 2 agosto 1896). In seguito indicheremo questa Nota colla lettera N. I teoremi ivi enunciati sono dimostrati in una mia Memoria, collo stesso titolo, ora in pubblicazione negli Annali della S. N. Sup. di Pisa.

omogenee del secondo ordine con due variabili indipendenti, ho enunciato il risultato che l'illimitata applicazione all'equazione elementare:

$$s = 0$$

delle trasformazioni integrali singolari del 1° ordine (in quella Nota indicate con σ e τ) dà un mezzo per costruire *tutte* le equazioni lineari del secondo ordine, il cui integral generale contiene in modo esplicito le due funzioni arbitrarie. Mi propongo in quel che segue, di dare la dimostrazione di questo teorema.

1. Rammentiamo alcuni risultati relativi alle trasformazioni integrali singolari del 1° ordine delle equazioni del tipo iperbolico.

Data una tale equazione:

$$\Omega(z) = s + ap + bq + cz = 0 \ , \tag{1}$$

indicandone con z l'integral generale, con u_0 una soluzione particolare dell'equazione aggiunta $\Phi(u) = 0$, le due trasformate integrali singolari corrispondenti alla soluzione u_0, sono:

$$(2)\ \sigma = \int u_0\, \Omega_2(z)\, dx + z\Phi_1(u_0)\, dy = \int u_0(p + bz)\, dx + z\left(\frac{\partial u_0}{\partial y} - au_0\right)dy\text{ (1)}$$

$$(3)\ \tau = \int z\Phi_2(u_0)\, dx + u_0\, \Omega_1(z)\, dy = \int z\left(\frac{\partial u_0}{\partial x} - bu_0\right)dx + u_0(q + az)\, dy\ ;$$

e soddisfano (rispettivamente) per ogni valore di z alle equazioni:

$$\Gamma(\sigma) = \frac{\partial^2 \sigma}{\partial x \partial y} - \frac{1}{u_0}\Phi_1(u_0)\frac{\partial \sigma}{\partial x} - \frac{k(u_0)}{\Phi_1(u_0)}\frac{\partial \sigma}{\partial y} = 0; \tag{2*}$$

$$\Pi(\tau) = \frac{\partial^2 \tau}{\partial x \partial y} - \frac{hu_0}{\Phi_1(u_0)}\frac{\partial \tau}{\partial x} - \frac{1}{u_0}\Phi_2(u_0)\frac{\partial \tau}{\partial y} = 0; \tag{3*}$$

(essendo h e k gli invarianti, secondo Darboux, dell'equazione (1)) e ne sono gli integrali generali.

Dalle formule (2) e (3) risulta derivando:

$$z = \frac{1}{\Phi_1(u_0)}\frac{\partial \sigma}{\partial y}; \quad z = \frac{1}{\Phi_2(u_0)}\frac{\partial \tau}{\partial x} \tag{4}$$

cioè:

(1) Cf. N. formule (13) e (14). Vi è in queste un errore d'impressione; vanno dunque corrette come sopra sono scritte.

Le trasformazioni inverse delle due trasformazioni integrali singolari sono le due trasformazioni del Lewy, corrispondenti alle due soluzioni particolari $\sigma = 1$, $\tau = 1$ *delle equazioni* ($2^\star$) *e* ($3^\star$) (1).

Inoltre, indicando con h_σ, k_σ; h_τ, k_τ gli invarianti della ($2^\star$) e della ($3^\star$) si ha:

$$\left\{\begin{array}{l} h_\sigma = \dfrac{1}{{u_0}^2}\,\Phi_1(u_0)\,\Phi_2(u_0)\,; \quad k_\sigma = \dfrac{k u_0}{\Phi_1(u_0)}\left\{\dfrac{\partial \log \Phi_1(u_0)}{\partial y} - a - \dfrac{\partial \log k}{\partial y}\right\}; \\ h_\tau = \dfrac{h u_0}{\Phi_2(u_0)}\left\{\dfrac{\partial \log \Phi_2(u_0)}{\partial x} - b\,\dfrac{\partial \log h}{\partial x}\right\}; \quad k_\tau = \dfrac{1}{{u_0}^2}\,\Phi_1(u_0)\,\Phi_2(u_0)\,. \end{array}\right.$$

Segue di qui una conseguenza importante. Indichiamo infatti con $M(\eta) = 0$ l'equazione aggiunta della ($2^\star$), con η il suo integral generale, con $M_1(\eta)$, $M_2(\eta)$, $\Gamma_1(\sigma)$, $\Gamma_2(\sigma)$ le rispettive componenti del 1° ordine. Ricordando allora che la ($2^\star$) ammette la soluzione particolare $\sigma = 1$, avremo, applicando la stessa trasformazione che dalla z fa passare alla σ, che la funzione:

$$\psi = \int M_2(\eta)\,dx + \eta\,\Gamma_1(1)\,dy$$

è l'integral generale della equazione:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x\,\partial y} - \Gamma_1(1)\frac{\partial \psi}{\partial x} - \frac{k_\eta}{\Gamma_1(1)}\,\frac{\partial \psi}{\partial y} = 0\,;$$

ossia, poichè:

$$\Gamma_1(1) = -\frac{1}{u_0}\,\Phi_1(u_0)\,, \quad k_\eta = h_\sigma\,,$$

dell'equazione:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x\,\partial y} + \left(\frac{\partial \log u_0}{\partial y} - a\right)\frac{\partial \psi}{\partial x} + \left(\frac{\partial \log u_0}{\partial x} - b\right)\frac{\partial \psi}{\partial y} = 0\,;$$

il che dimostra che la funzione:

$$u = u_0\,\psi$$

è l'integral generale della $\Phi(u) = 0$. Abbiamo cioè il teorema:

Eseguendo sulla equazione aggiunta della ($2^\star$) (*o della* ($3^\star$)) *la medesima trasformazione che porta dalla* z *alla* σ (*oppure alla* τ)*, colla soluzione particolare* $\sigma = 1$ (*o* $\tau = 1$), *si ottiene un'equazione equivalente alla* $\Phi(u) = 0$, *aggiunta della data.*

Indicando poi con ζ l'integral generale della equazione aggiunta alla (3), dalle formule superiori segue anche:

$$\eta = \frac{-u_0}{\Phi_1(u_0)}\,\frac{\partial \dfrac{u}{u_0}}{\partial y}\,; \quad \zeta = \frac{-u}{\Phi_2(u_0)}\,\frac{\partial \dfrac{u}{u_0}}{\partial x}\,, \tag{5}$$

(1) Cf. N., n. 2.

dalle quali si ha senz'altro il teorema:

Gli integrali generali delle equazioni aggiunte della (2*) *e della* (3*) *si ottengono da quello della equazione aggiunta della* (1) *(rispettivamente) colle due trasformazioni del Lewy corrispondenti alla soluzione particolare u_0 che ha servito alla trasformazione.*

Osserviamo infine che se l'equazione (1) è integrabile col metodo di Laplace e più precisamente, secondochè la serie di Laplace relativa alla (1) è finita in un solo senso, oppure in tutti due i sensi delle variabili x ed y, altrettanto accade di ogni sua trasformata differenziale ed integrale. Questo è evidente per le trasformazioni differenziali: per le integrali risulta immediatamente da un teorema di Darboux (1).

2. Andiamo ora a costruire tutte le equazioni lineari del secondo ordine che hanno un integrale generale esplicito nelle due funzioni arbitrarie. Esse ci saranno date dalla applicazione ripetuta delle trasformazioni singolari σ e τ.

Supponiamo infatti che la serie di Laplace relativa alla equazione (1) sia finita in ambo i sensi e quindi il suo integral generale abbia la forma:

$$(6)\qquad z = \mathrm{A}\mathrm{X} + \mathrm{A}_1\mathrm{X}' + \cdots + \mathrm{A}_{h-1}\mathrm{X}^{(h-1)} + \mathrm{B}\mathrm{Y} + \mathrm{B}_1\mathrm{Y}' + \cdots + \mathrm{B}_{k-1}\mathrm{Y}^{(k-1)},$$

(essendo X una funzione arbitraria della sola x, Y della sola y); sia, cioè, di rango h rispetto ad x, k rispetto ad y (2). Ponendo allora:

$$(7)\qquad \begin{cases} f_1(t) = \mathrm{A}t + \mathrm{A}_1 \dfrac{\partial t}{\partial x} + \cdots + \mathrm{A}_{h-1} \dfrac{\partial^{h-1} t}{\partial x^{h-1}} \\ f_2(t) = \mathrm{B}t + \mathrm{B}_1 \dfrac{\partial t}{\partial y} + \cdots + \mathrm{B}_{k-1} \dfrac{\partial^{h-1} t}{\partial y^{k-1}}, \end{cases}$$

sarà:

$$(6^\star)\qquad z = f_1(\mathrm{X}) + f_2(\mathrm{Y}).$$

L'integral generale u della equazione aggiunta sarà allora di rango k rispetto ad x, h rispetto ad y (3); avrà dunque la forma:

$$(8)\quad u = \alpha\mathrm{X} + \alpha_1\mathrm{X}' + \cdots + \alpha_{k-1}\mathrm{X}^{(k-1)} + \beta\mathrm{Y} + \beta_1\mathrm{Y}' + \cdots + \beta_{h-1}\mathrm{Y}^{(h-1)} = h_1(\mathrm{X}) + h_1(\mathrm{Y})$$

dove:

$$(9)\qquad \begin{cases} h_1(t) = \alpha t + \alpha_1 \dfrac{\partial t}{\partial x} + \cdots + \alpha_{k-1} \dfrac{\partial^{k-1} t}{\partial x^{k-1}} \\ h_2(t) = \beta t + \beta_1 \dfrac{\partial t}{\partial y} + \cdots + \beta_{h-1} \dfrac{\partial^{h-1} t}{\partial y^{h-1}}. \end{cases}$$

(1) Cf. Darboux, *Leçons sur la théorie générale des surfaces*, vol. II, pag. 151.
(2) Cf. Darboux, l. c., pag. 36.
(3) Id., l. c., pag. 96.

Indichiamo inoltre con $g_1(t)$, $g_2(t)$ i *polinomî aggiunti* di $f_1(t)$, $f_2(t)$; per i quali si hanno dunque le identità:

$$(10) \qquad \begin{cases} v f_1(t) - t g_1(v) = \dfrac{\partial}{\partial x} B_1(t, v) \\ v f_2(t) - t g_2(v) = \dfrac{\partial}{\partial y} B_2(t, v) \end{cases}$$

essendo B_1, B_2 forme bilineari in t, v e nelle loro derivate fino a quelle degli ordini $h-2$, $k-2$ rispettivamente [1].

Ciò posto, sia ω una soluzione particolare della $\Phi(u) = 0$, data dalla (8) per $X = X_1$, $Y = Y_1$: e poniamo:

$$z' = f_1(X) \;;\quad z'' = f_2(Y) \;;\quad \omega' = h_1(X_1) \;;\quad \omega'' = h_2(Y_1)$$

e quindi:

$$z = z' + z'' \;;\quad \omega = \omega' + \omega'' .$$

Dalla formula (2) avremo allora, facendosi $u_0 = \omega$, che la funzione:

$$\sigma = \sigma' + \sigma''$$

dove:

$$\sigma' = \int \omega\, \Omega_2(z')\, dx + z' \Phi_1(\omega)\, dy = \omega z' - \int z' \,\Phi_2(\omega)\, dx + \omega \Omega_1(z')\, dy ,$$

$$\sigma'' = \int \omega\, \Omega_2(z'')\, dx + z'' \Phi_1(\omega)\, dy ,$$

è l'integral generale di un'equazione del secondo ordine, che si ha dalla (2*) facendosi $u_0 = \omega$. Ma dalla prima delle (10), facendovi:

$$v = \Phi_2(\omega) \;;\quad t = X \;;$$

abbiamo:

$$z' \Phi_2(\omega) = X g_1(\Phi_2(\omega)) + \frac{\partial}{\partial x} B_1(X, \Phi_2(\omega)),$$

e quindi anche, sostituendo in σ' ed eseguendo parzialmente l'integrazione:

$$\sigma' = \omega z' - B_1(X, \Phi_2(\omega)) - \int X g_1(\Phi_2(\omega))\, dx + \left\{ \omega \Omega_1(z') - \frac{\partial}{\partial y} B_1(X, \Phi_2(\omega)) \right\} dy .$$

Ne segue [2]:

$$\omega \Omega_1(z') - \frac{\partial}{\partial y} B_1(X, \Phi_2(\omega)) = 0 ,$$

[1] L. c., pag. 99.

[2] Darboux, l. c., pag. 154.

$g_1(\Phi_2(\omega'')) = 0$; $g_1(\Phi_2(\omega)) = g_1(\Phi_2(\omega')) = \varphi_1(X_1) =$ funzione della sola x;
e quindi:

$$\sigma' = \omega z' - B_1(X, \Phi_2(\omega)) - \int X\varphi_1(X_1)\, dx \, .$$

Affatto analogamente, ponendo nella seconda delle (10):

$$v = \Phi_1(\omega) \ ; \quad t = Y \ ,$$

abbiamo:

$$z''\Phi_1(\omega) = Yg_2(\Phi_1(\omega)) + \frac{\partial}{\partial y} B_2(Y, \Phi_1(\omega));$$

e quindi:

$$\sigma'' = B_2(Y, \Phi_1(\omega)) + \int \left\{ \omega\Omega_2(z'') - \frac{\partial}{\partial x} B_2(Y, \Phi_1(\omega)) \right\} dx + Yg_2(\Phi_1(\omega))\, dx \, ;$$

donde deduciamo di nuovo ([1]):

$$\omega\Omega_2(z'') - \frac{\partial}{\partial x} B_2(Y, \Phi_1(\omega)) = 0;$$

$g_2(\Phi_1(\omega')) = 0$; $g_2(\Phi_1(\omega)) = g_2(\Phi_1(\omega'')) = \varphi_2(Y_1) =$ funzione della sola y;
e quindi:

$$\sigma'' = B_2(Y, \Phi_1(\omega) + \int Y\varphi_2(Y_1)\, dy \, ;$$

donde finalmente:

$$(11) \quad \sigma = \omega f_1(X) - B_1(X, \Phi_2(\omega)) + B_2(Y, \Phi_1(\omega)) - \int X\varphi_1(X_1) dx + \int Y\varphi_2(Y_1) dy \, .$$

Da questa espressione di σ segue che, quando le due funzioni X_1 ed Y_1 non siano tali da annullare $\varphi_1(X_1)$, $\varphi_2(Y_1)$, si può avere σ libero da ogni segno di quadratura, sostituendo alle due funzioni arbitrarie X ed Y le nuove funzioni arbitrarie: $\frac{X'}{\varphi_1(X_1)}$; $\frac{Y'}{\varphi_2(Y_1)}$. Si ha così:

$$(11^*) \quad \sigma = \omega f_1\left(\frac{X'}{\varphi_1(X_1)}\right) - B_1\left(\frac{X'}{\varphi_1(X_1)}, \ \Phi_2(\omega)\right) + B_2\left(\frac{Y'}{\varphi_2(Y_1)}, \Phi_1(\omega)\right) - X + Y;$$

si ha cioè per σ un'espressione di rango $h + 1$ rispetto ad x, k rispetto ad y ([2]).

([1]) Cf. Darboux, l. c., pag. 154.

([2]) Veramente la (11*) e la (12) dimostrano che σ è *al più* di rango $h + 1$ rispetto ad x, k rispetto ad y e τ di rango h rispetto ad x, $k + 1$ rispetto ad y al più: ma si noti che la z, essendo di rango h rispetto ad x, k rispetto ad y, si annulla (cf. Darboux, l. c., pag. 48-52) per $h + k - 1$ coppie di funzioni:

$$(x_i y_i) \quad i = 1, 2 \ldots h + k - 1$$

linearmente indipendenti. Di qui è chiaro (Darboux, l. c., pag. 158) che la σ e la τ si annullano per le coppie:

$$\left(\int x_i \varphi_1(X_1)\, dx \ , \ \int y_i \varphi_2(Y_1)\, dy \right)$$

e per l'altra (1, 1). Ne segue che la somma dei loro ranghi è uguale ad $h + k - 1$ e quindi effettivamente σ è di rango $h + 1$ rispetto ad x, k rispetto ad y, τ di rango h e $k + 1$.

Affatto analogamente dalla (3) deduciamo, facendovi $u_0 = \omega$, sempre nell'ipotesi di $\varphi_1(X_1) \neq 0$, $\varphi_2(Y_1) \neq 0$:

$$(12)\ \tau = \omega f_2\left(\frac{Y'}{\varphi_2(Y_1)}\right) + B_1\left(\frac{X'}{\varphi_1(X_1)}, \Phi_2(\omega)\right) - B_2\left(\frac{Y'}{\varphi_2(Y_1)}, \Phi_1(\omega)\right) + X - Y;$$

si ha cioè per τ un'espressione di rango h rispetto ad x, $k+1$ rispetto ad y [1].

Noi diremo che un'equazione di Laplace è di rango h rispetto ad x, k rispetto ad y, quando tale è il rango del suo integral generale. Abbiamo allora il teorema:

La trasformazione singolare σ (o τ), definita dalla formula (2) (o (3)), conduce in generale da equazioni di rango finito rispetto ad x e ad y, ad equazioni, il cui rango rispetto ad y (o ad x) rimane invariato, quello rispetto ad x (o ad y) aumenta invece di una unità.

3. Consideriamo ora il caso escluso, nel quale una o tutte due le espressioni $\varphi_1(X_1)$, $\varphi_2(Y_1)$ siano uguali allo zero. L'esistenza di tali funzioni X_1, Y_1 risulta subito dalla ripetizione di un ragionamento di Darboux [2]; essa è dunque fuori di dubbio.

Supponendo allora ad es. che sia la sola $\varphi_1(X_1) = 0$, mentre $\varphi_2(Y_1) \neq 0$, la (11) dimostra che σ è di rango h rispetto ad x, k rispetto ad y al più: ma, osservando che essa si annulla per le $h+k-1$ coppie linearmente indipendenti:

$$\left(x_i, \int y_i \varphi_2(Y_1)\, dy\right) \quad i = 1, 2 \ldots h+k-1$$

si deduce che essa è effettivamente di rango h rispetto ad x, k rispetto ad y. Il medesimo ragionamento dimostra che in questo caso τ è di rango $h-1$ rispetto ad x, $k+1$ rispetto ad y.

Una conclusione affatto analoga vale quando sia invece $\varphi_1(X_1) \neq 0$, $\varphi_2(Y_1) = 0$; basta per questo scambiare h con k, x con y, σ con τ.

Quando poi sia insieme $\varphi_1(X_1) = 0$, $\varphi_2(Y_1) = 0$, allora la (11) e l'analoga in τ dimostrano che σ è al più di rango h rispetto ad x, $k-1$ rispetto ad y; e τ al più di rango $h-1$ rispetto ad x, k rispetto ad y. La somma dei due ranghi è in tutti due i casi diminuita dunque almeno di un'unità. Ma si ricordi che le inverse delle due trasformazioni σ e τ sono due trasformazioni del Lévy, e si faccia l'osservazione evidente che una tale trasformazione può aumentare al più di una unità uno dei due ranghi dell'equazione a cui si applica: ne dedurremo allora subito che σ è di rango h rispetto ad x, k rispetto ad y; τ di rango $h-1$ rispetto ad x, k rispetto ad y. Possiamo quindi enunciare il teorema:

[1] Cf. la nota [2] della pag. ant.

[2] Cf. Darboux, l. c., pag. 159.

Se l'integrale ω *della* $\Phi(u)=0$ *è tale che sia* $\varphi_1(X_1)=0$, $\varphi_2(Y_1)\neq 0$, *(oppure* $\varphi_1(X_1)\neq 0$, $\varphi_2(Y_1)=0$*) la trasformazione singolare* σ *(o* τ*) conduce da equazioni di rango finito rispetto ad* x *ed ad* y, *ad equazioni del medesimo rango tanto rispetto ad* x *come rispetto ad* y: *l'altra trasformazione singolare* τ *(o* σ*) conduce invece ad equazioni, il cui rango rispetto ad* x *(o ad* y*) è diminuito di un'unità; quello rispetto ad* y *(o ad* x*) è aumentato invece di una unità.*

Quando poi sia insieme $\varphi_1(X_1)=0$, $\varphi_2(Y_1)=0$, *la trasformazione* σ *(o* τ*) conduce ad equazioni, il cui rango rispetto ad* x *(o ad* y*) è diminuito di un'unità; quello rispetto ad* y *(o ad* x*) è rimasto lo stesso.*

4. Sia data allora un'equazione *qualunque* di rango h rispetto ad x, k rispetto ad y e si consideri la sua equazione aggiunta (di rango k rispetto ad x, h rispetto ad y). Da questa equazione potremo allora, mediante $h+k-2$ trasformazioni σ e τ opportunamente scelte, pervenire ad un'equazione di rango 1 rispetto ad x e ad y, cioè (a meno di un cambiamento di funzione incognita) alla equazione:

$$s=0\,.$$

Tenendo conto allora del teorema, dimostrato in fine del n. 1, e della reciprocità che in certa guisa esso stabilisce tra le equazioni in z ed in σ, potremo ancora dalla equazione superiore con $h+k-2$ trasformazioni opportune σ e τ ottenere l'equazione data: e quindi:

Tutte le equazioni lineari del secondo ordine, del tipo iperbolico, che hanno un integrale generale esplicito nelle due funzioni arbitrarie, si ottengono dall'equazione:

$$s=0$$

mediante l'applicazione ripetuta delle trasformazioni singolari σ *e* τ.

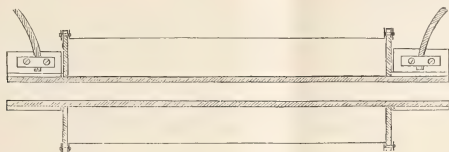
È così dimostrato il teorema enunciato in principio.

Chimica. — *Sopra un forno elettrico tubulare* (1). Nota di Demetrio Helbig, presentata dal Socio Cannizzaro.

Il forno elettrico di Henry Moissan, l'istrumento di riscaldamento il più potente di cui oggidì disponga la chimica, si presta maravigliosamente per tutte quelle operazioni, in cui occorre portare ad altissima temperatura una capacità ristretta: e ciò per la forma stessa dell'agente calorifico, l'arco voltaico. È però impossibile di mantenere per un certo tempo la temperatura costante, ad una altezza che non superi quella necessaria per certe determinate esperienze, e di estendere l'arroventamento ad un tratto alquanto esteso.

(1) Lavoro eseguito nell'Istituto chimico della R. Università di Roma.

Per ottenere questi due intenti, ho adottato la costruzione seguente:

Una cassetta di lamiera di ferro, di sezione rettangolare, è chiusa alle due estremità da diaframmi forati, in sostanza refrattaria (cartone d'amianto, magnesia compressa, ecc.). Attraverso ai fori dei diaframmi passa un tubo

di carbone (lunghezza m. 0,50, diametro interno m. 0,020, spessore della parete m. 0,005) stretto alle estremità da robusti manicotti di ferro, ai quali si attaccano le treccie di rame adduttrici della corrente elettrica. Su una delle faccie della cassetta è praticata una finestrina, chiusa da una lastrina di mica.

Accrescendo gradatamente l'intensità della corrente, si porta il tubo di carbone dalla temperatura dell'ambiente al bianco vivissimo.

Con una corrente di 250 ampère, alla tensione di 40 volt, una canna di porcellana di Bayeux, introdotta nel tubo, si è potuta, dopo 6 minuti di funzionamento dell'apparecchio, tirare ed incurvare come si fa del vetro col cannello ferruminatorio.

Nei primi momenti dell'incandescenza una piccola parte del carbonio del tubo brucia a spese dell'ossigeno contenuto nell'aria che riempie la cassetta: ma dopo pochi istanti questa resta piena d'un'atmosfera inerte di azoto ed ossido di carbonio, che sul carbonio non ha più azione di sorta.

Il vantaggio principale dell'apparecchio consiste nella facilità di mantenere costante la temperatura, colla semplice manovra d'un reostata che mantiene costante l'intensità della corrente.

Fisiologia. — *Come agiscano gli eccitamenti cutanei chimici e luminosi sulla formazione dei globuli rossi del sangue* [1]. Nota del prof. H. Kronecker in collaborazione col dott. A. Marti, presentata dal Socio Luciani.

Uno di noi nell'autunno del 1890 fu incaricato dal Consiglio Federale Svizzero, di risolvere la questione « se ed in quali condizioni fosse possibile « la costruzione e l'esercizio di una strada ferrata sulla Jungfrau, senza « pregiudicare in alcun modo la vita e la salute delle persone ».

[1] Esperimenti eseguiti nell'Istituto fisiologico dell'Università di Berna.

Risultò subito che le osservazioni precedentemente raccolte non bastavano per dare un giudizio sicuro.

Gli studî sopra l'azione dell'aria rarefatta sul polso, sulla respirazione, sull'energia muscolare, ed anche sull'azione di considerevoli altezze, come quella del Plateau, presso al Breithorn, sopra Zermatt (3750 m.) che uno di noi pubblicò nel dicembre del 1894, in un'appendice alla domanda di concessione per la ferrovia sulla Jungfrau, condussero alle seguenti conclusioni:

1) Il mal di montagna si osserva nelle diverse persone ad altitudini diverse.

2) Ad altitudini sopra i 3000 m. si manifesta in *tutte le persone*, appena queste eseguiscano movimenti forzati. Ma il medesimo lavoro porta anche persone diverse in diversissimo grado di malessere. In molti individui i movimenti più insignificanti cagionano gravi accidenti.

3) Regioni montuose diverse (di uguale altezza) dispongono in grado affatto differente al mal di montagna; le cime libere di solito meno che le valli protette.

4) Persone sane trasportate (*passivamente*) fino a circa 4000 m., non subiscono danni della salute, nè risentono alcuna sofferenza subiettiva; ma, non appena compiono un movimento qualsiasi, vengono assaliti da sgradevoli ed anche minacciosi disturbi circolatorî.

Tutti i sintomi fanno ritenere il male di montagna come dovuto a disordini funzionali degli organi circolatorî. Coloro che ne sono colpiti fanno l'impressione di malati di cuore. La colorazione cianotica della pelle contribuisce a completare il quadro. Le profonde inspirazioni riescono di poco giovamento.

Questa affezione deriva da ciò che sotto la diminuita pressione dell'aria, i vasi sanguigni del polmone si gonfiano; e si determinano perciò rallentamenti nel piccolo circolo, che producono una dilatazione e insufficienza funzionale del ventricolo destro del cuore.

I forti eccitamenti della pelle possono far contrarre per via riflessa i vasi (donde l'azione favorevole dei venti freschi, non però troppo freddi). Gli sforzi muscolari eccitano il cuore, già molto irritato a causa della resistenza opposta dal sangue nei vasi contratti. Le vene dilatate raccolgono tale quantità di sangue, da abbassare la pressione nelle arterie in generale, comprese quelle del cervello, nel quale il sangue non si rinnova con sufficiente velocità (quindi sonnolenza, sopore). La congestione nel sistema della vena porta, arreca perdita di appetito, nausea e vomito.

Tutti questi fenomeni non sono dovuti a deficienza di ossigeno (*anoxemia* di Paul Bert); altrimenti facendo inspirazioni più profonde dovrebbe cessare ogni disagio, ed il malessere dovrebbe crescere nella stessa proporzione nella quale viene a mancare l'ossigeno. Neanche una diminuzione nella quantità dell'emoglobina che il dott. Egli-Sinclair nella capanna di Vallot sulle falde del Monte Bianco (Rocher des Bosses m. 4400) osservò sopra di sè e sopra i suoi com-

pagni, può essere la causa dei fenomeni da noi osservati, perchè questi ultimi compaiono e scompaiono assai più presto di quello che non possa una parte del sangue distruggersi e rigenerarsi.

Viault aveva osservato (1889) che il numero dei globuli rossi nel sangue proprio e del suo compagno (dott. Mayorga) durante un soggiorno di tre settimane in Morococha, miniera sita a 4390 m. sopra Lima, erasi elevato da 5 milioni per millimetro cubo (in Lima) fino a 7 e perfino ad 8 milioni.

Dietro proposta del Miescher fu investigato l' aumento dei globuli rossi ad altitudini minori. Egger trovò in un suo paziente in Arosa (m. 1892 sopra il mare) nello spazio di 10 giorni, un aumento di un milione di globuli rossi per millimetro cubo. Suter constatò del pari un accrescimento non dubbio del numero dei globuli rossi del sangue, di circa 20 fino a 25 %, durante due settimane, in uomini ed in conigli che erano stati portati da Basilea a Serneus (983 m. sul mare). La differenza di livello era qui di soli 720 metri. Negli animali ricondotti a Basilea il sangue ritornava alla sua densità normale.

A spiegar questi fatti, Cohnstein e Zuntz supposero una diversa distribuzione delle emazie nei vasi capillari. Ma Egger rilevò simili cangiamenti anche nel sangue arterioso dei suoi conigli. — Sahli ammise che il sangue divenga più denso nell'aria asciutta delle montagne. Ma Miescher trovò che i residui secchi del sangue non sono essenzialmente aumentati.

Finora si è ricercato in qual misura la diminuita pressione dell' aria determini l' aumento nella formazione dei globuli rossi. Ma dai fatti dianzi formulati nella tesi terza, si dovrebbe conchiudere che anche altre particolarità del clima delle altitudini, e specialmente il movimento dell' aria, e la intensità della insolazione, esercitano una grande influenza sui processi vitali

Il numero dei globuli del sangue essendo stato riconosciuto come un buon reagente della variata attività dei tessuti, noi abbiamo investigato in qual modo gli eccitamenti chimici della pelle e l'esposizione di essa alla luce, agiscano sulla formazione del sangue. Il secondo di noi (Marti) ha sperimentato su topi bianchi domestici, se dopo copiosi salassi (circa la metà della presunta quantità di sangue), questo sotto l' azione d' irritamenti della pelle si rigeneri più presto.

Il sangue contenuto nei nostri topi bene nutriti, fu trovato, seguendo il metodo di Welcker, essere in media uguale ad $^1/_{21}$ (4, 7 %) del peso del corpo, ossia notevolmente scarso in confronto agli altri mammiferi finora esaminati.

Come numero medio dei globuli rossi nei topi normali, si ottenne circa da 6 a 7 milioni per ogni millimetro cubo di sangue. In ogni serie di ricerche fu notato sul principio il numero medio relativo dei corpuscoli rossi. Il contenuto di emoglobina fu valutato per mezzo dell' emoglobinometro di Gowers-Sahli, riferendolo alla scala della colorazione normale dell' uomo. Il

sangue veniva tolto dalla coda, ove non di rado si apriva un' arteria. Ciò aveva il vantaggio di escludere con ogni certezza che si sottoponesse all' indagine sangue capillare o venoso stagnante.

Per sperimentare l' influenza delle irritazioni della pelle, furono comparati tra loro topi simili al possibile per età e peso, sottoponendo giornalmente una parte di essi a pennellature di spirito di senape sul dorso. La maggior parte degli animali soffrì di questo trattamento sul principio; ma si riebbe in seguito collo stesso progredire delle pennellature. Uno solo morì. Gli animali di questa serie contenevano in media 6158000 globuli rossi per ogni millimetro cubo del loro sangue. Per facilitare il confronto, riuniamo nella seguente tabella i risultati delle ricerche sull' influenza di deboli irritazioni della pelle.

Quattordici giorni dopo aver sottratto il 50 % del sangue da una carotide, notammo:

	Globuli rossi in un 1 m̃³	Contenuto percentuale (confrontato col normale) di globuli rossi	di emoglobina
Topo I (normale)	4875000	79	90
Topo II (pennellato)	**6250000**	101	86

Sedici giorni dopo aver sottratto il 50 % del sangue:

Topo I (normale)	5000000	81	100
Topo II (pennellato)	**6375000**	104	97

Diciotto giorni dopo aver sottratto il 50 % del sangue:

Topo I (normale)	5750000	93	100
Topo V (normale)	5625000	91	76
Topo VI (pennellato)	**6375000**	104	97

Ventun giorni dopo aver sottratto il 50 % del sangue:

Topo I (normale)	6250000	101	95
Topo V (normale)	6125000	99	92
Topo VI (pennellato)	**7875000**	128	100

Da questi dati si rileva che tutti gli animali che sopravvissero al trattamento collo spirito di senape, rigenerarono il loro sangue (talvolta oltre il normale) più presto di quelli non pennellati. Si notò pure che i corpuscoli rossi del sangue si riformarono più presto che l' emoglobina.

Siccome ci parve che l' odore dello spirito di senape fosse sgradevole ai topi, nelle successive ricerche essi furono trattati con olio di croton al 10 %, senza previa sottrazione di sangue. Gli effetti di queste forti irritazioni della pelle sulla formazione dei globuli rossi, furono i seguenti:

	Globuli rossi in 1 m̃³	Contenuto percentuale (confr. col normale) di globuli rossi	di emoglobina
Topo VIII (normale)	7500000	108	95
Dopo 9 giorni di pennellature	**6000000**	87	85 (sangue arterioso!)
Topo IX (normale)	6875000	99	93
Dopo 3 giorni di pennellature	**5875000**	85	67 (sangue arterioso!)
Topo X (normale)	7500000	108	115
Dopo 9 giorni di pennellature	**4625000**	67	78 (sangue arterioso!)

La pelle di questi animali s' infiammò e si formarono vesciche: il trattamento si dovette sospendere per alcuni di essi che non lo sopportavano bene: frattanto le emazie ricrescevano in numero.

Due topi normali, i quali furono messi nella medesima gabbia con quelli unti coll' olio di crotone, strofinandosi con loro, ricevettero da essi una parte della droga, ed ebbero perciò a subire una irritazione debole. Ciò è dimostrato dalla seguente tabella:

	Globuli rossi in 1 m̃³	Contenuto percentuale (confrontato col normale) di globuli rossi	di emoglobina
Topo VII	6450000	93,5	98
Dopo 3 giorni	7500000	108	102
Dopo 9 giorni	**9250000**	134	90 (sangue arterioso!)
Topo IX	6625000	97	105
Dopo 3 giorni	7000000	101	98
Dopo 9 giorni	8625000	125	90

Quì pure risulta che irritazioni deboli della pelle promuovono la formazione dei globuli rossi del sangue, e non della emoglobina; mentre eccitamenti forti della suddetta diminuiscono tanto il numero dei globuli che la quantità di emoglobina in essi contenuta.

Per studiare l' influenza della luce sulla formazione dei corpuscoli rossi del sangue, abbiamo compiuto i seguenti esperimenti:

	Globuli rossi in 1 m̃³	Contenuto percentuale (confrontato col normale) di globuli rossi	di emoglobina
Topo XIII	6875000	100,4	95
Dopo essere stato 16 giorni al buio	**4500000**	67	80
Topo XIV	6875000	100,4	95
Dopo essere stato 16 giorni al buio	**4875000**	73	90
Topo XV	6125000	99	92
Dopo essere stato 16 giorni al buio	**4375000**	66	93

Questi dati numerici dimostrano che la sottrazione alla luce diminuisce il numero dei corpuscoli rossi del sangue in proporzione maggiore che la quantità di emoglobina: però si deve notare che il nostro metodo di misurazione dell'emoglobina non dà risultati così attendibili, come la numerazione delle cellule del sangue. Dopo 16 giorni è raggiunto il limite minimo, a partire dal quale, anche all'oscuro, il sangue degli animali nuovamente si arricchisce di globuli.

È degno di nota il fatto che i topi, benchè vivano di solito al buio, divengono anemici. Forse la concentrazione del sangue dei topi che abbiamo tenuti nelle stalle cogli altri animali, era già alta oltre il normale.

Finalmente furono anche investigati gli effetti sui topi di una esposizione durevole ed intensa alla luce. A questo scopo gli animali furono tenuti in officine per la illuminazione elettrica della città, molto soleggiate di giorno, e di notte sotto la luce diretta delle lampade ad arco.

	Globuli rossi in 1 m̄³	Contenuto percentuale (confrontato col normale) di globuli rossi	di emoglobina
Topo XIII dopo 2 giorni di esposizione alla luce	6125000	92	89
dopo 9 giorni	**7625000**	115	94
Topo XIV " 2 "	6750000	102	90
" 9 "	**8375000**	127	98
Topo XV " 2 "	6250000	94	90
" 9 "	**8750000**	132	97

Dopo un' esposizione più prolungata alla luce elettrica, la formazione del sangue cominciava a decrescere. Il frastuono delle officine forse intralciava l'azione favorevole della luce.

È interessante il notare l'analogia di questo fatto colla scoperta del Moleschott che la luce aumenta la quantità dell'acido carbonico, espirato da animali diversi. Il Luciani osservò pure nelle farfalle del bombice del gelso, che la luce attiva la eliminazione dei prodotti respiratorî.

Da tutte queste ricerche, che dal 10 novembre 1896 furono continuate fino al 22 gennaio 1897, si possono trarre le seguenti conclusioni:

1) Deboli irritazioni della pelle promuovono la formazione dei globuli rossi del sangue; ma modificano in modo diverso la formazione dell'emoglobina.

2) Forti irritazioni della pelle determinano una diminuzione del numero dei globuli rossi del sangue, e in grado minore del contenuto emoglobinico.

3) L'oscurità diminuisce il numero delle cellule del sangue. Dopo circa due settimane si raggiunge un *minimum*, al quale tien dietro una limitata rigenerazione.

4) Un'esposizione alla luce, intensa e durevole (anche di notte colla luce elettrica), attiva la formazione dei globuli rossi del sangue, e in grado minore anche dell'emoglobina.

MEMORIE
DA SOTTOPORSI AL GIUDIZIO DI COMMISSIONI

L. LOMBARDI. *Ricerche teoriche e sperimentali sul trasformatore di fase Ferraris-Arnò.* Presentata dal Corrispondente FAVERO.

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Il Segretario BLASERNA presenta le pubblicazioni giunte in dono, segnalando fra esse quelle inviate dal Corrispondente RIGHI, *l'Ottica delle oscillazioni elettriche*, e dai Soci stranieri, GEGENBAUR e KÜHNE; un volume delle *Opere di L. Otto Hesse* inviato dall'Accademia delle scienze di Monaco; una *Carta geologica di Giava e di Madoura* degl' ingegneri VERBEECK e FENNEMA, dono del Ministero delle colonie neerlandesi; ed una fotografia della grotta di Ferentino col cimitero delle mummìe, offerta in dono dal fotografo sig. ANGELICI.

CORRISPONDENZA

Il Presidente BRIOSCHI ricorda come l'Accademia avesse deliberato, nella seduta della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche del 25 aprile scorso, di presentare a S. M. il Re le felicitazioni dell'Accademia stessa per lo scampato pericolo. Dà quindi lettura dell' indirizzo che a S. M. venne inviato, e comunica la lettura che il Prefetto di palazzo, d'ordine di S. M., mandava all'Accademia in ringraziamento dell' indirizzo trasmessogli.

Il Segretario BLASERNA dà conto della corrispondenza relativa al cambio degli Atti.

Ringraziano per le pubblicazioni ricevute:

La R. Accademia delle scienze di Lisbona; la Società Reale di Londra; la Società di scienze naturali di Emden; le Società geologiche di Dublino e di Manchester.

Annunciano l' invio delle proprie pubblicazioni:

La R. Accademia delle scienze, dell' Istituto di Bologna; l' I. Accademia Leopoldina di Halle; la Società zoologica di Londra; la Società geologica di Calcutta; la Società fisico-astronomica di Königsberg; l' Istituto geografico militare di Firenze; l' Istituto meteorologico di Bucarest; l' Ufficio per la misura del grado di Vienna.

OPERE PERVENUTE IN DONO ALL'ACCADEMIA
presentate nella seduta del 2 maggio 1897.

Baumann O. — Die Insel Sansibar. Leipzig, 1897. 8°.

Clerici E. — La nave di Caligola affondata nel Lago di Nemi e la geologia del suolo romano. Roma, 1896. 8°.

Id. — Resoconto sommario della escursione fatta nei dintorni di Manziana il 26 ottobre 1896. Roma, 1896. 8°.

D'Achiardi G. — Le Andesiti augitico-oliviniche di Torralba. Roma, 1897. 8°.

Id. — Note di mineralogia toscana. Pisa, 1897. 8°.

Guébhard A. — Esquisse géologique de la Commune de Mons. Draguignan, 1897. 8°.

Hesse L. O. — Gesammelte Werke herausg. v. d. k. Akad. d. Wiss. München, 1897. 4°.

Migneco M. — Considerazioni ed appunti sul cane Cirneco. Catania, 1897. 8°.

Righi A. — L'ottica delle oscillazioni elettriche, studio sperimentale sulla produzione di fenomeni analoghi ai principali fenomeni ottici per mezzo delle onde elettromagnetiche. Bologna 1897, 8°.

Verbeek R. D. M. e Fennema R. — Description géologique de Java et Madoura. T. I, II et Atlas. Amsterdam, 1896. 8°.

P. B.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 16 maggio 1897.

A. MESSEDAGLIA Vicepresidente.

MEMORIE E NOTE

DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Astronomia. — *Osservazioni astronomiche e fisiche sull'asse di rotazione e sulla topografia del pianeta Marte.* Memoria V, del Socio G. SCHIAPARELLI.

(Lettera del Socio G. SCHIAPARELLI al SEGRETARIO).

Presento all' Accademia in manoscritto e disegni la mia quinta Memoria sul pianeta Marte, la quale comprende i risultati delle osservazioni fatte durante l' opposizione del 1886; ed ha sulle precedenti questo di nuovo e di notevole, che per la prima volta vi si trovano descritte e cartograficamente delineate le regioni boreali di Marte comprese fra il polo Nord e il parallelo 50° di latitudine. È anche questa l' ultima serie, in cui per Marte si fece uso del Telescopio minore, il cui obbiettivo ha soli 8 pollici (22 centimetri) di diametro. Le Memorie seguenti, che spero di poter presentare a suo tempo, comprenderanno esclusivamente osservazioni fatte col Telescopio maggiore, di cui la lente obbiettiva misura diametralmente 18 pollici (49 centimetri).

Fisica. — *Sugli indici di rifrazione principali del gesso per le onde elettromagnetiche.* Nota del Corrisp. AUGUSTO RIGHI.

Con esperienze descritte altravolta [1] ho dimostrato, che l'elissoide di polarizzazione, relativo alle onde elettromagnetiche nel gesso, ha uno dei suoi assi coincidenti coll'asse di simmetria, ed un altro sensibilmente nella direzione della sfaldatura secondaria *vetrosa*, detta anche *non fibrosa*, ed in una Nota più recente [2] ho riferito esperienze di doppia rifrazione, per mezzo delle quali ho potuto ottenere qualche nozione intorno alle grandezze relative dei tre assi del detto elissoide, e quindi alle grandezze relative dei tre indici di rifrazione principali n_1, n_2, n_3. Con n_1 è rappresentato l'indice relativo alle vibrazioni parallele alla sfaldatura non fibrosa, con n_2 quello relativo alle vibrazioni parallele all'asse cristallino di simmetria, e con n_3 il terzo indice principale. Dalle ultime esperienze ho dedotto, che mentre n_2 ed n_3 differiscono pochissimo fra loro, la differenza fra n_1 ed n_2 è assai grande, e precisamente compresa fra 0,88 e 1,06.

Per determinare i tre indici n_1, n_2, n_3 pensai di ricorrere a misure dirette con prismi di selenite; ma per lungo tempo non potei realizzare questo progetto, non riuscendo a procurarmi un cristallo abbastanza voluminoso, dal quale ricavare un prisma di dimensioni adatte alle onde elettromagnetiche di 10,6 c. di lunghezza.

Alla fine mi sono deciso di costruire un prisma, formato di più pezzi combacianti fra loro, e tagliati da vari cristalli, in modo che, una volta congiunti, riuscissero tutti concordemente orientati, e che quindi il prisma risultasse identico ad uno fatto d'un pezzo solo, che poi fosse stato tagliato in più parti lasciando queste parti al loro posto [3].

Il prisma così costruito ha per sezione retta un trapezio isoscele, i cui lati paralleli hanno 2,2 c. e 10,6 c. di lunghezza, mentre i due lati uguali

[1] Rend. della R. Acc. dei Lincei, 17 nov. 1895, 1° marzo 1896.

[2] Rend. della R. Acc. dei Lincei, fascicolo delle comunicazioni giunte prima del 21 marzo 1897.

[3] Per tagliare i cristalli di gesso ho trovato conveniente operare nel modo seguente. Sull'asse di un tornio, mosso da un motore a gas, è montata una sega circolare d'acciaio, che gira con grande velocità, mentre il cristallo di selenite da tagliarsi è fissato ad una tavoletta portata dal carretto del tornio. Due spranghe di ferro, strette con viti, mantengono il gesso ben fisso contro la tavoletta, e fra di esse passa la sega circolare. Per mezzo di uno dei due movimenti rettangolari, che si producono per mezzo del carretto, si può collocare bene a posto il cristallo, e per mezzo dell'altro lo si può far avanzare con lento moto uniforme contro la sega. Questa deve essere nuova o quasi, se si vuole che i tagli riescano ben piani e levigati.

fra loro sono lunghi 18 c. L' altezza del prisma è 12 c., e l' angolo rifrangente, che è quello compreso fra le faccie di 12 c. per 18 c., è di circa 28°. Inoltre, queste due faccie sono parallele all' asse di simmetria cristallina, mentre la direzione della sfaldatura non fibrosa è parallela alla bisettrice dell' angolo rifrangente. Perciò, facendo rifrangere attraverso al prisma, posto coi suoi spigoli verticali, un fascio di radiazioni elettromagnetiche a vibrazioni verticali, potevo misurare l' indice n_2, qualunque fosse l' angolo d' incidenza, coll' apparecchio altravolta descritto [1], ed applicando la formola:

$$n^2 \operatorname{sen}^2 A = \operatorname{sen}^2 i + \operatorname{sen}^2 (d + A - i) + 2 \operatorname{sen} i \operatorname{sen} (d + A - i) \cos A ,$$

nella quale n è l' indice cercato, i l' angolo d' incidenza all' ingresso nel prisma, A l' angolo rifrangente di questo, e d l' angolo di deviazione misurato. Questa formola diviene

$$n = \frac{\operatorname{sen}(d + A)}{\operatorname{sen} A}$$

nel caso in cui la radiazione incidente cada normalmente sul prisma.

Facendo poi rifrangere nel prisma delle radiazioni a vibrazioni orizzontali, e variando l' incidenza sino ad ottenere la deviazione minima, potevo determinare l' indice n_1, applicando la nota formola

$$n = \frac{\operatorname{sen} \frac{d + A}{2}}{\operatorname{sen} \frac{A}{2}} .$$

Sapevo già che il metodo del prisma non consente grande precisione, allorchè lo si adopera per misurare un indice di rifrazione per le onde elettromagnetiche; ma è così grande la differenza fra n_1 ed n_2, che le esperienze di doppia rifrazione nel gesso fanno presagire, che mi accinsi con fiducia alle misure col prisma.

Il risultato di queste ha corrisposto alle previsioni. Infatti, da varie misure eseguite con vibrazioni verticali ho dedotto per n_2 il valore 1,7. Per esempio, con $i = 0$ ho trovato $d = 25°$ circa. Le misure fatte con vibrazioni orizzontali alla deviazione minima, mi hanno condotto al valore $n_1 = 2,5$, giacchè il valore medio di questa deviazione minima è stato di 46°.

[1] Mem. della R. Acc. di Bologna, 27 maggio 1894. — *L' ottica delle oscillazioni elettriche* (1897, Bologna, Zanichelli edit.), pag. 153.

In quest' ultima esperienza la deviazione prodotta dal prisma è, come si vede, grandissima; perciò il prisma di selenite potrebbe utilmente adoperarsi per una esperienza dimostrativa della rifrazione delle onde elettromagnetiche.

La differenza 0,8 fra n_1 ed n_2 concorda abbastanza bene con quella dedotta dalle esperienze di doppia rifrazione.

Un dettaglio sperimentale da segnalare è il seguente. Allo scopo di sottrarre il risonatore (munito di un piccolo specchio parabolico) all' azione delle onde passanti presso il prisma, furono collocati due grandi diaframmi metallici contro le faccie rifrangenti di quello. Questi diaframmi hanno una finestra rettangolare, il cui lato orizzontale è di 16 c. e quello verticale di 10 c., e naturalmente queste finestre sono poste in corrispondenza alle faccie del prisma.

Per misurare l' indice n_3 ho costruito un secondo prisma, di dimensioni press' a poco eguali a quelle del prisma descritto più sopra. Però in questo prisma, mentre gli spigoli sono, come nell' altro, paralleli all' asse di simmetria, la direzione della sfaldatura non fibrosa è, non più parallela, ma bensì perpendicolare al piano bisettore dell' angolo rifrangente. Ne consegue che questo nuovo prisma, mentre adoperato con radiazioni a vibrazioni verticali e con qualsiasi angolo d' incidenza porge una nuova misura di n_2, adoperato invece con vibrazioni orizzontali e alla deviazione minima fornisce una misura di n_3.

Era però da prevedersi che il metodo non fosse abbastanza preciso per mettere in rilievo la differenza fra n_2 ed n_3, che le esperienze di doppia rifrazione indicavano come assai piccola.

I valori di n_2 ed n_3 forniti dal nuovo prisma sono infatti riesciti sensibilmente eguali fra loro e ad 1,8. Questo valore differisce poco da quello di n_2 ottenuto col primo prisma.

Una particolarità, che nelle esperienze narrate attira l'attenzione, è la seguente. Allorchè col primo prisma le vibrazioni sono orizzontali, l' intensità della radiazione emergente è palesemente minore che negli altri casi. Ciò conferma l' assorbimento prodotto dal gesso sulle vibrazioni parallele alla sfaldatura non fibrosa, quale risultava anche dalle antecedenti esperienze di doppia rifrazione.

Quantunque i valori trovati per n_1, n_2, n_3 non possano essere accettati che come una prima approssimazione, pure essi confermano quanto avevo dedotto dalle anteriori esperienze, e in particolare, che nella selenite la doppia rifrazione delle onde elettromagnetiche è enormemente più energica di quella delle onde luminose.

Astronomia. — *Sulla latitudine della Specola geodetica della Martorana in Palermo.* Nota riassuntiva del prof. A. VENTURI, presentata dal Socio SCHIAPARELLI.

Per stabilire la posizione geografica della Specola geodetica universitaria della Martorana in Palermo, sul cui orizzonte fu pure da me determinato nel 1891 e per conto della Commissione geodetica, l'azimut di Monte Alfano [1], furono istituite negli anni 1892-93-95 ripetute osservazioni di latitudine, e col metodo delle zenitali circummeridiane e col metodo di Bessel, mediante osservazioni di passaggi pel 1° verticale. Le misure furono fatte col materiale di questo Gabinetto geodetico; e, cioè, le prime con un Universale Salmoiraghi di cui diedi minuto conto in apposita Memoria [2]; le seconde con un istromento dei passaggi di Bamberg, modello medio. Il tempo veniva osservato al solito cronometro di Weichert, n. 2153, che servì pure pel detto azimut. Lo stato del cronometro era determinato con zenitali di stelle nel 1° verticale, sera per sera, a metà delle operazioni. In tutte queste fui ottimamente assistito dal sig. ing. Soler.

Rendo qui conto sommariamente dei risultati a cui son pervenuto premettendo qualche cenno sul metodo di osservazione e di calcolo.

Istromento Universale.

Come si sa, le formule di riduzione dànno, per le stelle australi, il valore della quantità $\varphi - \delta$ (essendo φ la latitudine e δ la declinazione) la quale, se si considera che dipende solo dalle misure locali (perchè della declinazione vi entra solo un valore approssimato) può riguardarsi solamente affetta da errori che chiamerò *locali*. Per la polare, le formule dànno il valore di φ: ma visto che la declinazione della polare può considerarsi esatta rispetto alle declinazioni delle australi, così costruendo anche per essa la quantità $\varphi - \delta$, per differenza, potremo pure questa quantità considerare come affetta da soli errori locali. Ora, un'osservazione completa di latitudine, consta della media di quattro valori $\varphi - \delta$; due per la polare e due per l'australe, ciascuna nelle due posizioni del cerchio zenitale. Di tali osservazioni complete, ne facevo seralmente cinque per ciascuna australe; la media semplice di esse, ridotta all'equinozio medio del principio dell'anno corrente, si troverà indicata col simbolo Φ. Nel quadro seguente si vedono riuniti i valori delle medie $\varphi - \delta$, sia per la polare che per ciascuna delle australi, e poscia il valore di Φ che è la media delle due.

[1] *Azimut di Monte Alfano, sull'orizzonte della Specola geodetica della Martorana in Palermo.* Commiss. geodetica, 1891.

[2] *Relazione sul nuovo istromento universale Salmoiraghi,* ecc. Giornale il « Politecnico », Milano, 1892.

1892. *Valori riferiti all'equinozio medio del 1892,0.*

Data	Stella	$\varphi - \delta$	Stella	$\varphi - \delta$	Φ
		° ′ ″		° ′ ″	° ′ ″
25/6	α Urs. min.	— 50.36.58.00	ξ Scorpii	+ 49.11.19.17	— 0.42.49.41
27/6	»	60 77	»	23.69	48.54
25/6	»	60.72	ξ Ophiuchi	+ 48.27.47.20	— 1.04.36.76
27/6	»	62.15	»	49.16	36.50
29/6	»	60.89	»	46.95	36.97
1/7	»	59.45	»	46.85	36.30
29/6	»	62.67	η Ophiuchi	+ 53.42.21.37	+ 1.32.39.35
1/7	»	59.43	»	18.60	39.58
19/7	δ Urs. min.	— 48.29.46 28	ν Ophiuchi	+ 47.52.28.96	— 0.18.38.66
25/7	»	43.90	»	27.76	38 07
27/7	»	47.16	»	27.02	40.07
25/7	»	43.78	v Sagittarii	+ 54.16.21.71	+ 2.53.19.46
27/7	»	45.15	»	21.67	18.26
1/8	»	42.69	»	19.16	18.23
19/7	»	44 72	ξ Serpentis	+ 53.26.38.92	+ 2.28.27.10

1893. *Valori riferiti all'equinozio medio del 1893,0.*

Data	Stella	$\varphi - \delta$	Stella	$\varphi - \delta$	Φ
		° ′ ″		° ′ ″	° ′ ″
1/8	α Urs. min.	— 50.37.19.00	20 Aquilae	+ 46.13.57.05	— 2.11.40.97
2/8	»	17.90	»	57.88	40.01
11/8	»	19.40	»	58.00	40.70
1/8	»	17.69	37 Aquilae	+ 48.54 27.87	— 0.51.24.91
2/8	»	17.04	»	31.91	22.56
11/8	»	18.90	51 Aquilae	+ 49.08.58.19	— 0.44.10.35
15/8	»	15.90	»	57.42	9.24
16/8	»	16.20	»	55.15	10.52
19/8	»	18.40	μ Aquari	+ 47.29.57.00	— 1.33.40.70
23/8	»	14.00	»	54.55	39.72
19.8	»	14.70	β Capricorni	+ 53.13.60.20	+ 1.18.22.75
23.8	»	16.02	»	58.58	21.24
15/8	»	15.70	α' Capric.	+ 50.57.09.50	+ 0.09.56.90
16/8	»	18.00	α^2 »	+ 50.59.26.80	+ 0.11.04.60
25/7	»	17.70	ν Ophiuchi	+ 47.52.27.06	— 1.22.25.32

1895. *Valori riferiti all'equinozio medio del 1895,0.*

Data	Stella	$\varphi - \delta$	Stella	$\varphi - \delta$	Φ
		° ′ ″		° ′ ″	° ′ ″
2/9	α Urs. min.	— 50.37.53.72	β Aquari	+ 44.08.49.73	— 3.14.32.00
4/9	»	54.72	»	50.33	32.20
6/9	»	55.39	»	52.04	31.57
9/9	»	57.35	»	52.99	32.17
10/9	»	54.81	»	52.64	31.08
13/9	»	55.14	»	50.75	32.20
2/9	»	53.57	3 Aquari	+ 43.31.34.02	— 3.33.09.77
4/9	»	57.37	»	35.35	11.01
10/9	»	55.01	ι Aquari	+ 52.29.36.39	+ 0.55.50.69
13/9	»	55.84	»	35.52	49.84
30/8	»	55.61	μ Aquari	+ 47.29.29.70	— 1.34.12.95
6/9	»	55.27	θ »	+ 46 25.13.53	— 2.06.20.87
9/9	»	55.93	λ »	+ 46.15.12.23	— 2.11.21.85
9/9	»	56.32	ϱ »	+ 46.27.49.31	— 2.05.03.50
13.9	»	56.32	γ »	+ 40.01.52.47	— 5.18.01.92

Dall' accordo dei valori delle Φ per ciascuna coppia, si dedusse l' errore medio unitario locale, colla nota formula

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{[v v]}{q - i}}$$

essendo q il numero delle Φ che prendon parte a questa ricerca, ed i il numero delle stelle relative. Si ha qui: $q = 36$, $i = 13$, $[vv] = 11.761$; quindi

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{11.761}{23}} = 0''.511.$$

Per ottenere la latitudine riunii a media semplice le Φ di una stessa stella: e si trattò, poi, di aggiungerle la semisomma delle declinazioni della polare e dell' australe considerata, prese all' inizio dell' anno corrente. Ora in ciò ho creduto servirmi di diverse fonti: ed ho calcolato la latitudine secondo alcuni dei più stimati cataloghi, cioè Bradley-Auwers, Pulkowa 1885, Greenwich 1880, e Yarnall, ed ho tenuto anche i valori dati dalla Connaiss. des Temps.

Occorreva, poi, dare un peso ad ogni valore così ottenuto da ciascuna stella per la latitudine: ed in ciò ho creduto bene di far sentire anche l' influenza della maggiore o minor precisione di cui son dotate le varie declinazioni, pur nello stesso catalogo.

La formula che dà la latitudine, è

$$\varphi = \Phi_m + \frac{\delta + \delta_0}{2}$$

essendo Φ_m la media di m delle Φ, δ_0 la declinazione della polare, considerata scevra d'errore, e δ quella dell'australe. Se si dice e l'errore medio ignoto di una semplice osservazione di declinazione, ed n il numero di tali osservazioni, che hanno concorso a formare il valore di δ esibito dal catalogo; se si dice E l'errore medio della φ soprascritta, avremo:

$$E^2 = \frac{\varepsilon^2}{m} + \frac{1}{4}\frac{e^2}{n}. \tag{1}$$

Sommando tutte queste espressioni delle varie stelle, abbiamo:

$$[EE] = \varepsilon^2 \left[\frac{1}{m}\right] + \frac{e^2}{4}\left[\frac{1}{n}\right]$$

n è data dai cataloghi: [EE] si può avere, come è noto, con successive approssimazioni e così per la e: in tal modo la (1) darà per ogni stella l'errore medio della latitudine da essa proveniente. Se poi, come si suol fare, si prende per peso unitario quello che corrisponde ad un sistema di osservazioni aventi 1″ di errore medio, si avrà il peso della latitudine da $\frac{1}{E^2}$. Il quadro seguente contiene per ogni catalogo e stella per stella, latitudine e peso relativo.

Osservazioni	Stella	Bradley-Auw.		Ten Years.		Yarnall		Pulkowa		Conn. des Temps	
		Latitudine	Peso	Latitudine	Peso	Latitudine	Peso	Latitudine	Peso	Latitudine	Peso
4	ν Ophiuchi	38°.6′.55″.00	2.3	38°.6′.54″.25	0.8	38°.6′.54″.29	1.5	38°.6′.54″.69	9.0	38°.1′.54″.89	12.0
3	μ Aquari	54.97	5.9	54.65	5.6	55.27	3.8	54.83	7.7	55.26	10.0
6	β »	55.35	15.0	55.12	9.1	55.34	20.0	55.16	11.0	55.53	17.0
1	θ »	54.63	3.7	54.49	3.0	54.48	3.2	54.41	3.2	54.83	3.6
1	λ »	55.74	3.3	55.46	3.2	55.89	2.4	55.53	3.2	55.90	3.6
1	γ »	55.65	3.4	55.07	2.2	55.40	2.3	55.12	3.2	55.23	3.6
3	20 Aquilae	55.16	2.5	54.53	5.0	55.20	3.5	54.59	7.7	—	—
2	37 »	55.17	2.2	54.96	3.1	55.25	1.3	55.07	5.6	—	—
1	ξ Serpentis	54.82	2.8	54.78	2.0	54.64	1.1	55.28	3.2	—	—
1	ϱ Aquari	56.25	2.3	55.70	1.5	56.10	1.8	55.63	3.2	—	—
4	ξ Ophiuchi	55.16	10.0	55.60	5.9	55.79	2.1	—	—	—	—
3	v Sagittari	56.83	4.4	56.69	3.7	56.64	2.6	—	—	—	—
1	α_1 Capric.	55.60	2.3	55.17	1.9	55.58	3.3	—	—	55.25	3.6
1	α_2 »	55.00	3.4	54.70	2.6	55.06	3.7	—	—	54.90	3.6
2	β »	55.87	5.0	55.16	5.0	56.20	2.9	—	—	56.25	6.7
2	η Ophiuchi	54.30	6.3	54.16	4.3	54.65	2.9	—	—	54.96	6.7
2	ι Aquari	55.01	5.0	54.12	2.9	54.50	2.9	—	—	54.72	6.7
2	3 »	54.87	2.0	54.12	1.2	—	—	54.24	5.6	54.66	6.7
3	51 Aquilae	55.42	1.8	55.41	1.2	—	—	55.30	7.7	—	—
2	ξ Scorpii	54.77	2.2	—	—	—	—	54.18	3.2	—	—

Di qui si ricavano i valori delle medie ponderate, coi rispettivi pesi ed *errori medî*: e sottintendendo la parte comune 38°.6′ della latitudine si ha:

	Bradley-Auw.	Ten Years	Yarnall	Pulkowa	Conn. des Temps
Latit.	55″.262 ± 0″.108	55″.003 ± 0″.125	55″.325 ± 0″.128	54″.911 ± 0″.116	55″.202 ± 0″.109
Peso	85.8	64.2	61.3	73.5	83.8

Non stimo utile qui di riunire questi risultati in uno: sarà meglio di trovare, secondo ciascun catalogo, le latitudini anche nel 1° verticale, e poi combinare fra loro, sempre per la stessa fonte, i risultati dei due metodi. In ultimo, resi comparabili i cinque risultati complessivi, li riuniremo in uno definitivo.

Istromento dei passaggi.

Come ho detto precedentemente, la latitudine di Martorana fu anche da me determinata col metodo di Bessel, nel 1° verticale, nel 1893. Anche qui, com' è noto, le formule di riduzione forniscono il valore di $\varphi - \delta$ che può considerarsi affetto da soli errori locali. L' istromento portava 15 fili; e prenderemo come osservazione completa di latitudine la media dei 30 passaggi di una stella nei due verticali. Tale quantità indicheremo anche qui con Φ e apporremo un apice per distinzione: esse si trovano riunite nel quadro seguente, ridotte all' equinozio medio del 1893,0.

1893. *Valori di* Φ' *ridotti all'equinozio medio di 1893,0.*

Data	Stella	Φ'	Data	Stella	Φ'
12/9	72 Cygni	3′.40″.21	9/10	ϱ Androm.	44′.22″.59
15/9	79 Cygni	19.18.07	12/10	»	22.34
16/9	»	18.89	13/10	»	22.57
23/9	τ Cygni	31.36.74	16/10	»	22.01
19/9	1 Lacertae	53.57.97	17/10	»	20.94
22/9	»	58.68	25/10	»	21.19
23/9	»	57.94	30/10	»	22.38
29/9	12 Androm.	31.02.96	17/10	μ Androm.	11.47.20
30/9	»	02.41	25/10	»	47.08
9/10	»	03.18	30/10	»	47.16
12/10	»	02.96	25/10	45 Androm.	57.38.71
13/10	»	02.70	30/10	»	38.23
16/10	»	02.97	30/10	47 Androm.	57.32.22
17/10	»	02.51			

Dall' accordo dei valori delle Φ' per una stessa stella, si dedusse l'errore medio unitario locale, colla solita formula precedente. Esso è

$$\varepsilon' = 0''.471 .$$

In corrispondenza a ciò che fu fatto per l'altro metodo, riunii a media le Φ' di una stessa stella: aggiungendo poi a tali medie le declinazioni corrispondenti, per l'epoca 1893,0 si ha la latitudine. Anche mi son servito degli stessi cataloghi precedenti: solo che invece della Conn. des Temps, ove tali stelle non si trovano, ho adoperato il catalogo di Respighi.

Quanto al peso da darsi alle singole latitudini, ho tenuto lo stesso metodo di prima. In questo caso si ha:

$$\varphi = \Phi'_m + \delta .$$

Quindi, conservando notazioni analoghe, si avrà l'errore medio di una latitudine

$$E'^2 = \frac{\varepsilon'^2}{m'} + \frac{e'^2}{n'} \qquad (1)$$

da cui:

$$[E'E'] = \varepsilon'^2 \left[\frac{1}{m'}\right] + e'^2 \left[\frac{1}{n'}\right]$$

e, sempre con approssimazioni successive, si troveranno e' ed E'; quindi la (1) darà il peso $\frac{1}{E'^2}$ della latitudine rispettiva. Il quadro seguente contiene latitudini e pesi per catalogo e per stella.

Osservazioni	Stella	Bradley-Auw.		Ten Years		Yarnall		Pulkowa		Respighi	
		Latitudiue	Peso	Latitudine	Peso	Latitudine	Peso	Latitudine	Peso	Latitudine	Peso
		° ′ ″		° ′ ″		° ′ ″		° ′ ″		° ′ ″	
1	72 Cygni	38.6.55.91	4.0	38.6.55.21	2.6	38.6.56.71	2.2	38.6.55.21	2.8	38,6.56.28	1.03
2	79 Cygni	55.87	3.7	55.90	3.6	56.02	1.6	55.78	4.0	56.22	1.16
1	τ Cygni	56.92	3.6	56.31	3.1	57.90	2.6	56.42	2.8	56.41	1.50
3	1 Lacertae	55.56	3.6	54.94	6.3	57.12	3.9	54.80	4.8	54.83	1.5
7	ϱ Androm.	55.40	16.7	55.34	6.7	55.42	1.8	55.82	5.9	54.65	1.3
7	12 Andr.	56.19	4.2	56.33	3.2	56.33	0.9	56.26	5.9	57.22	1.3
3	μ Andr.	55.47	12.5	55.07	11.0	56.10	5.0	55.46	4.8	55.96	1.5
2	45 Andr.	55.57	3.1	55.41	2.6	55.47	0.9	55.27	4.0	56.21	1.4
1	47 Andr.	55.20	2.9	55.32	2.6	—	—	55.18	2.8	54.45	1.0

Di qui si ricavano i valori delle medie ponderate, coi rispettivi pesi ed *errori medî*: sottintendendo anche qui la parte comune 38°.6′, della latitudine, si ha:

	Bradl.-Auw.	Ten Years	Yarnall	Pulkowa	Respighi
Latit.	55″.667 ± 0″.142	55″.401 ± 0″.160	56″.542 ± 0″.233	55″.616 ± 0″.162	55″.811 ± 0″.292
Peso	49.5	38.8	18.3	37.8	11.7

È da notarsi il valore che risulta dal catalogo di Yarnall, sensibilmente più alto di quelli forniti dagli altri cataloghi. Riuniamo, per catalogo, i risultati dei due metodi, accoppiando Respighi con Conn. des Temps.

	Bradley-Auw.		Ten Years		Yarnall		Pulkowa		Resp.-Conn. d. T.	
	Latitud.	Peso	Latitud.	Peso	Latitud.	Peso	Latitud.	Peso	Latitud.	Peso
Meridiano	55″.262	85.8	55″.003	64.2	55″.325	61.3	54″.911	73.5	55″.202	83.8
1° verticale	55.658	54.3	55.401	38.8	56.542	18.2	55.616	37.8	55.811	11.7

Per ciascun catalogo i due risultati possonsi riunire in uno, in ragione dei loro pesi; e poichè essi risultati nascono da operazioni indipendenti, il peso e l'errore medio di ogni complesso, si ricaveranno nel modo usuale. Si ha, così:

	Bradl.-Auw.	Ten Years	Yarnall	Pulkowa	Resp.-Conn. d. T.
Latit.	55″.415 ± 0″.084	55″.153 ± 0″.098	55″.603 ± 0″.112	55″.151 ± 0″.095	55″.277 ± 0″.102
Peso	140.1	103.1	79.5	111.5	95.5

Volendo, ora, riunire questi numeri in un risultato definitivo, occorrerà prima ridurli comparabili, riportandoli al sistema unico del Fund. Cat., mediante le correzioni calcolate da Auwers. Però il solo catalogo di Yarnall dà correzioni sensibili: e cioè la correzione media per le stelle meridiane è $-0''.22$; quella per le stelle del 1° verticale $-0''.14$, la cui media ponderata secondo i pesi dei due risultati è di $-0''.20$. Apportando questa correzione al valore precedente della latitudine per Yarnall, e facendo la media ponderata dei risultati ultimi, si arriva al risultato definitivo

$$\varphi = 38^\circ.6'.55''.281 \tag{2}$$

Quanto all'errore medio di questo risultato, si osservi che non si può determinare al solito modo, perchè i numeri della tavoletta ultima non sono completamente indipendenti, avendo a comune delle funzioni lineari delle Φ e delle Φ'. Se diciamo Ψ, Ψ' tali funzioni e Δ, Δ' le analoghe funzioni delle declinazioni, e con P indichiamo i pesi delle medie per catalogo, nel meridiano, con P′ quelli nel 1° verticale, la (2) ha la forma analitica:

$$\varphi = \frac{[P\Psi] + [P'\Psi'] + [P\Delta] + [P'\Delta']}{[P + P']}.$$

Ora ogni Ψ, Ψ', è esprimibile linearmente per le Φ_m di cui si conosce il peso $= mp_0$ se p_0 è quello di una Φ semplice, e per le $\Phi'_{m'}$ il cui peso è $m'p'_0$ essendo p'_0 l'analoga di p_0. I pesi delle funzioni Δ, Δ', detti π, π' si possono ricavare subito dalle equazioni

$$\frac{1}{P_i} = \frac{1}{\psi_i} + \frac{1}{\pi_i} \qquad \frac{1}{P'_i} = \frac{1}{\psi'_i} + \frac{1}{\pi'_i}$$

essendo ψ il peso di Ψ, facilmente determinabile. Se, quindi, si dice $p_{x,i}$ il peso di una latitudine delle grandi tavole precedenti, appartenente al catalogo x^{mo} e alla stella i^{esima}, e se si chiama Π il peso finale di (2), si giunge alla formula:

$$\frac{1}{\Pi} = \frac{1}{[P+P']} +$$

$$+ \frac{1}{p_0} \cdot \frac{1}{[P+P']^2} \left[\frac{[p_{xi}]^2 - [p^2_{xi}]}{m_i} \right]_i + \frac{1}{p'_0} \frac{1}{[P+P']^2} \left[\frac{[p'_{xi}]^2 - [p'^2_{xi}]}{m'_i} \right]_i .$$

Con questa formula ove tutto è noto, si ricava $\Pi = 200$, e quindi l'errore medio $\pm 0''.070$. Quindi il valore definitivo della latitudine di Martorana è

$$38^\circ.6'.55''.281 \pm 0''.070 .$$

La specola della Martorana fu già da me legata alla rete di 1° ordine; per cui si può fare il confronto di questo risultato astronomico, colla latitudine dedotta geodeticamente dalle due provenienze di Castania, e dell'Osservatorio di Palermo. Tali due latitudini di Martorana sono

da Castania	dall'Osservatorio
38°.6'.47''.413	38°.6'.55''.568

Quindi le deviazioni locali in latitudine, per la Martorana saranno:

da Castania	dall'Osservatorio
+ 7''.868	— 0''.287

Matematica. — *Sulle equazioni lineari del secondo ordine del tipo iperbolico, la cui serie di Laplace è finita in un solo senso.* Nota del prof. O. Niccoletti, presentata dal Socio V. Cerruti.

Il metodo, indicato da me in una Nota precedente ([1]), per costruire tutte le equazioni la cui serie di Laplace è finita in due sensi, si estende facilmente al caso in cui la serie di Laplace dell'equazione data:

$$(1) \qquad \Omega(z) = s + ap + bq + cz = 0$$

([1]) Cfr O. Niccoletti, *Sulle equazioni la cui serie di Laplace è finita in ambedue i sensi* (Rendiconti Lincei, fasc. 9°, maggio 1897). Manterrò in quel che segue tutte le notazioni e convenzioni di questa Nota, che indicherò brevemente colla lettera P.

sia finita nel senso di una sola variabile. Anche in questo caso l'applicazione illimitata delle trasformazioni singolari, che in quella Nota ho indicato con σ e τ, alle due equazioni elementari:

$$(2)\qquad \frac{\partial}{\partial y}(\alpha p)=0\,,\ \ \frac{\partial}{\partial x}(\beta q)=0\,,$$

dà il modo di costruire tutte le equazioni in discorso. Mi propongo in questa Nota di dimostrarlo.

1. Supponiamo dunque che la serie di Laplace relativa alla equazione (1) sia limitata in un sol senso, ad es. quello della variabile x e quindi ammetta un integrale particolare della forma:

$$(3)\qquad z' = \mathrm{AX} + \mathrm{A}_1\mathrm{X}' + \cdots + \mathrm{A}_{h-1}\,\mathrm{X}^{(h-1)} = f_1(\mathrm{X})\,.$$

L'equazione aggiunta avrà allora degli integrali particolari u'' della forma:

$$(4)\qquad u'' = \alpha\mathrm{Y} + \alpha_1\mathrm{Y}' + \cdots + \alpha_{h-1}\,\mathrm{Y}^{(h-1)} = h_2(\mathrm{Y})$$

ed il suo integral generale u si comporrà di due parti, una uguale ad u'', l'altra u' della forma [1]:

$$(5)\qquad u' = \alpha\int\mu\mathrm{X}\,dx + \alpha_1\int\mu\frac{\partial\mu}{\partial y}\,\mathrm{X}\,dx + \cdots + \alpha_{h-1}\int\frac{\partial^{h-1}\mu}{\partial y^{h-1}}\,\mathrm{X}\,dx$$

e sarà:

$$(6)\qquad u = u' + u''.$$

Indicando allora con ω una forma particolare di u, corrispondente alle funzioni arbitrarie X_1, Y_1, la trasformazione σ applicata ad una soluzione z' della forma (3) darà [2]:

$$\sigma = \omega z' - \mathrm{B}_1(\mathrm{X}\,,\,\Phi_2(\omega)) - \int \mathrm{X}g_1(\Phi_2(\omega))\,dx\,,$$

dove $g_1(\Phi_2(\omega))$ dipenderà dalla sola variabile x, sarà cioè:
$g_1(\Phi_2(\omega''))=0$; $g_1(\Phi_2(\omega)) = g_1(\Phi_2(\omega')) = \varphi_1(\mathrm{X}_1) =$ funzione della sola x; e quindi, se $\varphi_1(\mathrm{X}_1) \neq 0$, prendendo come nuova funzione arbitraria la funzione $\dfrac{\mathrm{X}'}{\varphi_1(\mathrm{X}_1)}$:

[1] Cf. Darboux, *Leçons* etc., vol. II, pag. 34.
[2] Cf. P, n. 2.

$$\sigma = \sigma' = \omega f_1\left(\frac{X'}{\varphi_1(X_1)}\right) - B_1\left(\frac{X'}{\varphi_1(X_1)}, \Phi_2(\omega)\right) - X, \tag{7}$$

che è rispetto ad x di rango $h+1$ al più.

Quando sia invece $\varphi_1(X_1) = 0$, allora sarà:

$$\sigma = \sigma' = \omega f_1(X) - B_1(X, \Phi_2(\omega)), \tag{8}$$

che è rispetto ad x di rango h al più.

Affatto analogamente sarà, se $\varphi_1(X_1) \neq 0$,

$$\tau = B_1\left(\frac{X'}{\varphi_1(X_1)}, \Phi_2(\omega)\right) + X; \tag{9}$$

che è rispetto ad x di rango h al più: e se $\varphi_1(X_1) = 0$,

$$\tau = B_1(X, \Phi_2(\omega)); \tag{10}$$

che è al più di rango $h-1$.

Un ragionamento affatto simile vale nel caso che la serie di Laplace della equazione data sia limitata nel solo senso della variabile y.

Riassumendo, abbiamo dunque che, quando la serie di Laplace della equazione (1) è limitata nel solo senso della variabile x, la trasformazione σ conduce in generale da equazioni di rango h rispetto ad x ad equazioni, il cui rango rispetto ad x è al più uguale ad $h+1$, in particolare uguale ad h o minore: la trasformazione τ conduce invece in generale ad equazioni che hanno al più il rango h, in particolare al più $h-1$ (sempre rispetto ad x): ed un risultato perfettamente analogo vale nel caso che la serie di Laplace dell'equazione data sia limitata nel solo senso della variabile y, permutando allora le due trasformazioni. Ma, tenendo conto della relazione tra le equazioni in z e σ [1], possiamo precisare il risultato superiore ed affermare che nel caso generale di $\varphi_1(X_1) \neq 0$, la σ sarà effettivamente di rango $h+1$ rispetto ad x, la τ di rango h: quando sia invece $\varphi_1(X_1) = 0$, la σ sarà di rango h, la τ di rango $h-1$ (ed un risultato del tutto analogo si ha scambiando x con y, σ con τ).

Si consideri infatti ad es. un'equazione di rango finito, uguale a k, rispetto ad y. Da essa, mediante un'opportuna trasformazione σ possiamo certamente, per quello che precede, ottenere un'equazione il cui rango rispetto ad y è minore di k. Le due equazioni aggiunte di queste due hanno allora,

[1] Cf. P, n. 1.

la prima il rango k rispetto ad x, la seconda un rango minore e inoltre, pel teorema sopra ricordato [1], dalla seconda si ottiene la prima con una certa trasformazione σ. Questo dimostra insieme che la trasformazione σ deve in generale aumentare il rango della equazione rispetto ad x di *una* unità, e se l'equazione ha invece un rango finito rispetto ad y, può in casi particolari diminuirlo di *una* unità al più. Analogamente, osservando che per un'equazione di rango finito rispetto ad y la trasformazione σ non può mai aumentare il rango, ne deduciamo ancora che inversamente la σ non può mai diminuire il rango di un'equazione rispetto ad x: e questo, ragionando come sopra, dimostra che la trasformazione σ conserva il rango di una equazione rispetto ad x in casi particolari, rispetto ad y nel caso generale. Un ragionamento perfettamente simile vale per la trasformazione τ (sebbene sia per questa inutile il ripeterlo, in quanto risulta subito dall'osservare che le due funzioni σ e τ si deducono l'una dall'altra con una trasformazione di Laplace); possiamo dunque enunciare il teorema:

La trasformazione σ (o τ) conduce in generale da equazioni di rango h rispetto ad x ad equazioni di rango $h+1$ (od h) rispetto ad x ed in particolare ad equazioni di rango h (od $h-1$). Quando invece l'equazione abbia un rango finito rispetto ad y, conviene scambiare le due trasformazioni.

E di qui anche segue [2]:

Partendo dall'equazione più generale di rango 1 *rispetto ad x (o ad y), cioè dalla equazione:*

$$\frac{\partial}{\partial x}(\alpha q)=0 \quad \left(oppure\ \frac{\partial}{\partial y}(\alpha p)=0\right)$$

la trasformazione σ (o la τ), ripetuta un numero illimitato di volte, conduce a tutte *le equazioni di rango finito rispetto ad x (o ad y).*

2. Abbiamo ammesso al n. precedente, l'esistenza di funzioni X_1 che annullino $\varphi_1(X_1)$; che soddisfino cioè ad una relazione della forma (ponendo X in luogo di X_1):

$$(11) \quad \lambda_1\int_{x_0}^{x}\mu_1 X dx+\lambda_2\int_{x_0}^{x}\mu_2 X dx+\cdots+\lambda_i\int_{x_0}^{x}\mu_i X dx+\alpha X'+\cdots+\alpha_k X^{(k)}=0$$

essendo le λ, μ, α funzioni note della *sola* x. Dimostriamo ora l'esistenza di tali funzioni e più in generale di funzioni X che soddisfano ad una relazione:

$$(11^*)\ \lambda_1\int_{x_0}^{x}\mu_1 X\, dx+\cdots+\lambda_i\int_{x_0}^{x}\mu_i X\, dx+\alpha X+\alpha_1 X'+\cdots+\alpha_k X^{(k)}=A$$

dove A è ancora una funzione nota della x.

(1) Cf. P, n. 1.
(2) Cf. P, n. 4.

Supponiamo perciò che sia X una soluzione (integrale) della (11*); facendo in essa $\lambda_1 = 1$, il che evidentemente è possibile, e derivando rispetto ad x, otteniamo:

$$\frac{d\lambda_2}{dx}\int_{x_0}^{x}\mu_2 X dx + \cdots + \frac{d\lambda_i}{dx}\int_{x_0}^{x}\mu_i X dx + \left(\frac{d\alpha}{dx} + \mu_1 + \lambda_2\mu_2 + \cdots + \lambda_i\mu_i\right) X$$
$$+ \left(\alpha + \frac{d\alpha_1}{dx}\right) X' + \cdots + \alpha_k X^{(k+1)} = \frac{dA}{dx};$$

cioè la X soddisfa altresì ad una relazione analoga alla (11*), nella quale però i e k sono stati sostituiti da $i-1$ e $k+1$. Reciprocamente, supponiamo che si conosca una funzione X che soddisfi alla relazione:

$$\xi_2\int_{x_0}^{x}\varrho_2 X dx + \cdots + \xi_i\int_{x_0}^{x}\varrho_i X dx + \beta X + \beta_1 X' + \cdots + \beta_{k+1} X^{(k+1)} = B,$$

avremo allora integrando tra x_0 ed x:

$$\sum_2^i{}_r \int_{x_0}^{x}\left\{\xi_r\int_{x_0}^{x}\varrho_r X\, dx\right\} dx + \int_{x_0}^{x}\beta X\, dx + \sum_1^{k+1}{}_t \int_{x_0}^{x}\beta_t X^{(t)}\, dx = \int_{x_0}^{x} B\, dx$$

Ma, integrando per parti, e ponendo:

$$\lambda_r = \int_{x_0}^{x}\xi_r\, dx,$$

si avrà:

$$\int_{x_0}^{x}\beta_t X^{(t)}\, dx = (-1)^t\int_{x_0}^{x}\beta_t^{(t)} X\, dx + \left\{\sum_1^t{}_h (-1)^{t-h} X^{(h-1)}\beta_t^{(t-h)}\right\}_{x_0}^{x};$$
$$\int_{x_0}^{x}\left\{\xi_r\int_{x_0}^{x}\varrho_r X\, dx\right\} dx = \lambda_r\int_{x_0}^{x}\varrho_r X\, dx - \int_{x_0}^{x}\varrho_r\lambda_r X\, dx;$$

e quindi sarà:

$$\int_{x_0}^{x}\left\{\beta - \sum_2^i{}_r \lambda_r\varrho_r + \sum_1^{k+1}{}_t (-1)^t\beta_t^{(t)}\right\} X\, dx + \sum_2^i{}_r \lambda_r\int_{x_0}^{x}\varrho_r X dx + \sum_1^k{}_t \gamma_t X^{(t)} = A_1,$$

cioè X soddisfa ad una relazione, che disponendo opportunamente delle funzioni $\beta_1\,\lambda_r$, ϱ_r ed A_1 si può identificare colla (11*).

Ne segue che le funzioni X che soddisfano alla (11*) sono gli integrali di una equazione differenziale lineare (non omogenea) di ordine $k+i$. Esistono dunque di tali funzioni X ed è dato anche un metodo per trovarle. Con ciò la dimostrazione superiore è completata.

3. Gli sviluppi superiori dimostrano il teorema enunciato in principio: essi conducono inoltre a delle conseguenze interessanti che importa notare.

Ricordiamo perciò innanzi tutto che le due trasformazioni del Lewy sono le inverse delle due trasformazioni σ e τ (1): valgono dunque per esse delle proprietà affatto simili a quelle dimostrate sopra per la σ e la τ: ed in particolare:

L'applicazione illimitata delle due trasformazioni del Lewy all'equazione elementare:

$$s = 0$$

conduce a tutte *le equazioni del 2º ordine, la cui serie di Laplace è finita nei due sensi;*

ed ancora:

L'applicazione illimitata della prima (o della seconda) trasformazione del Lewy all'equazione elementare

$$\frac{\partial}{\partial x}(\alpha q) = 0 \quad \left(\textit{oppure } \frac{\partial}{\partial y}(\beta p) = 0\right)$$

conduce a tutte *le equazioni lineari del secondo ordine, la cui serie di Laplace è terminata nel solo senso della variabile x (o della y).*

Questo è appunto il metodo tenuto dal Darboux nelle sue lezioni per la costruzione di queste equazioni (2).

Un' altra conseguenza notevole riguarda la risoluzione del problema di Cauchy per una qualunque di queste equazioni. Ricordiamo infatti che il metodo di Riemann per l'integrazione di un'equazione del tipo iperbolico riconduce la risoluzione del problema di Cauchy alla determinazione di un integrale particolare dell'equazione stessa, la *soluzione principale* (3). È facile inoltre vedere, che, nota la soluzione principale di una data equazione, è pure nota con quadrature la soluzione principale di ogni sua trasformata differenziale ed integrale (4). Osservando allora che la soluzione principale della equazione:

$$s = 0$$

(1) Cf. P, n. 1.

(2) Cf. Darboux, l. c., cap. II, VI, VII.

(3) Ibid., pag. 71 e segg.

(4) Accenniamo la dimostrazione per una delle due trasformazioni singolari, ad es. per la σ. La soluzione principale dell'equazione in σ è determinata dai valori che essa prende lungo due rette parallele agli assi coordinati e dal prender nel punto comune il valore 1. Ma allora in forza delle due relazioni

$$\frac{\partial\sigma}{\partial x} = u\,.\,(p + bz)\,; \quad \frac{\partial\sigma}{\partial y} = z\left(\frac{\partial u_0}{\partial y} - au_0\right);$$

lungo la retta parallela all'asse x si ha il valore della z con due quadrature, lungo il tratto parallelo all'asse y immediatamente. Costruendo allora della equazione (1) quell'in-

è uguale ad 1, quella delle equazioni più generali di rango 1 rispetto ad x (o ad y):

$$\frac{\partial}{\partial x}(\alpha q) = 0\,, \quad \frac{\partial}{\partial y}(\beta p) = 0\,,$$

è rispettivamente uguale a:

$$\frac{\alpha(x\,, y_0)}{\alpha(x_0\,, y_0)}\,; \quad \frac{\beta(x_0\,, y)}{\beta(x_0\,, y_0)}\,,$$

(essendo $x_0\,, y_0$ il punto ove la soluzione principale si suol calcolare), ne segue il teorema (già trovato per altra via dal Goursat):

Se un' equazione lineare del 2º ordine è integrabile col metodo di Laplace, la determinazione della sua soluzione principale e quindi la risoluzione del problema di Cauchy è per essa ricondotta alle quadrature.

4. Facciamo infine un' osservazione di indole storica. Il Moutard, nella sua celebre Memoria perduta negli incendî della Comune del 1871, aveva trattato il problema della determinazione e costruzione di *tutte* le equazioni del secondo ordine con integrale generale esplicito. Nella prima parte della sua Memoria egli dava la forma di queste equazioni e ne riduceva l' integrazione a quella di un' equazione lineare, ancora con integrale esplicito, del tipo di Laplace: nella seconda parte dava un metodo per la costruzione di tutte queste equazioni: nella terza, la sola che ci sia rimasta, perchè nuovamente redatta dal Moutard, son determinate tutte le equazioni con invarianti uguali. Recentemente, in una Nota alle lezioni di Darboux, la prima parte è stata ricostruita dal Cosserat: ed è poi evidente che i teoremi che precedono [1] possono, volendo, riguardarsi come una ricostruzione della seconda parte della Memoria di Moutard. Anzi, se si osserva la grande analogia del nostro procedimento con quello tenuto dal Moutard (e dal Darboux) per le equazioni ad invarianti uguali, non è assurdo il pensare che il metodo tenuto dal Moutard nella seconda parte della sua Memoria, se pure non uguale a quello superiore, pure non doveva essere molto dissimile da esso; in fondo poi equivalente.

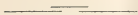
E si presenta ora opportuna un' altra osservazione. Il metodo di Moutardi dà, è vero, il metodo di costruire (per via ricorrente) tutte le equazioni del secondo ordine con integrale generale esplicito (o semiesplicito): ma sia esso, come anche il metodo di Laplace non danno un criterio per riconoscere a priori con un numero *finito* di operazioni se una *data* equazione del

---

tegrale z che prende lungo i due tratti rettilinei i valori così ottenuti (il che, per l'ipotesi fatta, si fa con quadrature), la funzione σ corrispondente all'integrale z superiore è la soluzione principale della sua equazione. E analogamente per la τ.

[1] (e quelli della nota P).

secondo ordine abbia o no un integrale generale esplicito. Infatti sì l'uno che l'altro ci dicono che, se l'equazione data ha un tale integrale generale, dopo un certo numero di operazioni si perviene a determinarlo; ma, quando applicando illimitatamente l'uno o l'altro metodo, essi non ci diano alcun risultato, non è lecito per l'equazione data concludere nulla. I due metodi superiori lasciano dunque insoluto il problema generale di « *Riconoscere con un numero* finito *di operazioni, se una data equazione del tipo iperbolico sia integrabile col metodo di Laplace* ». Recentemente il Goursat ha portato un contributo a questa teoria: ma il problema generale ora enunciato, di cui è manifesta l'importanza, attende ancora una soluzione.

P. B.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 5 giugno 1897.

F. Brioschi Presidente.

MEMORIE E NOTE
DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Fisica. — *Delle azioni dell' elettricità sulla virtù scaricatrice indotta nell' aria dai raggi* X. Nota del Socio Emilio Villari [1].

È noto che i gas attraversati dai raggi X od Xati acquistano la proprietà di scaricare i conduttori elettrizzati. Io ho poi dimostrato, che i gas conservano la detta proprietà, sebbene diminuita, anche dopo aver percorso dei tubi di vetro o di piombo di 10 o più metri di lunghezza; ma la perdono completamente passando per un ozonatore in attività, o di recente stato attivato. Questa proprietà neutralizzante dell' ozonatore è dovuta alle cariche residue, risvegliatevi dall'effluvio elettrico, le quali con lentezza si disperdono. Ho poscia seguitato questi studi, e qui esporrò i principali risultati ai quali sono pervenuto.

L' apparecchio che misi insieme fu oggetto di speciali cure, per eliminare le diverse influenze perturbatrici. Esso è schematicamente indicato in pianta dalla fig. 1.

Una cassa cubica di zinco *ZZNN*, di 1 m. di lato è posta sopra una corrispondente lastra di zinco sostenuta da una tavola, che la chiude in basso. Due coperchi a larghi orli ripiegati, *ZZ* ed *NN*, permettono di aprire e chiu-

(1) Presentata nella seduta del 16 maggio 1897.

dere perfettamente la cassa. Nell' interno trovasi una seconda cassa *PP OO* di lastre di piombo saldate, grosse da 4 a 5 mm., contenente un Crookes a pera *C*. Nel fondo *OO*, di contro a *C*, era praticato un foro di circa 11 cm., sul cui bordo vi era, giro giro, saldato un tubo *nn* della stessa lastra,

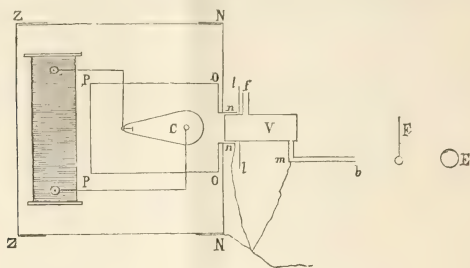



Fig. 1.

alto 10 cm., il quale passava per l' appunto in un simile foro praticato nel fondo *NN* della cassa di zinco. Un vaso cilindrico *V* (30 × 10 cm.), fatto della solita lastra di piombo, penetrava e combaciava perfettamente per 4 o 5 cm. nel tubo *nn*. La base del vaso *V* rivolta a *C* era di lastra d' alluminio grossa 0,3 mm. e perciò trasparentissima alle radiazioni di *C*. L' aria su cui sperimentai, spinta da un mantice alla pressione costante di 65 mm. d'acqua e disseccata un poco dal cloruro di calcio, si soffiava per *f V* ed il tubo di piombo a gomito *m b* (60 × 2,5 cm.) contro l' elettroscopio *E*, posto a 20 cm. da *b*. Il gomito *m* del tubo ed una grossa lastra di piombo *ll*, saldata tutto intorno a *V*, impedivano l' azione diretta dei raggi X su di *E*. La cassa di zinco, quella di piombo, il vaso *V* ed il tubo *mb* erano, con fili saldati, uniti tra loro ed al suolo, per via dei tubi del gas, onde eliminare affatto qualsiasi induzione sull' elettroscopio.

A 10 cm. da *E* e da *b* era centrata una pallina *F* di ottone terso di 3 mm., sostenuta da un filo di rame confitto ed isolato in un cilindro di paraffina. La pallina poteva, per mezzo del filo, o unirsi al suolo, o caricarsi appoggiandovi il polo superiore della pila a secco, l' inferiore essendo unito al suolo.

L' elettroscopio era fatto da una cassa di ottone con le pareti anteriore e posteriore di vetro. Il suo conduttore era ottimamente isolato con un tappo di paraffina; e nell' interno della cassa si prolungava in un' asticella di ottone contro cui appoggiava una sola foglia d' oro. Le deviazioni di questa foglia, quando si caricava, erano doppie di quelle degli elettroscopî ordinarî, e venivano osservate con un cannocchiale ad ingrandimento, provvisto di scala divisa sul vetro.

Con questa disposizione l' elettroscopio era affatto garantito e potei tenerlo fuori della gabbia. Difatti con moltissime prove mi assicurai, che esso si scaricava lentamente e sempre egualmente, qualunque fosse la sua carica, e con l' induttore ed il Crookes comunque attivati, o non attivati.

Prima però di indicare le esperienze che feci è utile, per maggior chiarezza, di dire delle idee che mi guidarono.

Si ammette in generale, che i gas quando vengono attraversati dagli X si dissociano più o meno, ed alcune delle particelle risultanti prendono cariche + altre — come, all' ingrosso, possiamo rappresentarci nel tubo AB

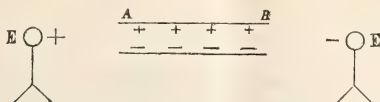



Fig. 2.

della fig. 2. Spingendo cotesta aria contro gli elettroscopî $E+$ od $E-$ essi attraggono le particelle con elettricità opposte e si scaricano, mentre respingono quelle con cariche omologhe.

Da alcune ricerche di Benoist ed Hermuzescu ([1]) pare risulti che per l'azione dei raggi X l'elettricità — si sperde un poco più presto di quella +; e da altre del Righi ([2]) sembrerebbe che pei detti raggi la scarica positiva non fosse sempre completa, e che i corpi con elettricità negativa potessero anche caricarsi in +. Lo che potrebbe forse far supporre, che nell' aria Xata la carica + fosse maggiore della —, come si dirà in seguito.

Situando in $F+$ un filo ed in $E+$ un elettroscopio con cariche omologhe +, fig. 3, e soffiandovi contro l' aria Xata, questa perdendo su di $F+$

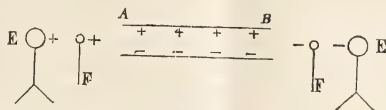



Fig. 3.

le cariche degli joni — non potrà più scaricare l'elettroscopio $E+$, che incontrerà di poi. Alla stessa maniera l' aria Xata non scaricherà $E-$ dopo aver lambito il filo $F-$ con carica omologa —.

([1]) Comptes Rendus, feb. 3, mar. 17, ap. 27 1896.
([2]) Id., feb. 17 1896.

Nel caso che il filo e l' elettroscopio avessero cariche opposte, come nella fig. 4, l'aria Xata passando per F— vi neutralizzerebbe le particelle + e scaricherebbe sempre E+ con quelle —. Del pari l' aria spinta su di F+ scaricherebbe E—.

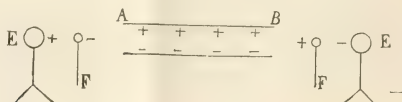



Fig. 4.

Finalmente, se si facessero agire insieme due fili o palline con cariche opposte, F+ ed F —, fig. 5, essi dovrebbero neutralizzare del tutto l'aria Xata e renderla incapace di scaricare E, comunque elettrizzato.

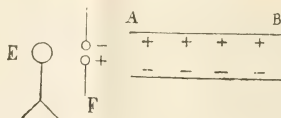



Fig. 5.

Con tale ipotesi si perviene alle conclusioni, che l'aria Xata passando sopra un conduttore elettrizzato vi perde la virtù di disperdere di poi una carica omologa, e conserva quella di disperdere una contraria; passando su due conduttori con cariche contrarie vi perde ogni virtù scaricatrice.

Queste ed altre conclusioni potei dimostrare nel modo che segue.

Le esperienze furono praticate sull' aria, di solito, in due serie successive di misure, l' una con aria Xata, l' altra non Xata. Avanti ciascuna misura si caricava E con una pila a secco e sempre allo stesso potenziale, mentre si teneva F, fig. 1, unito al suolo: durante la misura, poi, F, o era unito al suolo o ad un polo d' una seconda pila a secco, non indicata nella figura. In queste diverse condizioni si misurava, con un orologio puntatore, il tempo impiegato dalla foglia di E a discendere di 1°.

I risultati di una prima serie unica di misure, fatte con filo F terminato in punta, e caricato con una pila debole sono qui sotto riportati [1].

[1] In queste misure ho fatto uso di due pile a secco, una debole, che produceva una deviazione di 16°,5 dell' elettroscopio, ed una nuova e più forte, che produceva una deviazione di 27°.

Tabella I.

Carica di		Tempo di scarica di 1° Con corrente d'aria	
E	F (*)	Non Xata	Xata
+	+		10′, 10″
—	—		8 50
+	—		32
—	+		24
±	0		14
—	0	8′, 33″	

(*) Indico con E ed F l'elettroscopio ed il filo, e coi segni + e — le loro cariche. F era terminato in punta e venne caricato con pila debole.

Qui di seguito dò i risultati d'una doppia serie di ricerche fatte successivamente ad aria non Xata e ad aria Xata, per meglio discernere l'azione propria di quest'ultima.

Tabella II.

Carica di		Tempo di scarica di 1° Con corrente d'aria	
E	F (*)	Non Xata	Xata
+	+	6′, 00″	6′, 15″
—	—	6 7	4 50
+	—	7 45	40
—	+	8 22	13
±	0	4 30	6

(*) F era terminato con pallina d'ottone di 3 mm. e si caricò con pila debole.

Finalmente, essendomi avvisto che il tubo d'efflusso di piombo, *mb*, quando era troppo vicino ad F veniva influenzato, e poteva modificare un poco i risultati, feci un'altra duplice serie di misure, dopo di avere prolungato il tubo di piombo con una canna di vetro del diametro del tubo e lunga 50 cm. Disposi E a 20 cm., ed F a 10 cm. dall'estremo della canna, e le misure furono eseguite successivamente, ad aria non Xata ed Xata, come al solito.

Tabella III.

Carica di		Tempo di scarica di 1° Con corrente d'aria	
E	F (*)	Non Xata	Xata
+	+	5′, 10″	4′, 31″
—	—	4 57	4 15
+	—	7 45	18
—	+	6 20	9
±	0	4 38	8

(*) F era terminato dalla pallina, e fu caricato con pila forte.

I numeri delle ultime colonne di queste tre tabelle, sebbene ottenuti in condizioni alquanto diverse, e quelli della III tavola ricavati quali medie di due misure ciascuno, sono assai concordanti nell'andamento generale, e possono così riassumersi:

1° L'aria Xata passando su di un filo F in comunicazione col suolo, serba intiera la sua attività scaricatrice, scaricando $E \pm$ in pochi secondi;

2° L'aria Xata passando su di un filo $F \pm$ elettrizzato, perde quasi per intiero la virtù di scaricare l'elettricità omologa di $E \pm$ (confronta la fig. 3), quasi fosse aria non Xata;

3° L'aria Xata passando su di un filo $F \mp$ elettrizzato conserva, quasi per intiero, la virtù di scaricare l'elettricità contraria di $E \pm$, quasi come l'aria stata soltanto Xata (confronta la fig. 4).

Questi risultati, come si vede, concordano pienamente con quelli ricavati dall'ipotesi posta in principio; però occorre far rilevare due particolarità. La prima è, che a parità di circostanze, nelle precedenti esperienze e nelle analoghe che seguiranno, l'elettricità — si scaricò sempre un po' più rapidamente di quella +. Di questo fatto non saprei dare alcuna spiegazione sicura, qualora non si volesse ammettere, come già accennai, che la carica delle molecole in + fosse alquanto maggiore di quella delle molecole in —. La seconda particolarità, cui accennavo, è che l'aria Xata dopo strisciata sul filo $F \mp$ elettrizzato, scaricò l'elettricità contraria di $E \pm$ un po' più lentamente che a filo F a 0°; lo che, secondo la ipotesi fatta (v. fig. 4), non dovrebbe accadere: ma può dipendere da una preculiare induzione fra F ed E.

Difatti dai numeri della 3ª colonna delle tabelle II e III si scorge, che la durata della scarica di E, con l'aria non Xata, non fu costante. Quando F era a 0, cioè al suolo, esso doveva prendere lieve carica contraria, indottavi da E, e questo si scaricò in 4′, 38″. (tabella III) Quando $F \pm$ era carico con elettricità omologa ad $E \pm$, parte della carica di questo veniva spinta sulla foglia, la cui deviazione aumentava di $^1/_4$ circa di divisione; ivi era dissimulata o legata dalla cassa dell'elettroscopio, il quale per ciò si scaricava un po' più lentamente che nel caso precedente, cioè in 5′,4″, in media. Invece se $F \mp$ aveva carica opposta ad $E \pm$, si produceva fra loro dissimulazione e condensazione elettrica (F essendo unito stabilmente alla pila a secco); la deviazione di E scemava un poco, e la scarica rallentavasi ancora di più, fino a durare in media 7′,3″.

Un fenomeno simile deve prodursi anche con l'aria Xata, quando si operi in condizioni identiche. Ed invero con l'aria Xata la scarica di $E \pm$ con elettricità contraria ad $F \mp$ durò in media 14″, mentre durò soltanto 8″ quando F era unito al suolo, cioè a 0°.

A mettere meglio in chiaro la reciproca influenza fra F ed E feci due diverse serie di misure nelle quali, tenendo E costantemente a 20 cm dal tubo di piombo, disponevo F a 10 od a 5 cm. da E. Ecco i risultati ottenuti al solito modo:

Tabella IV.

Carica di		Tempo di scarica di 1°		
		Con corrente d' aria		Senza corrente d' aria
E	F (*)	Non Xata	Xata	
		F a 10 cm. da E.		
+	+	5', 15"	4', 50"	5', 10"
—	—	5 00	2 25	5
+	—	5 20	17	4 20
—	+	5 00	9	5 27
		F a 5 cm. da E.		
+	+	3', 55"	3', 00"	3', 30"
—	—	3 35	53	3 42
+	—	5 15	8	5 10
—	+	5 50	6	4 30
±	0	2 55	6	

(*) F era terminato con pallina e caricato con pila debole.

I numeri della 3ª colonna mostrano chiaro l'influenza che il filo *F* può esercitare sull'elettroscopio *E*, se vi si trovi abbastanza vicino. Così quando *F* era a 10 cm. da *E*, l'induzione su questo era insensibile e la sua scarica ebbe, in media, la durata costante di 5'9", qualunque carica avessero *F* ed *E*. Invece, quando *F* era a 5 cm. da *E* la scarica di *E* durò, in media, 2', 55" se *F* era unito al suolo; durò, in media, 3', 45", se *F* ± aveva carica omologa ad *E* ±; e durò, in media, 5', 34" se *F* ∓ aveva carica contraria ad *E* ±. Lo che è analoga ai casi precedenti.

Nell'ultima colonna ho registrato le durate delle scariche verificatesi senza spingere la corrente d'aria contro di *E*; ed i numeri sono perfettamente concordi coi precedenti; lo che conferma sempre più, che le accennate differenze sono dovute alle induzioni fra *E* ed *F*. I numeri della quarta colonna ricordano, quelli analoghi delle tabelle I e II, ottenuti, del pari, come cariche deboli di *F*.

Ma oltre l'influenza fra *F* ed *E*, un'altra se ne manifesta fra *F* ed il tubo di piombo, come accennai; ed essa si accentua, naturalmente, con la prossimità dell'inducente *F* e con l'energia della sua carica. Nella seguente tabella ho riportato i risultati di misure fatte in seguito a quelle della tavola ultima, e dopo d'avere posto *F* a 4 cm. dall'estremo del tubo.

TABELLA V.

Carica di E	Carica di F	Tempo di scarica di 1° Con corrente d'aria Non Xata	Xata
+	+	4′, 50″	5′, 6″
—	—	5 15	5 6
+	—	5 10	3 30
—	+	5 00	42

La scarica con aria non Xata fu costante, per la nessuna influenza fra *F* ed *E*. Tutte le scariche provocate dall'aria Xata furono rallentate, perchè *F* essendo carico ed assai vicino al tubo di piombo unito al suolo vi induceva una carica contraria; e le due elettricità scemando quelle supposte nell'aria Xata ne diminuirono la virtù scaricatrice.

Questa interpretazione viene confermata dalla esperienza seguente.

Sostituii al tubo di piombo *mb*, della fig. 1, uno di ottone, *A B*, (60 × 2,5 cm.) fig. 6. In esso, per una tubolatura laterale *T*, introdussi e centrai normalmente, un anellino di filo di rame, prolungato in un gambo dello stesso filo *F*, confitto ed isolato nel tappo di paraffina *T*. L'anello poteva, pel filo *F*, caricarsi con una pila a secco.

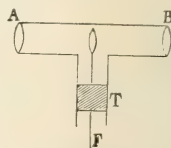



FIG. 6.

Per sperimentare spingevo per *A B* l'aria Xata contro di *E* carico, ed ebbi i numeri che seguono, tenendo *F* ora unito al suolo ora alla pila a secco:

TABELLA VI.

Carica di E	Carica di F	Tempo di scarica di $\frac{1}{2}$° (*) Con corrente d'aria Xata
+	+	8′, 10″
—	—	7′, 30″
+	—	8′, 10″
—	+	9′, 00″
		media 8′, 40″
±	0	6′, 3″

(*) In queste esperienze l'elettroscopio trovavasi nella gabbia di guardia, la quale rallentava le scariche per influenza, onde limitai le misure alle scariche di $\frac{1}{2}$ divisione invece di 1 divisione, come al solito.

Si vede, che l'aria Xata passando pel tubo e l'anello allo stato naturale ha conservata tutta la sua virtù scaricatrice, scaricando *E* ± in poco più di 6″; invece l'ha perduta per intiero, passando per l'anello carico e pel

tubo con indotta contraria. In questo caso le due cariche contrarie, del tubo e dell'anello, annullano le supposte cariche dell'aria Xata, e riducendo questa allo stato naturale ne annullano la virtù scaricatrice, come si disse.

Questo fenomeno, che si verifica in tutta la sua efficacia nella precedente esperienza, s'osserva incompletamente nel caso della tabella V.

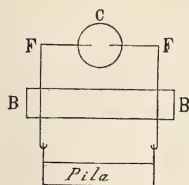



Fig. 7.

In un modo simile agisce l'ozonatore. Esso, per l'effluvio si carica d'elettricità contrarie sulle sue faccie interne; le quali elettricità neutralizzando le cariche molecolari, supposte dell'aria Xata, ne annullano la virtù scaricatrice. D'onde il fatto notato che l'attività dell'ozonatore si prolunga o s'abbrevia, a seconda che s'aumentano o si scemano le sue cariche residue.

Un risultato simile si ha disponendo l'esperienza come indica la fig. 7. Avanti alla canna di vetro *C*, vista di faccia, ed a 10 cm. da essa, situai i due fili, *F* ed *F*, fissati in un blocco di paraffina *BB*; ed a 10 cm. più avanti disposi l'elettroscopio, non indicato nella figura. Ai fili *F F*, provvisti di ganci, s'attaccava o una pila a secco *P*, od un filo di rame unito al suolo, Spingendo per la canna *C* contro l'elettroscopio l'aria, ora Xata ora non Xata, si ebbero i risultati medi, che qui sotto riassumo per brevità.

Tabella VII.

Carica di		Durata della scarica di 1° Con la corrente d'aria	
E	Fili	Non Xata	Xata
—	0	6′, 00″	
—	carichi	6 45	
—	0		14″
—	carichi		4′, 04″
+	0	6 38	
+	carichi	7 50	
+	0		0′ 15″,5
+	carichi		7′ 19″
O più brevemente			
±	0	6′, 19″	
±	carichi	7 18	
±	0		0′ 15″
+	carichi		7′ 19″
—	carichi		4′ 4″

Si rileva:

1° Che con l'aria non Xata, la scarica di $E\pm$ fu un po' più rapida (6',19") quando i fili erano a 0, che quando erano carichi (7',18"). Ciò mostra una lieve induzione esercitata dalle cariche di essi su di E;

2° Che con l'aria Xata e fili a 0° la scarica di $E\pm$ fu rapidissima (15");

3° Che l'aria Xata fu incapace di scaricare $E+$ (7',19") e scaricò assai lentamente $E-$ (4',4").

Cioè a dire, che l'aria Xata passando pei fili F elettrizzati perdè per intiero la virtù di scaricare l'elettricità $+$ di E: e perdè solo in parte la virtù di scaricare l'elettricità $-$ di E. Una tale differenza è da attribuirsi alla poca efficacia della pila a secco, che caricava i fili. Difatti avendoli caricati con la pila più energica ottenni questi altri risultati, medî di due serie di esperienze.

Tabella VIII.

Cariche di		Tempo di scarica di 1° Con corrente d'aria	
E	F	Non Xata	Xata
+	0	7', 8"	
+	carichi	8 26	
+	0		0', 14"
+	carichi		9 8
—	0	6 30	
—	carichi	8 57	
—	0		13"
—	carichi		8 34"
O più brevemente			
±	0	6', 49"	0', 13",5
±	carichi	8 42	8' 51"

Dai numeri precedenti si rileva, che ad aria non Xata la scarica di $E\pm$ fu un po' più lenta quando i fili F erano carichi che quando erano a 0° e ciò per la solita influenza di F su di E. La virtù scaricatrice dell'aria Xata fu grande, quando l'aria passò sui fili a 0° (scaricò $E\pm$ in 13") e fu nulla quando passò sui fili elettrizzati, giacchè $E\pm$ si scaricò in 8'51", invece che in 8'32", come accadeva con l'aria non Xata. D'onde si conclude che le cariche contrarie dei due fili riuscirono a neutralizzare affatto quelle cariche supposte nell'aria Xata, ed a togliere ad essa ogni attività scaricatrice.

Volendo sempre più variare le condizioni delle esperienze, saldai agli estremi dei due fili F ed F due lastrine di ottone (4 × 1 cm.), che, parallele

ed a 5 o 6 mm. di distanza fra loro, interposi centrate fra E ed il tubo di piombo. Le esperienze eseguite con l'aria non Xata ed Xata vennero eseguite caricando le lastrine una prima volta con la pila debole ed una seconda con quella forte. Ecco in riassunto i dati ottenuti

Tabella IX.

Carica di		Tempo di scarica di 1° Con corrente d'aria	
E	Lastrine	Non Xata	Xata
±	0	9′, 8″	
+	cariche (*)		9′, 25″
—	cariche		3 22
±	0		7
±	0	13 50	
±	cariche (**)		17 43

(*) Le lastrine furono caricate con la pila debole.
(**) " " " " forte.

Questi numeri sono affatto identici a quelli delle tabelle VIII e IX e conducono alle stesse conclusioni. Si rileva, poi, dalle tre ultime misure, che la scarica con aria Xata e lastrine elettrizzate fu sensibilmente più lenta che ad aria non Xata e lastrine a O; lo che deve attribuirsi alla maggiore influenza delle lastrine sull' elettroscopio, che per la maggiore loro superficie meglio vi condensarono la carica.

Tali, per sommi capi, sono i principali fenomeni da me osservati e che seguito a studiare. Essi credetti in principio si potessero spiegare per un trasporto d' elettricità per opera dell' aria Xata, dal corpo carico all' elettroscopio. Ma, oltre che non riuscii ad assicurarmi di cotesto trasporto, esso non potrebbe facilmente spiegare la virtù dell' ozonatore e del tubo ad anello $A B$, fig. 6, di annullare la proprietà scaricatrice dei gas Xati. La ipotesi, invece, della duplice carica delle particelle dell' aria Xata, spiega gli svariati fenomeni suindicati, ne agevola la intelligenza collegandoli sotto un solo principio, e fu quella che li fece prevedere e scoprire. Per coteste ragioni l' ho esposta e seguita in questo scritto, non senza le debite riserve. Però devo avvertire, che se realmente le molecole dei gas si dissociassero per le radiazioni, come da alcuni si suppone, il volume di questi dovrebbe accrescersi; lo che non mi è riuscito d'osservare in diversi tentativi che ho fatto. Senza, adunque, nulla affermare o negare in proposito, mi sono limitato a dire, che le diverse particelle dei gas Xati si comportano come se fossero dotate di cariche elettriche opposte.

Riassunto. — Possiamo così indicare, in breve, le principali cose esposte in precedenza.

I gas attraversati dai raggi X od Xati acquistano la proprietà di scaricare rapidamente i conduttori elettrizzati.

Essi conservano tale proprietà, sebbene scemata, dopo di aver percorso dei tubi di vetro o di metallo di 10 o più metri di lunghezza.

L' aria Xata, soffiata contro l' estremo d' un filo metallico allo stato naturale, conserva intiera la sua virtù scaricatrice.

Soffiata contro l' estremo d' un filo elettrizzato $F\pm$, perde affatto la proprietà di scaricare, poscia, un elettroscopio ($E\pm$) con carica omologa al filo.

Conserva invece l' attitudine di scaricare l' elettroscopio ($E\pm$) con carica contraria al filo.

L' aria Xata spinta contro gli estremi vicini di due fili con cariche contrarie, perde ogni proprietà scaricatrice, onde agisce, di poi, sopra un elettroscopio carico come l' aria ordinaria, non scaricandolo.

L' aria Xata passando per un ozonatore di recente stato attivato, e perciò con cariche residue opposte, o per un altro apparecchio simile avente le due cariche contrarie, perde ogni virtù scaricatrice e si comporta come l' aria ordinaria.

L' aria Xata, adunque, in queste esperienze agisce come se le sue molecole avessero cariche opposte, per le quali scarica i corpi elettrizzati. Neutralizzando con un filo elettrizzato in $+$, p. e., la carica delle molecole negative $-$, l' aria, con le rimaste molecole positive $+$, non può scaricare un elettroscopio con carica omologa al filo cioè $+$, ma ne scarica uno con carica contraria al filo, cioè negativa $-$. Lo stesso dicasi per le cariche contrarie. Se si neutralizzano entrambe le cariche, sia con due fili oppostamente elettrizzati, sia con un ozonatore, od altro simile apparecchio, con due cariche contrarie, l' aria perde ogni virtù scaricatrice.

Questa ipotesi, che pur diamo con riserva, facilita l' intelligenza ed interpretazione dei fenomeni, e permise di prevederli e scoprirli [1].

Fisica. — *Sul potere penetrante dei raggi* X. Nota del Corrispondente A. Ròiti.

A. A. C. Swinton osserva l' ombra della mano proiettata sopra uno schermo fluorescente e, secondo che le carni o le ossa vi appariscono più o meno trasparenti, giudica i raggi X più o meno penetranti. Così trova che la penetrazione aumenta insieme colla rarefazione e coll' energia elettrica applicata al tubo; e diminuisce col diminuire la resistenza del tubo me-

[1] In queste delicate ricerche fui molto coadiuvato dai miei assistenti, prof. Campanile e dott. Stromei, che ringrazio di cuore.

diante l' azione magnetica, diminuisce col crescere la distanza fra catodo e anticatodo, come pure col crescere la superficie del catodo; è indipendente dalla natura dell' anticatodo, sia esso di platino, alluminio, ferro, rame od argento, sebbene si ottenga maggior copia di raggi X dai metalli di maggior peso atomico.

Questo lavoro di Swinton, che ora mi accade di leggere nell'*Electrician* del 30 aprile pag. 16, m' induce a stralciare alcune osservazioni, già vecchie, dal mio registro di laboratorio, poichè esse lo corroborano e v' aggiungono qualche cosa.

I.

26 agosto '96. — Nell' apparato rappresentato dalla fig. 1, che tolgo dalla mia Memoria sulla criptocrosi (1), sono affacciati due tubi coi piatti applicati a smeriglio sugli orli di vetro: uno d' alluminio grosso mm. 0,73, l' altro di rame grosso mm. 0,1 e saldato sopra un anello più robusto.

Fig. 1.

Raggio di curvatura dei catodi d' alluminio 10 cm.

Distanza fra catodo e piatto, che fa da anticatodo e da anodo cm. 15,5.

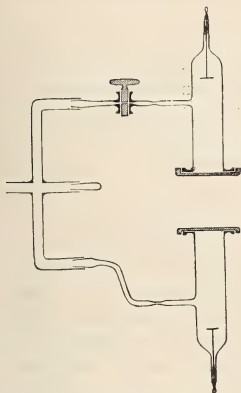
I tubi sono applicati in parallelo ad un rocchetto con interruttore rapido, che dà scintille di 12 cm. fra punte.

Fra i piatti, discosti cm. 29,5, è scorrevole l' attinometro (2) con prisma di piombo spalmato di platino-cianuro potassico.

Quando ne dista ugualmente, lo splendore dello strato fluorescente è molto maggiore dalla parte del fondo d' alluminio. Spostandolo per ottenere l' uniformità del campo e poi intercalando dalle due parti grossezze uguali di rame, d' alluminio, di zinco, ecc., s' indebolisce meno la faccia del prisma rivolta al rame. Da ciò non si può conchiudere ancora che dal rame emanino raggi più penetranti che dall' alluminio, giacchè, com' ebbi a rilevare nella Memoria citata e come confermò di poi il prof. Salvioni (3), il potere penetrante è profondamente modificato dai corpi attraversati.

(1) Memorie della R. Accad. dei Lincei serie 5a, vol. II, (luglio 1896), pag. 131.

(2) *L' Elettricista,* anno V, n. 9 (agosto 1896).

(3) *Ricerche di criptocrosi.* Atti dell' Accad. Medico-Chirurgica di Perugia, vol. IX, dicembre 1896.

Pongo davanti al piatto d'alluminio mm. 0,1 di rame, e davanti a quello di rame mm. 0,72 di alluminio, così che gli strati attraversati sieno uguali dalle due parti. Per ottenere in tali condizioni l'uniformità del campo, l'attinometro dev'essere collocato in punti diversi secondo il grado di rarefazione, punti che oscillano fra cm. 16,8 e 18,2 dal fondo di rame, e quindi fra 12,7 e 11,3 da quello d'alluminio.

Dunque l'*emanazione* dei raggi X è più copiosa quando i raggi catodici battono sul rame.

L'uniformità del campo non è turbata aggiungendo dalle due parti mm. 2,8 d'alluminio, mm. 0,1 di rame, mm. 0,12 di zinco, 1 cm. di ebanite.

Dunque non si riscontra differenza fra i poteri penetranti, siano i raggi emanati dal rame o dall'alluminio.

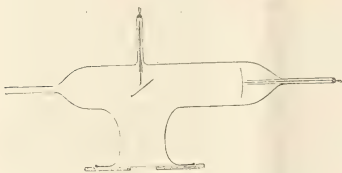
12 ottobre '96. — Sono applicati alla tromba di Geissler due tubi fra loro identici, della forma indicata nella fig. 2 ad $^1/_4$ del vero; ma uno ha l'anticatodo di platino, l'altro d'oro.

I raggi X ne escono attraversando solamente mm. 0,3 d'alluminio, perchè non siano sensibilmente alterati nel potere penetrante, nè nel *colore.* Per poter applicare a tenuta sul vetro una lastra così sottile, l'ho prima attaccata con mastice ad un piatto d'ottone forato nel mezzo; quindi l'ho smerigliata sull'orlo del vetro. La manipolazione è alquanto penosa, ma dà risultati soddisfacentissimi.

I due tubi suddetti sono affidati a due rocchetti distinti, coi loro primari in serie sui medesimi accumulatori e coi loro condensatori uniti in superficie, avendo il più potente un reostata in derivazione sui serrafili primari.

Dopo un periodo d'inazione, l'anticatodo di oro si fa bianco per l'assorbimento del vapore di mercurio: e quando comincia ad agire, proietta davanti e dietro a sè, sulla parete di vetro, un deposito opaco color sudicio, il quale a poco a poco si dilegua. Ma prima che si dilegui, il potere fosfogenico di questo tubo è molto debole; motivo per cui nel confrontarlo col tubo avente l'anticatodo di platino, devo far passare continuamente le scariche in entrambi.

Fig. 2.

Trovo poca differenza nel potere emissivo dei due tubi, e non ne trovo alcuna nel potere penetrante attraverso all'oro, al platino ed all'argento.

27 ottobre '96. — Sono di fronte sulla tromba di Geissler due tubi aventi la forma indicata nella fig. 2.

Tubo A coll' anticatodo di platino distante 75 mm. dal catodo d' alluminio col raggio di curvatura di 33 mm.

Tubo B coll' anticatodo d' argento fino, distante 75 mm. dal catodo di alluminio col raggio di 40 mm.

Distanza fra i due fondi di alluminio 21 cm.; fra i due anticatodi 32 cm.

Il rocchetto cui è affidato A è meno potente e però ha in derivazione un reostata, regolando il quale riduco all' uniformità l' attinometro equidistante dai due tubi. E l'uniformità non è turbata ponendo dalle due parti mm. 0,011 di platino, oppure otto foglie d' argento di mm. 0,013, o una lastra di argento fino di mm. 0,1, o 8 foglie di stagno di mm. 0,02, od anche 2 mm. d' alluminio.

Dunque il potere penetrante è lo stesso tanto se i raggi X sono emanati dal platino, quanto se emanati dall' argento. E si noti che l' argento ha per trasparenza una criptocrosi affatto diversa dagli altri metalli, come mi risulta da osservazioni che ora non riferisco.

16 novembre '96. — Pare che i raggi dei due tubi non abbiano più il medesimo potere penetrante. Certe volte, non sempre però, interponendo dalle due parti 10 foglie di argento, oppure 5 foglie di nichelio, od anche mm. 0,1 di rame, o mm. 0,13 di zinco, accade che poi attraverso all' argento penetrino più i raggi emanati dall' anticatodo d' argento.

Dipende forse questo maggiore potere penetrante dall' argento che, sublimandosi in tutti questi giorni, si sia depositato sul diaframma d' alluminio?

19 novembre '96. — Sostituito al tubo B coll' anticatodo di argento un tubo C coll' anticatodo di quarzo tagliato parallelamente all' asse ottico, ed avente la stessa forma e le stesse precise dimensioni del tubo A coll' anticatodo di platino.

Il quarzo presenta una bella fluorescenza giallo verdastra, ma in corrispondenza all' asse dello specchio concavo d' alluminio rimane oscuro per un ovale di circa 2 mm. con qualche punto brillante. Nel passaggio dal terzo al secondo stadio di rarefazione, prima che si manifesti il pennacchio catodico, il centro della callotta d' alluminio si fa incandescente di luce giallo-rossastra.

21 novembre '96. — Il potere emissivo del quarzo pei raggi X è molto minore di quello del platino, in maniera che interrompendo anche la derivazione del rocchetto maggiore, al quale è affidato il tubo col quarzo, comanda sempre il tubo col platino: a meno che non si spinga la rarefazione agli estremi; ma allora la luce si fa vacillante, e scoccano scintille all' esterno dei tubi. Vi rimedio mettendo in comunicazione col suolo i piatti d' alluminio, gli anodi e l' attinometro.

23 novembre '96. — Dopo qualche tempo d' azione, i tubi si mantengono costanti per un tratto sufficiente, ed accerto quanto segue:

1. Contro ogni mia aspettazione i raggi X emanati da questi due tubi presentano il medesimo potere penetrante per mm. 0,012 di platino, mm. 0,1 di rame, mm. 5 d'alluminio, 12 foglie di stagno, 10 foglie d'argento, mm. 2,3 di vetro. E con ciò voglio dire che, mettendo dalle due parti dell'attinometro grossezze uguali di uno stesso corpo, l'uniformità del campo non viene turbata.

2. Il vetro di mm. 2,3 messo da una parte, e messo dall'altra una lastra di quarzo di mm. 2,8 identica a quella dell'anticatodo, l'uniformità non è turbata, comunque sia orientato il quarzo.

3. I poteri penetranti dei due tubi rimangono uguali anche portando l'attinometro di cm. 3,5 più vicino all'anticatodo di quarzo, e ricorrendo al solito reostata in derivazione per produrre l'uniformità del campo.

In queste condizioni si possono fare le osservazioni anche nel secondo stadio inoltrato, con un pennacchio catodico bene sviluppato: ed i poteri penetranti dei raggi emanati dai due tubi si conservano uguali.

Oggi non si nota l'incandescenza al centro del catodo, e si passa normalmente dal terzo al secondo stadio.

Per un certo tempo dopo interrotta la corrente, il quarzo anticatodico splende fortemente sulla piccola ellissi; ma ciò soltanto se la rarefazione è nel terzo stadio.

7 dicembre '96. — Dal tubo C ho tolto l'anticatodo di quarzo e ve ne ho sostituito uno circolare d'alluminio. Ho dovuto cambiare anche il diaframma d'alluminio perchè s'era staccato dall'ottone; ma il nuovo ha la medesima grossezza, cioè mm. 0,3.

Sotto questa data e nei giorni successivi ho fatto molti confronti fra questo tubo C ed il tubo A coll'anticatodo di platino eccitandoli con due rocchetti distinti, ma congiunti come al solito.

Il potere emissivo dell'alluminio si è mostrato di tanto minore da quello del platino che, quando l'attinometro si trovava ad egual distanza dai due tubi, e C era affidato al rocchetto più potente, l'uniformità del campo non si poteva ottenere nemmeno interrompendo il reostata in derivazione. Allora per fare le osservazioni doveva portare l'attinometro più vicino a C che ad A.

All'incontro se A era affidato al rocchetto più potente, la corrente di questo si poteva indebolire in maniera da raggiungere l'uniformità comunque fosse collocato l'attinometro.

Sarebbe lungo il riferire le osservazioni fatte variando il più possibile le condizioni di distanza e di corrente eccitatrice e permutando i tubi sui rocchetti. Dirò solamente che i raggi emanati dai due tabi si mostrarono in generale di uguale potere penetrante; ma con qualche eccezione, e specialmente quando la rarefazione era così moderata da mostrare il pennacchio catodico.

Siffatte eccezioni mi fecero sospettare che il potere penetrante potesse dipendere dalla differenza di potenziale agli elettrodi, più di quanto non mi

fosse risultato anteriormente [1]: e volli chiarire la cosa confrontando due tubi uguali con anticatodi dello stesso metallo.

18 dicembre '96. — Ho tolto dal tubo C l'anticatodo d'alluminio, e ve ne ho sostituito uno di platino, così che C riesce in tutto uguale ad A.

Permuto spesso i tubi sui due rocchetti, colloco l'attinometro a diverse distanze dai tubi, produco l'uniformità del campo, non col reostata in derivazione, ma introducendo più o meno il primario col suo nucleo di ferro nel secondario del rocchetto più forte.

Così mi assicuro che il tubo, il quale per essere più lontano dall'attinometro emana i raggi in maggior copia, li emana anche più penetranti.

Da quanto precede si può conchiudere con Swinton che il potere penetrante è indipendente dalla natura dell'anticatodo, e aumenta insieme coll'energia elettrica condotta al tubo.

Questa conferma non è superflua, avendo Swinton fatto le sue esperienze con tubi a pareti di vetro invece che d'alluminio sottile, e rammentando quale e quanta influenza eserciti sul potere penetrante l'essere stati i raggi X preventivamente filtrati attraverso a corpi che li assorbono. Tale influenza predomina di molto su quella esercitata dal variare entro certi limiti la rarefazione e la differenza di potenziale; e ciò spiega i numerosi esempî da me addotti nella Memoria sulla criptocrosi di tubi a pareti di vetro che dànno ostinatamente raggi più penetranti di altri tubi, sebbene sieno eccitati in condizioni svariatissime.

Accertato che, non il solo potere emissivo, ma anche il potere penetrante dipendono dalla differenza di potenziale, non si creda però che la distanza esplosiva di un rocchetto basti e definirli, nemmeno per un dato tubo nel quale il grado di rarefazione sia mantenuto costante. V'intervengono altri fattori sui quali ho già raccolti parecchi dati che formeranno l'oggetto di una prossima Nota sull'eccitazione dei raggi X.

II.

Intanto colgo questa occasione per accennare ad un corso di esperienze che ho intrapreso per istudiare come dipenda l'emanazione dei raggi X dalle dimensioni dei tubi. Di fronte a fenomeni così complessi ho creduto opportuno di semplicizzare le condizioni che li determinano, servendomi solamente di tubi nei quali una lamina di platino faceva da anodo, da anticatodo e da finestra d'uscita. Era lamina di mm. 0,04 foggiata a callotta e saldata con smalto al vetro, rivolgendo la concavità verso l'esterno. Di più

[1] Ve la citata Memoria *Sulla criptocrosi*, § 7.

per eliminare il meglio possibile gli effetti della rarefazione continuamente variabili, ho osservato i tubi contemporaneamente, confrontandoli due a due mentre comunicavano colla stessa tromba a mercurio, e parecchio tempo dopo averli vuotati sino all' estremo sotto un forte riscaldamento. Faceva poi che vi entrasse opportunamente qualche traccia di gaz.

La maggior parte dei tubi che ho provati sono rappresentati ad $^1/_4$ del vero nella fig. 3.

31 agosto '96. — I due tubi I e III, all' incirca geometricamente simili, sono in derivazione sopra uno stesso rocchetto.

A grandi rarefazioni, quando non v' è altra luminosità all' infuori della fluorescenza sulla parete, è alquanto maggiore il potere emissivo del tubo piccolo I. Di mano in mano che la rarefazione peggiora, e quando si mostra il pennacchio catodico, prende il sopravvento il tubo grande III. In appresso perdono entrambi, ma comanda quest' ultimo in guisa che il rapporto delle loro distanze dall' attinometro, per l' uniformità del campo, arriva a 2,6.

I raggi emanati dal tubo piccolo I hanno potere penetrante sempre maggiore od uguale a quelli del tubo III: e l' ho provato con vetro, ferro, rame, alluminio, zinco, argento, stagno, platino.

2 settembre '96. — Tali differenze di penetrazione sono causate dal passaggio dei raggi attraverso al vetro ed allo smalto che circondano la callotta di platino. Infatti avendo protetto le estremità dei tubi con un cappellotto di cartone paraffinato portante uno schermo di piombo avente un foro minore di quella callotta (com' è indicato pel tubo III nella fig. 3), non mi è dato di riscontrare differenze sicure fra i poteri penetranti dei raggi emanati da questi nè dagli altri tubi rappresentati nella figura.

Non si è però autorizzati ad escludere che per le varie dimensioni dei tubi sieno destati raggi di varia penetrazione, perchè il platino è sostanza tanto assorbente che probabilmente spegne la massima parte dei raggi meno penetranti.

Riconosciuta così l' insufficienza di questa disposizione a chiarire la questione, ho oramai ristretto le mie ricerche a vedere come le dimensioni dei tubi influiscano sull' emanazione dei raggi di maggior penetrazione, quali sono quelli che attraversano il platino: ed ho esclusivamente determinato il potere fosfogenico relativo dei tubi sul platino-cianuro di bario.

15 e 17 settembre '96. — I medesimi tubi I e III sono applicati e possono essere permutati su due rocchetti distinti, il più forte dei quali si regola col reostata in derivazione sul suo primario. E mi accerto che con questa disposizione hanno contegno opposto a quando si trovavano in parallelo sopra un solo rocchetto.

Alle rarefazioni estrme hanno potere fosfogenico presso che uguale, con leggiera prevalenza del tubo grande III. Col peggiorare la rarefazione com-

parisce contemporaneamente in entrambi il punto luminoso e poi il pennacchietto sul catodo, ed il tubo piccolo va guadagnando sull' altro così da acquistare un potere fosfogenico molto maggiore.

Che il valore relativo dei due tubi possa riuscire diverso ed anzi invertirsi secondo che essi sono in parallelo sopra uno stesso rocchetto, oppure eccitati contemporaneamente da due rocchetti distinti, non deve sorprendere se si pensa alla resistenza diversa che possono presentare al passaggio della scarica, alla porzione diversa dell' energia che è assorbita dal gaz residuo e quindi non contribuisce ad eccitare i raggi, ed alla complicazione grande della legge colla quale si distribuisce l' energia elettrica di correnti così rapidamente variabili.

Ogni minima perturbazione che faciliti il passaggio per uno dei tubi in parallelo tende ad aggravare la dissimetria allorchè le scariche sprigionano del gas: e però le condizioni del fenomeno sono così instabili da far rinunciare a questa disposizione. Quindi mi sono tenuto all' altra dei due rocchetti, sebbene più faticosa perchè rende necessario permutare spesso i tubi sotto esame volendo eliminare alla meglio le perturbazioni portate dalla diversità dei due rocchetti per cui risulta diversa la legge secondo la quale decorrono le scariche indotte, ciò che influisce, come ho già accennato, sulla eccitazione dei raggi X.

Ma, senza entrare in particolari, indicherò sommariamente i risultati delle mie osservazioni nel seguente specchietto.

Indicazione del tubo	I e II piccolo	III grande	IV grosso	V lungo	VI tondo
Diametro interno del tubo . .	2 cm.	2,83	3	2	2
Raggio di curvatura del catodo	4	6	4	10	4
Distanza fra catodo e platino .	9	14	9	21,5	9

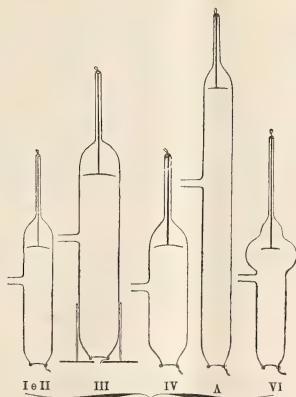



Fig. 3.

	2.° Stadio.			3.° Stadio.		
17 Settembre	I piccolo	$>$	III grande	III grande	$\geq$	I piccolo
29 Settembre	V lungo	$>$	IV grosso	IV grosso	$>$	V lungo
6 Ottobre .	II piccolo	$>$	V lungo	II piccolo	$>$	V lungo
8 Ottobre .	II piccolo	$>$	IV grosso	IV grosso	$\geq$	II piccolo
23 Ottobre .	II piccolo	$>$	VI tondo	II piccolo	$\geq$	VI tondo

Dallo specchietto apparisce che bisogna distinguere il 3° stadio di rarefazione, nel quale non si scorge altra luce che quella di fluorescenza sul vetro, del 2° stadio, nel quale dal catodo parte un pennacchio più o meno esile, ma non si mostra ancora la nube che costituisce il terzo strato della della luminosità catodica.

Pel 2° stadio di rarefazione i risultati si possono riassumere così:

$$\begin{aligned} \text{piccolo} > \text{lungo} &> \text{grosso} \\ &> \text{grande} \\ &> \text{tondo.} \end{aligned}$$

E combinano colle proposizioni di Swinton riferite da principio, giacchè, a parità di catodo, il suo allontanamento dall' anticatodo fa indebolire i raggi; ed a parità di distanza fra i due elettrodi, li fa indebolire l' aumento della superficie catodica. Li fa indebolire altresì la maggiore ampiezza del tubo attorno al catodo, quando questo e la sua distanza dall' anodo non mutano: il che fu segnalato più tardi dallo Swinton in una Nota pubblicata sull' *Electrician* del 21 maggio corrente, pag. 109.

Che questo osservatore si sia soffermato principalmente sul 2° stadio di rarefazione, è molto probabile perchè aveva l' intento di ricavare dai suoi tubi gli effetti più cospicui, e va notato che, passando dal 2° al 3° stadio, in generale i tubi da me esaminati si affievoliscono.

I suddetti risultati relativi al 2° stadio, se si prescinde dal caso del 29 settembre, nel quale i due tubi confrontati avevano presso a poco la medesima capacità e pure davano effetti diversi, armonizzano colle esperienze del prof. Righi, il quale ha trovato che i tubi di minor capacità danno raggi più intensi a pressioni moderate (¹).

Pel 3° stadio di rarefazione i miei risultati si possono riassumere così:

$$\begin{aligned} \text{lungo} < \text{piccolo} &\;\overline{<}\; \text{grosso} \\ &\;\overline{<}\; \text{grande} \\ &\geq \text{tondo.} \end{aligned}$$

(¹) Rendiconti della R. Accad. dei Lincei, 19 luglio 1896, 47.

Ed indicano, che, all' opposto di quanto avviene nel 2° stadio, un aumento del catodo porta con sè un aumento del potere fosfogenico.

Ho riconosciuto nel corso di queste esperienze che esse non possono riuscire molto feconde dal lato teorico se prima non si determinano meglio le condizioni nelle quali l' energia elettrica è somministrata ai tubi: e però le ho sospese.

Chimica. — *Sui principî aromatici dell' essenza di sedano.* Nota del Socio Giacomo Ciamician e di Paolo Silber.

È noto che negli olii essenziali delle umbellifere si trovano oltre a terpeni, sostanze meno volatili di svariata natura chimica. L' essenza di prezzemolo contiene ad es. oltre al pinene, l' apiolo, di cui ci occupammo alcuni anni or sono, ed ultimamente abbiamo dimostrato (1) che nella essenza d' aneto è contenuto, oltre al limonene ed al carvone, un nuovo isomero dell' apiolo ordinario. Tutto ciò ci fece supporre che anche l' olio di sedano (*Apium graveolens* L.) dovesse contenere oltre al già noto limonene (2) un principio aromatico speciale.

L' essenza di sedano del commercio è composta però principalmente da terpeni i quali contengono disciolte piccole quantità del principio aromatico, che sono già sufficienti per dare al tutto l' odore caratteristico. In vista di ciò abbiamo cercato di procurarci le parti meno volatili del prodotto, colla speranza di ritrovare in queste il principio cercato. La nostra previsione è stata coronata da buon successo, ma questo non si sarebbe potuto ottenere senza il cortese interessamento della nota ditta Schimmel e C.° di Lipsia, alla quale dobbiamo perciò molta riconoscenza.

I prodotti greggi da noi esaminati erano di due specie: il residuo della distillazione dei semi e la parte meno volatile della rettificazione dell' essenza. Entrambi contengono gli stessi principî ma in quantità diversa. Noi non staremo qui a descrivere i particolari delle operazioni eseguite, per ciò rimandiamo alla estesa Memoria che sul presente argomento pubblicheremo altrove, diremo soltanto che nella parte meno volatile della essenza di sedano noi abbiamo riscontrato le seguenti sostanze:

idrocarburi terpenici, probabilmente della forma $C_{15}H_{24}$,
acido palmitico e fenoli, di cui uno della composizione $C_{16}H_{20}O_3$,
un' anidride lattonica della formola $C_{12}H_{18}O_2$ ed
un acido della formola $C_{12}H_{18}O_3$.

(1) Gazzetta chimica, vol. 26, II, pag. 293.
(2) Fr. Heusler, *Die Terpene* 1896, pag. 178.

Naturalmente noi non possiamo affermare che tutti questi corpi si trovino allo stesso stato anche nella pianta, ciò non sembra neppure per tutti ugualmente probabile. Quello che apparisce evidente si è prima di tutto che la pianta contenga il lattone $C_{12}H_{18}O_2$, perchè questo composto possiede in alto grado l'odore specifico del sedano, e poi che l'acido $C_{12}H_{18}O_3$ non si trovi allo stato libero nè nella pianta e neppure nella essenza, giacchè da quest'ultima non si può estrarlo colle soluzioni dei carbonati alcalini. L'acido palmitico ed i fenoli sono presenti in piccola quantità, che noi crediamo non superi il 2 pcto. I terpeni predominano nel distillato e sono presenti in quantità meno rilevante nel residuo della distillazione dei semi.

Il prodotto greggio, convenientemente rettificato, cede alla potassa diluita e fredda l'acido palmitico ed i fenoli. Dopo questo trattamento l'olio venne bollito a ricadere con potassa al 25 pcto; i terpeni restano indisciolti ed il liquido alcalino contiene allo stato di sali due nuovi acidi, da noi chiamati:

sedanolico, $C_{12}H_{20}O_3$,

e

sedanonico, $C_{12}H_{18}O_3$,

che formarono l'oggetto dei nostri studî.

Questi due corpi hanno un contegno assai diverso; il primo è un ossiacido, che con la massima facilità, si trasforma nella corrispondente anidride lattonica, da noi chiamata

sedanolide, $C_{12}H_{18}O_2$,

il secondo è un acido chetonico. Queste loro differenti proprietà rendono possibile una rapida e sicura separazione. Mettendoli in libertà, senza cure speciali dirette ad evitare la trasformazione dell'acido sedanolico in sedanolide, acidificando cioè il su menzionato liquido alcalino con un eccesso di acido solforico, l'acido sedanolico passa a lattone, mentre l'acido sedanonico rimane inalterato. Trattando ora il prodotto con carbonato sodico, la sedanolide resta indisciolta e l'acido sedanonico passa in soluzione.

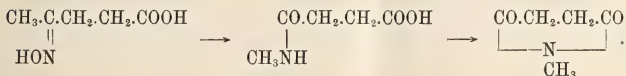
L'acido sedanonico forma, cristallizzato dal benzolo, grossi prismi, privi di colore, che fondono a 113°. Dà facilmente un'idrazone ed una ossima, che ebbe una singolare importanza per l'ulteriore studio dell'acido.

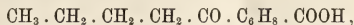
L'acido sedanolico, non può essere ottenuto dalla sua anidride che con cautele speciali, evitando cioè un eccesso di acidi minerali ad un elevamento di temperatura. Esso si presenta, separandosi dal benzolo per aggiunta di etere petrolico, in aghi lunghi bianchi, che fondono a 88-89°. Per riscaldamento, ma anche spontaneamente a temperatura ordinaria, perde una molecola d'acqua e si trasforma in sedanolide, un liquido oleoso, che alla pressione di 17 mm., bolle a 185°. Esso possiede, massime in conveniente diluizione, l'odore caratteristico del sedano.

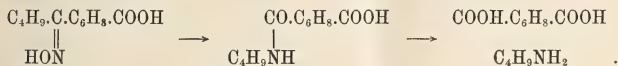
Tanto l'acido sedanonico che il sedanolico riducono in soluzione alcalina prontamente il permanganato potassico.

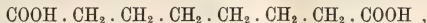
La *costituzione dell' acido sedanonico* venne da noi trovata mediante una serie di elegantissime reazioni di cui daremo qui un breve cenno, rimandando per tutto il dettaglio sperimentale alla estesa Memoria che a suo tempo pubblicheremo altrove.

L' ossima dell' acido sedanonico si trasforma per lieve riscaldamento con acido solforico concentrato a b. m. in un composto della stessa formola, ma di natura diversa. Mentre l' ossima fonde a 128°, il nuovo composto ha il punto di fusione a 171°. Tali metamorfosi non sono nuove; il Beckmann trovò già da molto tempo, che le ossime si trasmutano facilmente in composti amidici. Uno dei più belli esempî in proposito è dato dalla ossima dell' acido levulinico, che, per la reazione di Beckmann, si converte in metilsuccinimide:

$$\underset{\text{HON}}{\overset{\|}{CH_3.C.CH_2.CH_2.COOH}} \longrightarrow \underset{CH_3NH}{\overset{|}{CO.CH_2.CH_2.COOH}} \longrightarrow \underset{\substack{\text{—N—} \\ CH_3}}{CO.CH_2.CH_2.CO} \; .$$

Il nostro prodotto è anch' esso un'ammide e per idrolisi con acido solforico diluito a 120°, si scinde in *butilammina normale* ed un *acido bibasico della formola* $C_8H_{10}O_4$. Questo fatto è già sufficiente per assegnare all' acido sedanonico la formola:

$$CH_3 . CH_2 . CH_2 . CH_2 . CO . C_6H_8 . COOH ,$$

perchè questa dà molto facilmente ragione del comportamento della sua ossima:

$$\underset{\text{HON}}{\overset{\|}{C_4H_9.C.C_6H_8.COOH}} \longrightarrow \underset{C_4H_9NH}{\overset{|}{CO.C_6H_8.COOH}} \longrightarrow \underset{C_4H_9NH_2}{COOH.C_6H_8.COOH} \; .$$

La meta dei nostri studî ulteriori doveva necessariamente essere quella di scoprire la natura chimica dell' acido bibasico $C_8H_{10}O_4$. Siccome nei prodotti naturali sono frequenti le catene normali di atomi, supponemmo da principio che il nostro fosse un acido non saturo, corrispondente al suberico:

$$COOH . CH_2 . CH_2 . CH_2 . CH_2 . CH_2 . CH_2 . COOH ,$$

e tentammo perciò di convertirlo in quest' ultimo per idrogenazione coll' amalgama di sodio. L' esperienza ci dette però un responso negativo. Il nostro acido rimase inalterato malgrado la supposta presenza in esso di due lacune. Convenne perciò ricorrere ad altro trattamento. La soluzione acetica anidra di acido jodidrico, satura a 0°, dà per riscaldamento a 150° un prodotto

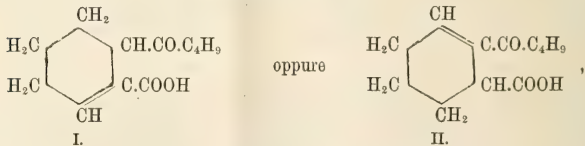
d'addizione (si poteva, come si vide poi, impiegare ugualmente bene anche l'acido bromidrico), che ridotto in seguito con amalgama di sodio si converte in un acido della formola

$$COOH \,.\, C_6H_{10} \,.\, COOH = C_8H_{12}O_4 \,.$$

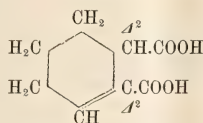
Ora questo composto non agisce più in soluzione alcalina sul camaleonte, sebbene contenga *soltanto due* atomi di idrogeno di più del primitivo $C_8H_{10}O_4$. Questo fatto non è compatibile colla esistenza d'una catena aperta nel radicale « C_6H_{10} » perchè in quest'ultimo caso esso dovrebbe contenere un legame doppio attaccabile dal camaleonte. L'acido $C_8H_{12}O_4$ doveva essere saturo e però costituito in forma ciclica. Dopo ciò non ci fu difficile scoprire la sua vera natura: esso è identico all'acido *esaidroftalico fumaroide* di Baeyer. L'identità venne confermata dal diretto confronto di un campione del nostro prodotto con un campione dell'acido preparato da questo illustre autore, che egli con grande cortesia volle favorirci.

Stabilita la costituzione dell'acido $C_8H_{12}O_4$, fu cosa agevole riconoscere in quello contenente due idrogeni di meno, ottenuto direttamente dalla ossima sedanonica, l'*acido* Δ^2*-tetraidroftalico*, preparato pure dallo stesso Baeyer. Noi avevamo da principio trovato il punto di fusione 207°, ma poi, riscaldando rapidamente, si vide che, in corrispondenza alla indicazione di Baeyer, il punto di fusione può essere portato a 217°; l'anidride ha poi tutte le proprietà di quella derivante dall'*acido* Δ^2*-tetraidroftalico*.

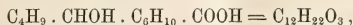
Questi fatti, sebbene di fondamentale importanza per il problema che noi avevamo a risolvere, non sono tuttavia sufficienti ad esaurirlo completamente. Non si può senz'altro ammettere che l'anello cicloesenico dell'acido Δ^2-tetraidroftalico sia contenuto nell'acido sedanonico, perchè non sono rari gli esempî (1) di trasformazioni di composti non saturi a catena aperta in derivati del cicloesano per azione dell'acido solforico. In altri termini l'acido sedanonico avrebbe potuto contenere una catena normale non satura di sei atomi di carbonio, che, nel trattamento della sua ossima coll'acido solforico, si sarebbe trasformata in anello esatomico. Le ulteriori esperienze però hanno dimostrato che questa possibilità è da escludersi. All'acido sedanonico spetta pertanto una delle due seguenti formole

```
          CH2                                   CH
H2C /         \ CH.CO.C4H9           H2C /         \\ C.CO.C4H9
    |         |               oppure     |         |
H2C \         // C.COOH              H2C \         / CH.COOH     ,
          CH                                    CH2
          I.                                    II.
```

(1) Vedi F. Tiemann, *Sulla trasformazione dei corpi della serie del geraniale nei corrispondenti composti ciclici.* Berichte 26, pag. 2725.

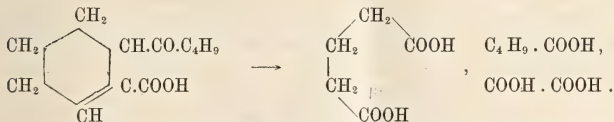
perchè anche la posizione del doppio legame, che corrisponde a quella dell' acido Δ^2-tetraidroftalico, ha potuto essere determinata sperimentalmente.

CH_2 Δ^2
H_2C $CH.COOH$
H_2C $C.COOH$
CH Δ^2

Acido Δ^2 tetraidroftalico

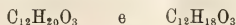
Anzitutto diremo che l' acido sedanonico anche se scaldato in tubo con acido solforico diluito non viene modificato, mentre, come s' è detto, questo reattivo determina con la massima facilità la trasformazione ciclica di quelle sostanze, che sono suscettibili di tale metamorfosi. Inoltre poi per riduzione con alcool e sodio l' acido sedanonico si converte in un *acido ossidrilico saturo,* che non ha più azione sul camaleonte, assumendo soltanto *quattro* atomi d' idrogeno; l' acido sedanonico non può contenere perciò che *un solo* doppio legame, se non si vuol fare la inverosimile ipotesi, che anche per idrogenazione in ambiente alcalino sia avvenuta la metamorfosi ciclica. Di questo nuovo acido, a cui spetta la formola

$$C_4H_9 \,.\, CHOH \,.\, C_6H_{10} \,.\, COOH = C_{12}H_{22}O_3 \,,$$

diremo più avanti.

La posizione del doppio legame nell' acido sedanonico è determinata dal modo in cui esso si scinde per ossidazione col camaleonte. Operando a freddo con la soluzione al 2 pcto. sull' acido sciolto in carbonato sodico si ottengono in quantità equimolecolari i seguenti prodotti: *Acido valerianico normale, acido glutarico normale* ed *acido ossalico*. Questa scissione sta in accordo con entrambe le suesposte formole, ma parla segnatamente in favore della prima:

CH_2 — CH_2
CH_2 $CH.CO.C_4H_9$ ⟶ CH_2 $COOH$, $C_4H_9 \,.\, COOH$,
CH_2 $C.COOH$ — CH_2 — $COOH \,.\, COOH$.
CH — $COOH$

L' acido sedanonico sarebbe perciò da chiamarsi: *orto-valeril-Δ^1-tetraidrobenzoico.*

Comparando le formole dell' acido sedanolico e sedanonico:

$$C_{12}H_{20}O_3 \qquad e \qquad C_{12}H_{18}O_3$$

sorge spontanea l' idea che essi stieno l' uno all' altro nel rapporto di un acido chetonico col corrispondente ossiacido a funzione alcoolica, e perciò fino dal

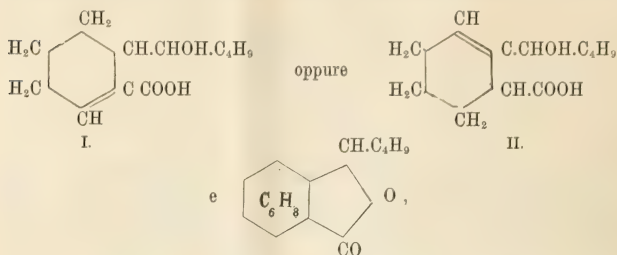
principio della nostra ricerca noi abbiamo supposto che all' *acido sedanolico* ed alla *sedanolide* si dovessero attribuire le seguenti formole:

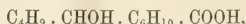
CH_2
H_2C $CH.CHOH.C_4H_9$
H_2C $C\ COOH$
CH
I.

oppure

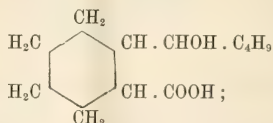
CH
H_2C $C.CHOH.C_4H_9$
H_2C $CH.COOH$
CH_2
II.

e

$CH.C_4H_9$
C_6H_8 O,
CO

secondo le quali la sedanolide non sarebbe altro che una *butilftalide tetraidrogenata.* Tali relazioni non parvero però da principio venire confermate dall' esperienza. L' acido sedanonico non viene attaccato dall' amalgama di sodio, a freddo ed a caldo dà un acido, che ha la composizione del sedanolico, ma che è diverso da quest' ultimo. Risultati assai più concludenti ci dettero invece le esperienze dirette ad ottenere dall' acido sedanolico un prodotto identico a quello proveniente dal sedanonico. Noi abbiamo menzionato più sopra un acido a funzione alcoolica, saturo, della formola

$$C_4H_9 . CHOH . C_6H_{10} . COOH,$$

che si ottiene dall' acido sedanonico per azione dell' alcool e sodio. Se la relazione da noi presunta corrispondeva ai fatti, l' acido sedanolico doveva dare per idrogenazione lo stesso prodotto $C_{12}H_{22}O_3$. E così avvenne realmente. L' acido sedanolico non viene alterato dall' amalgama di sodio, ma dà, per riduzione con sodio in soluzione alcoolica, addizionando una sola molecola d' idrogeno, un ossiacido identico a quello proveniente dal sedanonico.

Questo interessante composto, che è il più bel prodotto di tutta la serie, non può avere altra costituzione che la seguente:

CH_2
H_2C $CH . CHOH . C_4H_9$
H_2C $CH . COOH$;
CH_2

esso è l' acido *orto-ossiamilesaidrobenzoico* oppure, secondo la nuova nomenclatura, 2^1-*pentilolcicloesanmetiloico.* Esso si presenta in forma di aghi lunghi finissimi, fusibili a 131°, che raccolti alla pompa costituiscono una specie di leggerissimo feltro. Il suo punto di fusione è alle volte molto più basso.

Alcuni preparati, sebbene all' analisi si dimostrassero puri, fondevano anche a 119-120° e perfino a 113-114°. Esso è molto più stabile dell' acido sedanolico, tuttavia se lo si bolle con acqua, in cui difficilmente si va sciogliendo, una parte dell' acido si trasforma in anidride, un olio che ha l' odore spiccato del sedano, quasi identico a quello della sedanolide. L' anidride, esaidrobutilftalide, si prepara facilmente trattando l' acido con cloruro d' acetile.

Queste esperienze provano in modo sicuro che gli acidi sedanonico e sedanolico sono sostanze affini, ma non sono sufficienti a determinare la costituzione di quest' ultimo. Segnatamente rimane ancora incerta la posizione del doppio legame, che si colma nella idrogenazione con alcool e sodio.

A risolvere questa parte del problema servì assai bene l' ossidazione dell' acido sedanolico col camaleonte. Operando a 0° e col permanganato al 2pcto. avvengono contemporaneamente due processi, per cui la reazione acquista un singolare interesse. La parte maggiore dell' acido non viene scissa, come nel caso dell' acido sedanonico, ma l' ossidante si limita a togliere quattro atomi d' idrogeno all' anello cicloesenico, trasformando il prodotto primitivo in un composto aromatico:

$$C_6H_8\begin{cases} CHOH \,.\, C_4H_9 \\ COOH \end{cases} \longrightarrow C_6H_4\begin{cases} CHOH \,.\, C_4H_9 \\ COOH \end{cases} .$$

Ma a canto a questo processo di delicata ossidazione si compie, sopra una più piccola parte della sostanza, una profonda scissione della molecola in una serie di acidi alifatici.

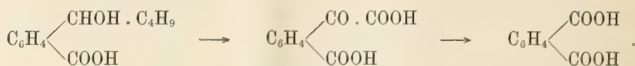
Il composto aromatico è l' acido *orto-ossiamilbenzoico* ossia *2^1-pentilolfenmetiloico*, che si converte colla massima facilità nella sua anidride, la *butilftalide:*

$$C_6H_4\begin{cases} CHOH \,.\, C_4H_9 \\ COOH \end{cases} \longrightarrow C_6H_4\begin{cases} CH \,.\, C_4H_9 \\ \quad > O \\ CO \end{cases} ,$$

la quale ha pure un odore quasi identico a quello della sedanolide, sebbene esso tenda un po' più al dolciastro. Se si pone mente, che ossidando l' acido sedanolico si ottiene un prodotto che ha proprietà quasi identiche a quello primitivo, si comprende subito l' importanza della reazione che ci ha permesso di avvertire tosto il mutamento avvenuto. L' acido aromatico si distingue subito dal sedanolico per la sua resistenza al camaleonte. Soltanto chi ha avuto occasione di riconoscere e separare acidi organici di diversa saturazione, può pienamente apprezzare l' importanza di questa così semplice e così elegante prova del Baeyer.

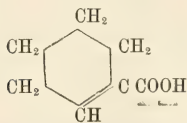
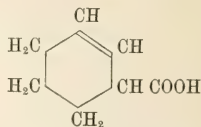
L' acido o-ossiamilbenzoico si presenta in aghetti riuniti in piccoli mammelloni, che fondono a 71-72°. Esso si trasforma ancor più facilmente dell' acido sedanolico nella sua anidride. Questa, la butilftalide, è un liquido

oleoso, che a 15 mm. bolle a 177-178° e che ha, come s'è detto, un odore un po' dolciastro, quasi identico a quello della sedanolide. Sebbene a freddo non venga attaccato dal permanganato, l'acido o-ossiamilbenzoico viene ossidato lentamente a caldo. Riscaldando a b. m. si compie facilmente l'ossidazione che dà, assieme ad acido acetico e formico, gli acidi aromatici: *fenilgliossilcarbonico* e *ftalico:*

$$C_6H_4\left\langle\begin{matrix}CHOH \,.\, C_4H_9\\ COOH\end{matrix}\right. \longrightarrow C_6H_4\left\langle\begin{matrix}CO \,.\, COOH\\ COOH\end{matrix}\right. \longrightarrow C_6H_4\left\langle\begin{matrix}COOH\\ COOH\end{matrix}\right. .$$

Questa reazione serve per così dire di complemento all'altra, la scissione della sedanonossima, che conduce all'acido tetraidroftalico, e l'una e l'altra provano che l'acido sedanonico ed il sedanolico sono derivati ortobisostituiti d'un benzolo idrogenato.

I prodotti di natura alifatica, che si ottengono assieme all'acido o-ossiamilbenzoico, ora menzionato, nella ossidazione a freddo dell'acido sedanolico col camaleonte, presentano nel loro studio delle difficoltà, causate dalla presenza di un prodotto siropposo, che inceppa singolarmente la separazione dei singoli acidi. Pure ci fu possibile riconoscere fra i prodotti della ossidazione gli acidi: *valerianico normale, glutarico, succinico* ed *ossalico.*

La formazione di queste sostanze s'accorda, come si vede subito, con entrambe le formole che noi fino da principio avevamo attribuito all'acido sedanolico (vedi sopra). Tuttavia crediamo che questa volta la seconda formola meriti la preferenza e ciò in seguito al singolare comportamento dell'acido sedanolico, che, nella ossidazione, si trasforma in gran parte nel corrispondente acido disidrogenato aromatico, mentre l'acido sedanonico subisce integralmente la scissione. Per intendere le ragioni che ci hanno indotto a ritenere più probabile la seconda formola (vedi sopra), è necessario ricordare che gli acidi tetraidrobenzoici, hanno, a seconda della posizione del doppio legame, un contegno assai diverso: mentre l'acido Δ^1-tetraidrobenzoico non è alterabile all'aria e col permanganato si scinde al doppio legame, appunto come fa l'acido sedanonico, l'acido Δ^2-tetraidrobenzoico perde colla massima facilità i suoi atomi d'idrogeno per ossidazione (anche all'aria) e si converte in acido benzoico [1].

CH₂ / CH₂, CH₂ / CH₂, C COOH / CH (ring)	CH / H₂C, CH / H₂C, CH COOH / CH₂ (ring)

Acido Δ^1-tetraidrobenzoico — Acido Δ^2 (o Δ^5)-tetraidrobenzoico.

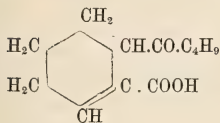
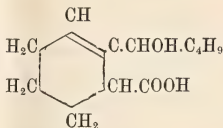
[1] Vedi Aschan, Liebig's Annalen der Chemie, vol. CCLXXI, pag. 272 e 245.

Si potrebbe quindi ammettere che anche nel nostro caso il diverso contegno degli acidi sedanonico e sedanolico dipenda dalla diversa posizione della lacuna, e che questa sia la ragione per cui il primo non dà per ossidazione l'acido valerilbenzoico, mentre il secondo si trasforma in gran parte nell'ossiamilbenzoico.

Senza volere considerare definitivamente risoluta la questione, riteniamo le due seguenti formole come quelle che meglio s' accordano coi fatti finora noti:

CH_2
H_2C — $CH.CO.C_4H_9$
H_2C — $C.COOH$
CH

Acido sedanonico

CH
H_2C — $C.CHOH.C_4H_9$
H_2C — $CH.COOH$
CH_2

Acido sedanolico

Il primo sarebbe dunque, come s' è già detto, *l'acido o-valeril-Δ^1-tetraidrobenzoico* ed il secondo *l'acido o-ossiamil-Δ^5-tetraidrobenzoico.*

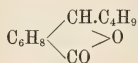
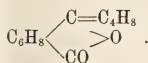
Noi abbiamo accennato fino da principio della presente Nota al fatto singolare, che l' acido sedanonico non può essere contenuto come tale nella essenza di sedano, perchè non lo si può estrarre da questa coi carbonati alcalini. Esso si forma soltanto per ebollizione cogli alcali caustici. Siccome poi noi non abbiamo rinvenuto nessun composto di natura alcoolica fra i prodotti di saponificazione dell' essenza e siccome inoltre il processo in cui si ottiene l' acido sedanonico non corrisponde, pel modo in cui si compie, alla saponificazione di un etere composto, ci sembra verisimile ammettere, che anche l' acido sedanonico si trovi nella essenza in forma anidridica. È noto che gli acidi chetonici possono dare per disidratazione delle anidridi ed il contegno dell' acido sedanonico coll' acido solforico concentrato e massime col cloruro d' acetile, ricorda assai da vicino quello dell' acido levulinico. Si ottiene un' anidride, che ha anch' essa l' odore della essenza di sedano.

Scaldando a 100° l' acido sedanonico col cloruro d' acetile si forma un olio insolubile nei carbonati alcalini, che, per distillazione, si scinde in acido acetico ed in un liquido oleoso, d' un odore simile a quello della sedanolide. Questo prodotto dà per saponificazione cogli alcali caustici l' acido sedanonico.

Noi crediamo perciò che i principî aromatici dell' essenza di sedano sieno la sedanolide (tetraidrobutilftalide) ed un' anidride dell' acido sedanonico, che potrebbe avere p. es. la seguente costituzione:

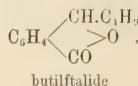
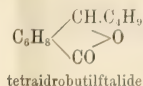
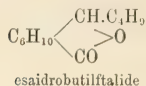
$$C_6H_8\left\langle\begin{matrix}CH.C_4H_9\\ \quad>O\\ CO\end{matrix}\right.$$

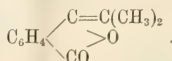
sedanolide

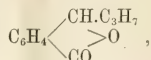
$$C_6H_8\left\langle\begin{matrix}C{=}C_4H_8\\ \quad>O\\ CO\end{matrix}\right. .$$

anidride dell'acido sedanonico

Dalla presente ricerca risulta dunque che l'odore di sedano non è peculiare di una sola sostanza, ma che molti dei composti, dei quali ci siamo occupati, lo possiedono in vario grado. Va notata in special modo, la seguente serie, i di cui termini, indipendentemente dal grado di saturazione dell'anello esatomico fondamentale, hanno tutti pronunciatissimo l'odore del sedano:

$$C_6H_{10}\left\langle\begin{matrix} CH.C_4H_9 \\ \quad >O \\ CO \end{matrix}\right. \qquad C_6H_8\left\langle\begin{matrix} CH.C_4H_9 \\ \quad >O \\ CO \end{matrix}\right. \qquad C_6H_4\left\langle\begin{matrix} CH.C_4H_9 \\ \quad >O \\ CO \end{matrix}\right. .$$

esaidrobutilftalide — tetraidrobutilftalide — butilftalide

Questo interessante fatto fece nascere in noi il desiderio di imparare a conoscere per propria esperienza qualche derivato noto della ftalide, ed a questo scopo abbiamo preparato l' *isopropilidenftalide* di Roser [1]

$$C_6H_4\left\langle\begin{matrix} C{=}C(CH_3)_2 \\ \quad >O \\ CO \end{matrix}\right. .$$

L' isopropilidenftalide stessa e massime il suo prodotto di idrogenazione, a cui spetta probabilmente la formola

$$C_6H_4\left\langle\begin{matrix} CH.C_3H_7 \\ \quad >O \\ CO \end{matrix}\right. ,$$

possiedono realmente un' odore, che ricorda quello dell' essenza di sedano.

Lo studio ulteriore di questi corpi e di altri derivati della ftalide non sarà perciò privo di interesse.

Fisica-matematica — *Sulla scarica elettrica nei gas e sopra alcuni fenomeni di elettrolisi.* Nota del Corrisp. Vito Volterra.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Matematica. — *Sul genere lineare di una superficie e sulla classificazione a cui esso dà luogo.* Nota di G. Castelnuovo, presentata dal Socio Cremona.

Il sig. Nöther ricercando, in una classica Memoria, quelle proprietà di una superficie algebrica che non vengono alterate da una trasformazione birazionale, ha introdotto, tra gli altri caratteri invariantivi, il *genere lineare* (o *Curvengeschlecht*), che d'ordinario viene indicato con $p^{(1)}$. Ora la definizione di $p^{(1)}$ data dal sig. Nöther è tale da non potersi applicare a tutte le

(1) Berichte, vol. XVII, pag. 2776.

superficie algebriche; per alcune superficie si doveva concludere che esse non possedevano genere lineare. Si è cercato di togliere una tale eccezione modificando convenientemente la definizione di $p^{(1)}$; ed il sig. Enriques ha fatto qualche passo verso questa meta. Però il risultato definitivo viene raggiunto soltanto colla ricerca, che mi propongo di esporre sommariamente in questa Nota ed in una Nota successiva. E non solo mostrerò che esiste per ogni superficie un carattere invariantivo, che può definirsi come il genere lineare $p^{(1)}$ (poichè la nuova definizione coincide coll' antica, quando questa sia applicabile); ma mostrerò inoltre quale importanza abbia il valore di $p^{(1)}$ nello studio delle proprietà della superficie. Si vedrà infatti che le superficie algebriche possono dividersi in due grandi famiglie secondo il valore del genere lineare $p^{(1)}$ (1). Precisamente distingueremo:

1) *le superficie per cui* $p^{(1)} \geqq 1$; sopra di queste la successione formata da un sistema lineare di curve qualsiasi, e dai sistemi successivi aggiunti, è *illimitata*;

2) *le superficie per cui* $p^{(1)} \leqq 0$; sopra di queste invece la successione formata nel modo ora detto, si compone di un numero *finito* di sistemi.

Noi ancora saremo condotti a suddividere le superficie della seconda famiglia in due categorie, per rispetto ai valori di un secondo invariante $\mathbf{p}^{(1)}$, che introdurremo con una definizione affine a quella che ci dà $p^{(1)}$; chiameremo $\mathbf{p}^{(1)}$ *genere lineare secondario*. Orbene noi distingueremo:

2′) *le superficie per cui* $\mathbf{p}^{(1)} > 1$; tra queste si trovano le superficie razionali, e forse altre di cui però non si possiede per ora alcun esempio;

2″) *le superficie per cui* $\mathbf{p}^{(1)} \leqq 1$; queste ultime si possono caratterizzare in modo completo, giacchè si dimostra che *esse contengono un fascio irrazionale di curve razionali*, e quindi possono trasformarsi birazionalmente o in rigate, o in superficie possedenti un fascio di coniche. Così adunque si raggiunge, tra gli altri, questo risultato, di definire completamente la famiglia delle superficie contenenti un fascio di curve razionali mediante i valori di due invarianti numerici $p^{(1)} \leqq 0$, $\mathbf{p}^{(1)} \leqq 1$.

1. Per maggior chiarezza riferisco brevemente le definizioni di $p^{(1)}$ dovute al sig. Nöther ed al sig. Enriques.

Il sig. Nöther (2) parte da una superficie F data mediante i suoi caratteri proiettivi (superficie dello spazio ordinario, di un certo ordine n, dotata di certe singolarità...), e costruisce le superficie d' ordine $n-4$ aggiunte ad F, supposte esistenti. Ciascuna di queste sega la superficie F, all' infuori delle curve multiple e di certe curve *eccezionali* (di cui presto dovrò parlare), lungo un curva K che, al variare della superficie secante, descrive sopra F un sistema

(1) Una ulteriore classificazione si può fare attribuendo al carattere $p^{(1)}$ valori numerici particolari. Sulle superficie che corrispondono ai valori $p^{(1)} = 2, 3$, si possono consultare due Note del sig. Enriques nei Rendiconti di questa Accademia, 1897.

(2) *Zur Theorie des eindeutigen Entsprechens...*, Math. Annalen, 8.

lineare $|K|$, il *sistema canonico*. Il genere della curva K è precisamente (secondo il sig. Nöther) il *genere lineare* $p^{(1)}$ della superficie F.

Ora è chiaro che la definizione *geometrica* di $p^{(1)}$ qui riportata, si applica soltanto alle superficie F d'ordine n, che posseggono *almeno una* superficie aggiunta d'ordine $n-4$; in altri termini, si richiede che il genere geometrico p_g della superficie F sia ≥ 1.

Per ovviare a questo inconveniente il sig. Enriques propose una definizione *numerica* del carattere $p^{(1)}$, la quale si estende anche ad una parte delle superficie aventi $p_g = 0$. Noi esporremo la nuova definizione, dopo di esserci fermati un po' sul concetto di curva *eccezionale*, che è necessario di posseder chiaramente per procedere in quest'ordine di ricerche.

2. Quando tra due superficie algebriche F ed F′, date mediante i loro caratteri proiettivi, passa una corrispondenza birazionale, ad ogni punto semplice dell'una, ad es. di F′, corrisponde in generale un punto semplice di F. Però possono esistere su F′ certi punti semplici (in numero finito), a ciascuno dei quali corrisponde su F, non più un punto, ma una curva. Ogni curva siffatta, necessariamente razionale, dicesi *curva eccezionale* (*ausgezeichnete*) di F. Per ottenere *tutte* le curve eccezionali che F possiede, occorre però di mettere in relazione la F con tutte le superficie che possono ottenersi da F mediante trasformazioni birazionali, ossia con tutte le superficie della *classe* (in senso Riemanniano) a cui F appartiene; si dirà *eccezionale* ogni curva di F, che corrisponda ad un punto semplice di una qualsiasi tra le superficie della classe.

Una superficie può possedere un numero finito o infinito di curve eccezionali; e sia l'una, sia l'altra proprietà si trasmette a tutte le superficie della *classe*. Superficie contenenti un numero finito di curve eccezionali sono, ad esempio, tutte quelle che hanno il genere geometrico $p_g > 0$ (quindi la superficie generale di ordine superiore a tre nel nostro spazio, ecc.). Invece tra le superficie che posseggono infinite curve eccezionali, si trovano il piano e le rigate; infatti sul piano è eccezionale ogni retta, ed ogni curva che possa mutarsi in una retta mediante una trasformazione cremoniana; e sopra una rigata è eccezionale ogni generatrice. Se poi oltre alle superficie razionali, ed alle superficie contenenti un fascio (serie di indice 1) di curve razionali, esistano altre superficie dotate di infinite curve eccezionali, ancora non è noto. La questione qui enunciata, ha però una importanza grandissima nella teoria delle superficie algebriche.

Un'altra questione si può porre riguardo alle superficie che posseggono un numero *finito* di curve eccezionali. Se F è una tale superficie, la proprietà che essa gode, si trasmette, come abbiamo detto, a tutte le superficie della *classe* a cui F appartiene; ma il numero delle curve eccezionali può variare passando dall'una all'altra di queste superficie. Ora fra tutte le superficie della classe, esisterà una che sia priva di curve eccezionali? In altre

parole, sarà possibile trasformare la F, che ha un numero finito di curve eccezionali, in un'altra superficie che non ne possieda alcuna? Il sig. Enriques [1] ha risposto in modo affermativo alla domanda sotto ipotesi molto larghe relative alla superficie F; ma non è noto se la stessa risposta valga in ogni caso.

3. Ora siamo in grado di comprendere facilmente la definizione numerica del genere lineare $p^{(1)}$ data dal sig. Enriques [2].

Si abbia una superficie dotata di un numero *finito* di curve eccezionali, e si supponga inoltre che la superficie possa trasformarsi birazionalmente in un'altra priva di curve eccezionali. Indichiamo con F quest'ultima superficie, che a noi basta considerare. Fissiamo poi sopra F un sistema lineare $|C|$ di curve *privo di punti base* (ad es. il sistema delle sezioni piane di F), ed indichiamo con n il *grado* di $|C|$ (numero delle intersezioni variabili di due curve C), e con π il *genere* della curva C generica; sia inoltre π' il genere della curva generica C', appartenente al sistema $|C'|$ *aggiunto a* $|C|$. Con tali caratteri si formi la espressione

$$n+\pi'-3\ (\pi-1). \tag{1}$$

Orbene il sig. Enriques dimostra:

1) che il valore della (1) coincide col genere lineare $p^{(1)}$ di F, quando $p^{(1)}$ possa definirsi per la via geometrica sopra riferita;

2) che, pur lasciando cader l'ultima ipotesi, la espressione (1) non muta valore, quando essa venga calcolata coi caratteri di un nuovo sistema $|D|$ di curve situato sulla superficie F, e privo esso pure di punti base.

Egli conclude da ciò che la espressione (1) definisce, per via numerica, un invariante della superficie F, rispetto alle trasformazioni birazionali; e chiama quell'invariante *genere lineare* (numerico) $p^{(1)}$ della superficie F, anche nei casi in cui la definizione geometrica cade in difetto.

Riguardo alla definizione numerica di $p^{(1)}$, giova notare che, se si abbandona la condizione imposta al sistema lineare $|C|$ di non aver punti base sulla superficie F, e si opera invece sopra un sistema lineare *qualsiasi* di curve su F, il valore della espressione (1), calcolata coi caratteri del nuovo sistema, può differire da $p^{(1)}$, ma è in ogni caso $\leq p^{(1)}$. Sicchè $p^{(1)}$ può definirsi come il massimo valore assunto dalla espressione (1), in corrispondenza agli infiniti sistemi lineari di curve appartenenti alla superficie F. Ora con semplici osservazioni, e rimanendo sempre nell'ordine di idee in cui si è posto il sig. Enriques, si vede facilmente che quella definizione di $p^{(1)}$ si estende subito a tutte le superficie dotate di un numero *finito* di curve ec-

[1] *Introduzione alla geometria sopra le superficie algebriche*, n. 42; Memorie della Soc. ital. delle Scienze, 1896.

[2] L. c., n. 41.

cezionali; mentre la restrizione che la superficie possa trasformarsi in una *priva* di curve eccezionali, appare superflua. Si perviene così alla definizione che segue:

Sopra una superficie dotata di un numero finito di curve eccezionali, si consideri un sistema lineare di curve, e coi caratteri di esso (e del sistema aggiunto) si calcoli la espressione

$$\omega = n + \pi' - 3\ (\pi - 1); \tag{2}$$

il valore di ω varia col variare del sistema su cui si opera, ma ammette sempre un massimo finito, che noi diremo genere lineare $p^{(1)}$ della superficie.

Con ciò noi abbiamo esposto, con minime aggiunte, la definizione di $p^{(1)}$ data dal sig. Enriques.

4. Quando però noi passiamo a considerare una superficie dotata di *infinite* curve eccezionali, ci troviamo in un campo interamente nuovo. Il ragionamento col quale (seguendo il sig. Enriques) si prova che il valore variabile di ω ammette un massimo finito, non si applica più a questo nuovo caso. E siamo condotti a domandarci se quel massimo esista ancora nelle nuove ipotesi. Orbene, così è. Io dimostrerò infatti che *sopra una superficie qualsiasi, il valore di ω*, variabile col sistema che serve a calcolarlo, *ammette un massimo finito*; quel massimo sarà evidentemente un *invariante della superficie* rispetto alle trasformazioni birazionali. Anzi il procedimento stesso che seguirò, mi condurrà a considerare due valori *massimi* di ω, che godono entrambi *carattere invariantivo.*

Il primo *massimo* si riferisce ai valori che assume la espressione ω, quando ci si limiti a considerare sulla superficie quei sistemi lineari di curve per cui $n \leqq 2\pi - 2$; questo massimo, che esiste sopra tutte le superficie, noi continueremo ad indicare con $p^{(1)}$, ed a chiamare *genere lineare (principale)* della superficie.

Il secondo *massimo* di ω si riferisce invece a quei sistemi lineari per cui $n > 2\pi - 2$; siccome esistono superficie che non posseggono sistemi siffatti, così quel nuovo invariante verrà solo considerato sopra particolari superficie; esso, quando esista, sarà indicato con $\mathrm{p}^{(1)}$, e sarà chiamato *genere lineare secondario* della superficie.

Pur astraendo da questa distinzione, farò notare che la esistenza di un valore *massimo* di ω conduce a varie proprietà delle superficie appartenenti ad una medesima *classe.* Non intendo ora di fermarmi su ciò, e mi basterà di enunciare qui una di quelle proprietà, sebbene non si debba farne uso nel seguito.

« Fra le infinite superficie appartenenti ad una data classe, si può sempre « costruirne una Φ dotata della seguente proprietà caratteristica: se con una « trasformazione birazionale si muta la Φ in un'altra superficie F qualsiasi

« della classe, il numero dei punti di Φ che si mutano in curve eccezionali « di F, è superiore od uguale al numero dei punti di F che si mutano in « curve eccezionali di Φ ». Se le superficie della classe posseggono un numero finito di curve eccezionali, la Φ possiede il numero *minimo* di curve eccezionali compatibile colla classe, e quindi la esistenza della Φ è prevedibile *a priori*. Ma la Φ esiste anche se le superficie della classe posseggono infinite curve eccezionali; e ad es. tra le *superficie razionali*, il *piano* gode la proprietà della Φ.

5. Prima di giungere alle proposizioni sopra accennate, è opportuno fermarsi un po' sulla distinzione dei sistemi lineari di curve in due categorie, secondo che è $n \leqq 2\pi - 2$, oppure $n > 2\pi - 2$. Ecco per qual via si arriva naturalmente a quella distinzione.

Sopra una superficie algebrica qualsiasi F si definisce, come è noto, una operazione, detta *aggiunzione*, mediante la quale si passa da un sistema lineare qualsiasi $|C|$ di curve su F, al sistema *aggiunto* $|C'|$. La stessa operazione applicata a $|C'|$ conduce ad un nuovo sistema $|C''|$, che dicesi il *secondo aggiunto* di $|C|$; e così via. Ora si formi la successione

$$|C|, |C'|, |C''|, \ldots$$

composta di un sistema lineare e dei successivi aggiunti. Due casi possono presentarsi, secondo che quella successione è illimitata, oppure si compone di un numero finito di termini. Ora si dimostra che il presentarsi dell'uno, o dell'altro caso, non dipende dal sistema $|C|$ che si fissa sopra la superficie F, ma dipende dalla natura della superficie F, intesa in senso invariantivo. Si è condotti così a dividere tutte le superficie algebriche in due grandi famiglie.

1) Diremo che una superficie appartiene alla *prima famiglia*, se è illimitata la successione formata coi successivi aggiunti di un sistema lineare di curve $|C|$, comunque scelto sulla superficie. Appartengono dunque alla prima famiglia le superficie di genere geometrico $p_g > 0$, poichè su queste esiste un sistema *canonico* $|K|$, tale che $|C'| = |C + K|$, ecc. Ma quando pure mancasse il sistema canonico $|K|$ $(p_g = 0)$, esistendo però il sistema bicanonico $|2K|$ $(P_2 > 0)$, o qualcuno dei sistemi pluricanonici, sempre la superficie apparterrebbe alla prima famiglia.

2) Diremo invece che una superficie appartiene alla *seconda famiglia*, quando la successione formata coi successivi aggiunti di un sistema lineare di curve comunque scelto sulla superficie, si compone di un numero finito di termini. Appartengono dunque alla seconda famiglia il *piano*, le *superficie rigate*, ...

I sistemi lineari di curve appartenenti alle superficie dell'una o dell'altra famiglia, si distinguono per una proprietà che giova qui enunciare, perchè è strettamente collegata colle questioni che andiamo trattando. Indichiamo al

solito con n e π il *grado* ed il *genere* di un sistema lineare di curve appartenente alla superficie, e con π' il *genere* dal sistema aggiunto. Si riconosce allora che

1) *Sopra una superficie della prima famiglia, ogni sistema lineare di curve soddisfa alle relazioni*

$$n \leqq 2\pi - 2, \; \pi \leqq \pi'$$

2) *Sopra una superficie della seconda famiglia* (*oltre a sistemi per cui $n \leqq 2\pi - 2$*) *esistono sempre sistemi di curve soddisfacenti alle relazioni*

$$n > 2\pi - 2 \, , \; \pi > \pi' .$$

Si può ancora notare, sebbene l'osservazione non giovi pel seguito, che le superficie della prima famiglia hanno un numero *finito* di curve eccezionali; mentre le superficie della seconda famiglia, che sinora si conoscono, posseggono *infinite* curve eccezionali. Se questa particolarità spetti a tutte le superficie della seconda famiglia, non si può affermare.

Esaurite queste premesse, possiamo passare alla ricerca che forma l'oggetto del presente lavoro. Ad essa è dedicata la Nota che segue.

Chimica. — *Costituzione dei pirrodiazoloni.* Nota di A. Andreocci, presentata dal Socio S. Cannizzaro.

La struttura dei pirrodiazoloni da me ottenuti alcuni anni indietro ([1]) dipende essenzialmente da quella del fenil-metil-pirrodiazolone da cui tutti derivano. Siccome per questa sostanza sono possibili oltre le forme tautomere imminica ed ossidrilica, varie strutture secondo le interpretazioni che si possono dare alla sua genesi, dalla reazione della fenilidrazina sull'acetil uretano, così conviene anzitutto discutere tali interpretazioni.

Ammettendo infatti che questa reazione avvenga in due fasi distinte e che l'acetil uretano possa reagire o coll'una, o coll'altra, delle sue due forme tautomere ([2]),

$$\begin{array}{c} CH^3-C=O \\ | \\ H^5C^2.O^2C-NH \end{array} \qquad \begin{array}{c} CH^3-C-OH \\ \| \\ H^5C^2.O^2C-N \end{array} ,$$

si possono spiegare le due suddette fasi nel modo seguente:

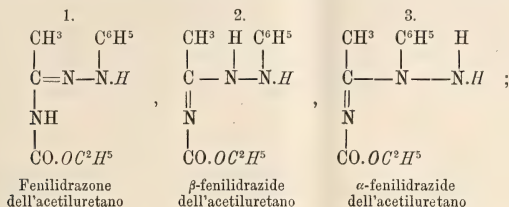
([1]) Questi Rendiconti, 1889, vol. V, pag. 115; 1890, vol. VI, pag. 209.

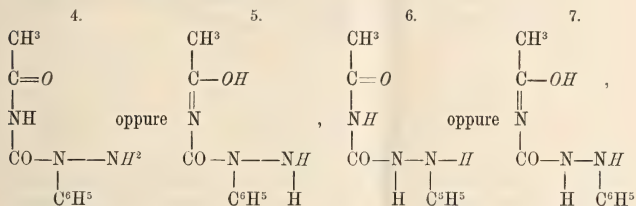
([2]) L'acetil-uretano col sodio metallico forma il composto sodico e cogli ossidi di argento e di mercurio i composti argentico e mercurico. Mi riserbo lo studio, già iniziato (questi Rendiconti 1892, vol. I, p. 257), dell'azione dei derivati alogenati alchilici sopra i detti composti metallici, collo scopo di conoscere se l'acetil-uretano può dare le due serie di derivati alchilici isomere, in forma *ossidrilica* o *lattimica* ed in forma *imminica* o *lattamica*.

Fase 1ª.

Formazione di un composto intermedio instabile, che se deriva per eliminazione di una molecola d'acqua, può avere una delle tre strutture:

```
     1.                      2.                       3.
CH³     C⁶H⁵          CH³  H  C⁶H⁵           CH³   C⁶H⁵   H
|        |            |    |   |             |      |     |
C=N—N.H               C — N—N.H              C———N———N.H       ;
|                 ,   ||                  ,  ||
NH                    N                      N
|                     |                      |
CO.OC²H⁵              CO.OC²H⁵               CO.OC²H⁵
```

Fenilidrazone dell'acetiluretano — β-fenilidrazide dell'acetiluretano — α-fenilidrazide dell'acetiluretano

mentre se deriva per eliminazione di una molecola d'alcool, può avere una di quest'altre quattro strutture:

```
     4.                     5.                 6.                    7.
CH³                    CH³                CH³                   CH³
|                      |                  |                     |
C=O                    C—OH               C=O                   C—OH   ,
|                      ||                 |                     ||
NH            oppure   N             ,    NH          oppure    N
|                      |                  |                     |
CO—N———NH²             CO —N———NH         CO—N—N—H              CO—N—NH
   |                       |     |           |  |                  |   |
   C⁶H⁵                    C⁶H⁵  H           H  C⁶H⁵               H   C⁶H⁵
```

Derivato acetilico dell'α-fenil-semi-carbazide — Derivato acetilico della β-fenil-semi-carbazide

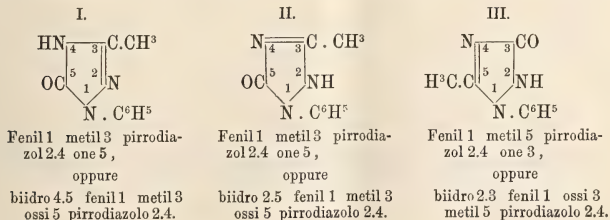
Fase 2ª.

Formazione del composto finale, ciclico e stabile, il quale per le varie forme del prodotto intermedio, può da questo provenire per eliminazione di una molecola d'acqua o di alcool e perciò avere una delle tre strutture in forma imminica:

```
        I.                        II.                        III.
HN|4——3|C.CH³             N|4==3|C . CH³              N|4——3|CO
OC|5  2|N                 OC|5  2|NH            H³C.C|5  2|NH
   \ 1 /                     \ 1 /                     \ 1 /
   N . C⁶H⁵                  N . C⁶H⁵                  N . C⁶H⁵
```

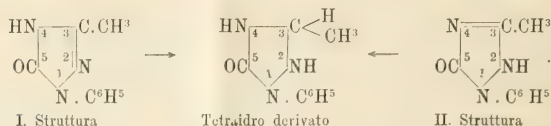
I. Fenil 1 metil 3 pirrodiazol 2.4 one 5, oppure biidro 4.5 fenil 1 metil 3 ossi 5 pirrodiazolo 2.4.

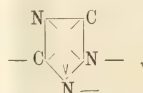
II. Fenil 1 metil 3 pirrodiazol 2.4 one 5, oppure biidro 2.5 fenil 1 metil 3 ossi 5 pirrodiazolo 2.4.

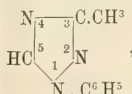
III. Fenil 1 metil 5 pirrodiazol 2.4 one 3, oppure biidro 2.3 fenil 1 ossi 3 metil 5 pirrodiazolo 2.4.

La I struttura del fenil-metil-pirrodiazolone deriva dalle formole 1 e 4 del composto intermedio, la II dalle formole 2 e 5 e la III dalle formole 3, 6, 7.

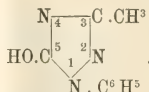
La struttura I differisce dalla II e dalla III per la posizione del duplice legame e dell' idrogeno, il quale nella prima proviene dal gruppo NH dell' acetil-uretano, mentre nelle altre due dal residuo β della fenilidrazina.

Le strutture I e II, mentre si allontanano notevolmente dalla III per la diversa posizione dell' ossigeno e del metile, sono fra loro molto simili; infatti, non differendo che per la posizione dell' idrogeno e del doppio legame, conducono al medesimo ipotetico tetraidro fenil 1 metil 3 ossi 5 pirrodiazolo 2,4;

```
HN4——3C.CH³               HN4——3C<H              N4══3C.CH³
  |     ||                   |    |  CH³            |     |
OC5  1 2N      ——→        OC5  1 2NH      ←——    OC5  1 2NH  .
   \   /                     \   /                  \   /
   N . C⁶H⁵                  N . C⁶H⁵               N . C⁶ H⁵
I. Struttura             Tetraidro derivato       II. Struttura
```

Se poi si trascura la distribuzione delle valenze, oppure si ammette per il nucleo del pirrodiazolo 2, 4 la formola centrica (¹)

```
    N———C
    | \ / |
 — C  / \ N — ,
    \ V /
     N —
```

la I e la II struttura conducono per il fenil-metil-pirrodiazolo (che si ottiene riducendo con pentasolfuro di fosforo il fenil-metil-pirrodiazolone) alla stessa formola

```
   N4——3C.CH³
   |     |
 HC5  1 2N   ,
    \   /
    N . C⁶ H⁵
```

ed inoltre le due suddette strutture hanno in comune la tautomera forma ossidrilica:

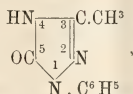
```
     N4——3C .CH³
     |      |
 HO.C5  1 2N   .
      \   /
      N . C⁶ H⁵
```

Perciò e tenuto anche in considerazione la grande mobilità dei legami fra carbonio ed azoto e quella dell' idrogeno, così frequente nei composti car-

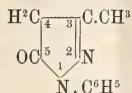
(¹) E. Bamberger, Berl. Berich., vol. XXVI, pag. 1758.

bozotati [1], si potrebbe ritenere che la I e la II struttura in forma imminica, e la loro comune forma ossidrilica rappresentano tre tautomere forme del fenil 1 metil 3 ossi 5 pirrodiazolo 2.4. Ma altrettanto non può dirsi della III struttura, la quale invece appartiene al fenil 1 ossi 3 metil 5 pirrodiazolo 2.4.

La I e la II struttura poi corrispondono al modo di reagire della fenilidrazina e conducono per i pirrodiazoli miei e di J. Bladin a quella stessa costituzione che io proposi [2] e che fu evidentemente confermata dalle successive ricerche di E. Bamberger e P. de Gruyter [3], di O. Widman [4] e di G. Joung [5]; mentre la III che proviene, come si è visto, da varie interpretazioni della reazione tutte possibili, ma però meno probabili (per le condizioni colle quali si effettua la reazione stessa) di quelle che conducono alla I ed alla II, va senz' altra discussione esclusa, perchè si trova naturalmente in aperta contradizione coi risultati dei chimici sopra citati.

Preferii allora per il fenil-metil-pirrodiazolone la I struttura in forma imminica

$$\begin{array}{ccc} HN & \overset{4\quad 3}{\text{———}} & C.CH^3 \\ | & & \| \\ OC & {}^{5}\ {}_{1}\ {}^{2} & N \\ & \diagdown\ \diagup & \\ & N.C^6H^5 & \end{array} ,$$

perchè è analoga a quella del fenil 1 metil 3 pirrazol 2 one 5

$$\begin{array}{ccc} H^2C & \overset{4\quad 3}{\text{———}} & C.CH^3 \\ | & & \| \\ OC & {}^{5}\ {}_{1}\ {}^{2} & N \\ & \diagdown\ \diagup & \\ & N.C^6H^5 & \end{array}$$

dimostrata e sostenuta da L. Knorr con argomenti, per lo meno in quel tempo, molto convincenti e perchè la resistenza che incontrai a scambiare l' ossigeno dei pirrodiazoloni col cloro mi fece ritenere poco probabile la loro tautomera forma ossidrilica; per la quale soltanto, colla II struttura, avrei potuto rendermi facilmente ragione del differente comportamento delle due

[1] Nei gruppi della piridina, del pirrolo del pirrazolo 2 si riscontrano esempî anche di emigrazione di un radicale alcoolico, od acido da una posizione ad un' altra (A. Ladenbourg, Berl. Berich., vol. XVI, pag. 2059. L. Ann., vol. CCXLVII, pag. 1; G. Ciamician e P. Magnaghi, Gazz. chim. ital., vol. XV, pag. 256; L. Balbiano e G. Marchetti, questi Rendiconti, serie 5ª, vol. II, pag. 114.

[2] Andreocci, *Pirrodiazolo e suoi derivati* ecc. Ricerche eseguite nell'Istituto chimico della R. Università di Roma (1890-91). — *Costituzione della dicianfenilidrazina e dei composti triazolici di J. A. Bladin,* questi Rendiconti, 1893, vol. II, pag. 302.

[3] Berl. Berich., vol. XXVI, pag. 2385, pag. 2783.

[4] Berl. Berich., vol. XXVI, pag. 2612, pag. 2617; vol. XXVII, pag. 1942.

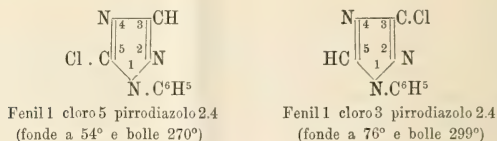
[5] J. Chem. Soc. Trans., vol. LXVII-LXVIII, pag. 1063.

serie isomeriche, che ottenni dal fenil-metil-pirrodiazolone e dal fenil-pirrodiazolone, per sostituzione dell' idrogeno acido coi radicali alcoolici ([1]).

Oggi, in seguito al risultato di alcune mie recenti ricerche, specialmente quelle sull' azione dei cloruri e dell' ossicloruro di fosforo sopra alcuni composti ossigenati del pirrodiazolo 2,4 ([2]), il prodotto di condensazione della fenilidrazina coll' acetil-uretano può essere rappresentato tanto colla I, quanto colla II struttura in forma imminica od ossidrilica, cioè con una delle tre forme sopra indicate, possibili per il fenil 1 metil 3 ossi 5 pirrodiazolo 2.4.

Ho trovato che per trasformare gli ossi-pirrodiazoli nei corrispondenti cloro-pirrodiazoli l'ossicloruro di fosforo in tubi chiusi a 200° dà migliori risultati del miscuglio di pentacloruro ed ossicloruro di fosforo ([3]), del solo tricloruro, del solo pentacloruro e del miscuglio di penta e tricloruro. Infatti il tricloruro di fosforo agisce a preferenza come disidratante e come riducente; il pentacloruro come cloro libero; il miscuglio di penta cloruro ed ossicloruro come cloro libero, come riducente e come disidratante; il miscuglio di penta e tricloruro specialmente come disidratante; soltanto una piccola parte di questi composti alogenati del fosforo può sostituire negli ossi-pirrodiazoli gli elementi dell' ossidrile col cloro, per cui si vede il numero e la quantità dei prodotti accessorî, che i detti composti possono generare per le loro varie azioni sole o combinate. Mentre l' ossicloruro di fosforo agisce a preferenza come sostituente degli elementi di ogni ossidrile col cloro e come disidratante.

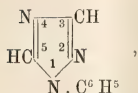
Con quest' ultimo composto del fosforo ho potuto facilmente ottenere dal fenil 1 pirrodiazolone 5 (fenil 1 ossi 5 pirrodiazolo 2.4) e dal fenil 1 ossi 3 triazolo 1.2.4 (fenil 1 ossi 3 pirrodiazolo 2.4) di O. Widman i due corrispondenti cloro-derivati:

N—CH (4 3) / Cl . C (5 2) N / (1) N . C^6H^5	N—C.Cl (4 3) / HC (5 2) N / (1) N.C^6H^5
Fenil 1 cloro 5 pirrodiazolo 2.4 (fonde a 54° e bolle 270°)	Fenil 1 cloro 3 pirrodiazolo 2.4 (fonde a 76° e bolle 299°)

Questi due fenil-cloro-pirrodiazoli, essendo isomeri e provenendo da due fenil-ossi-pirrodiazoli, che per riduzione con pentasolfuro di fosforo si convertono nel medesimo fenil 1 pirrodiazolo 2.4

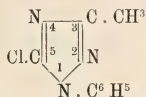
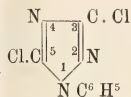
([1]) Questi Rendiconti, 1890, vol. VI, pag. 210. — *Sul pirrodiazolo e suoi derivati* ecc., loco citato, pag. 396.

([2]) Questi Rendiconti, 1897, vol. VI, pag. 114, pag. 217.

([3]) A. Clève (Berl. Berich., vol. XXIX, pag. 2671) col miscuglio di penta ed ossicloruro di fosforo ha ottenuto da alcuni fenil 1 ossi 3 pirrodiazoli 2.4 colla posizione 5 sostituita (fenile, isopropile, propile e butile) i corrispondenti cloro 3 pirrodiazoli.

$$\begin{array}{c} N \overline{} CH \\ HC \overset{5\;\;2}{\underset{1}{\diagdown\diagup}} N \\ N \cdot C^6H^5 \end{array},$$

confermano in modo evidente che i due fenil-ossi-pirrodiazoli differiscono per la posizione dell'ossigeno e non per altra forma d'isomeria, e quindi confermano anche che gli ossi-triazoli di O. Widman [1] e di G. Joung [2] hanno l'ossigeno in posizione 3 ed i miei pirrodiazoloni l'ossigeno in posizione 5.

Trasformai anche il fenil 1 metil 3 pirrodiazolo 2.4 one 5 (fenil 1 metil 3 ossi 5 pirrodiazolo 2.4) ed il fenil-urazolo (fenil 1 biossi 3.5 pirrodiazolo 2.4) di Pinner nei corrispondenti cloroderivati:

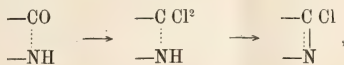
$$\begin{array}{c} N \overline{} C \cdot CH^3 \\ Cl.C \overset{5\;\;2}{\underset{1}{\diagdown\diagup}} N \\ N \cdot C^6H^5 \end{array} \qquad \begin{array}{c} N \overline{} C \cdot Cl \\ Cl.C \overset{5\;\;2}{\underset{1}{\diagdown\diagup}} N \\ N\, C^6H^5 \end{array}$$

Fenil 1 metil 3 cloro 5 pirrodiazolo 2.4 (fonde 84° e bolle 271°) — Fenil 1 dicloro 3.5 pirrodiazolo 2 4 (fonde 96° e bolle 291°)

Il cloro nei cloro-pirrodiazoli è saldato tenacemente al nucleo carbazotato come quello delle clorobenzine al nucleo benzenico.

I cloro-pirrodiazoli sopra indicati hanno poi un certo interesse perchè contribuiscono alla conoscenza della struttura e delle isomerie del pirrodiazolo 2.4.

Ammettendo per gli ossipirrodiazoli le due forme tautomere imminica ed ossidrilica, la loro trasformazione nei cloro-pirrodiazoli può essere interpetrata nel modo indicato dai seguenti schemi, che rappresentano le posizioni del nucleo pirrodiazolico che si modificano

$$\begin{array}{c} -CO \\ \vdots \\ -NH \end{array} \longrightarrow \begin{array}{c} -C\,Cl^2 \\ \vdots \\ -NH \end{array} \longrightarrow \begin{array}{c} -C\,Cl \\ \vdots| \\ -N \end{array},$$

oppure

$$\begin{array}{c} -C\,OH \\ \vdots| \\ -N \end{array} \longrightarrow \begin{array}{c} -C\,Cl \\ \vdots| \\ -N \end{array}.$$

La forma ossidrilica dei composti ossigenati del pirrodiazolo 2,4 è anche possibile per i seguenti fatti:

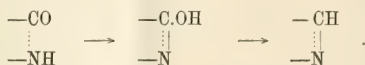
(1) Berl. Berich., vol. XXVI, pag. 2612; XXVII, pag. 1962; XXIX, pag. 1946.

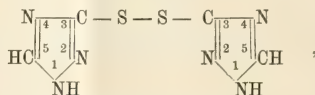
(2) J. Chem. Soc. Trans., vol. LXVII-LXVIII, pag. 1063; LXXI-LXXII, pag. 200, pag. 311.

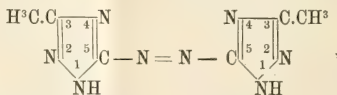
1° I sali degli ossi 3 o 5 pirrodiazoli 2,4 si rassomigliano ai fenoli; le proprietà acide dei biossi 3,5 pirrodiazoli 2,4 sono rinforzate come quelle dei polifenoli.

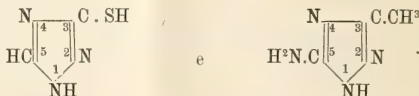
2° L'esistenza di derivati ossi-alchilici-pirrodiazolici che hanno i caratteri di eteri fenolici e carbossilici. Questi derivati (che furono da me ottenuti per azione dei composti alogenati alchilici, a bassa temperatura, sui sali d'argento del fenil 1 metil 3 pirrodiazolone 5 e del fenil 1 pirrodiazolone 5) hanno infatti odore etereo, facilmente s' idrolizzano per azione degli alcali e degli acidi rigenerando il pirrodiazolone da cui derivano e naturalmente per quelli metilici ed etilici si può applicare il metodo di Zeisel, generalmente usato per i composti che contengono ossi-metili.

3° La riduzione degli ossi 3 o 5 e dei biossi 3 e 5 pirrodiazoli nei corrispondenti pirrodiazoli (col Ph^2S^5 a 200°) porta ad ammettere che in quelle condizioni il composto ossigenato assuma la forma ossidrilica, per ispiegare come la posizione dell' ossigeno eliminato venga occupato dall' idrogeno acido; cioè nel modo qui indicato:

```
—CO          —C.OH          — CH
 ⋮     ——>    ⋮|     ——>     ⋮|    .
—NH          —N             —N
```

4° Infine le probabili costituzioni del disolfuro di M. Freund (¹)

```
N ——— C — S — S — C ——— N
‖ 4  3 ‖           ‖ 3  4 ‖
‖ 5  2 ‖           ‖ 2  5 ‖
HC  1  N           N  1  CH   ,
  \   /              \   /
   NH                 NH
```

e dell' azoderivato di J. Thiele e K. Heindenreich (²)

```
H³C.C ——— N               N ——— C.CH³
    ‖ 3  4 ‖               ‖ 4  3 ‖
    ‖ 2  5 ‖               ‖ 5  2 ‖
    N  1  C — N = N — C  1  N      ,
      \   /             \   /
       NH                NH
```

le quali derivano necessariamente dai corrispondenti pirrodiazoli in forma solfidrilica ed amminica, indicati dai seguenti schemi:

```
N ——— C . SH                 N ——— C.CH³
‖ 4  3 ‖                     ‖ 4  3 ‖
‖ 5  2 ‖          e          ‖ 5  2 ‖
HC  1  N               H²N.C  1  N    .
  \   /                     \   /
   NH                        NH
```

(¹) Berl. Berich., vol. XXIX, pag. 2485.

(²) Id., vol. XXVI, pagg. 2599-2600.

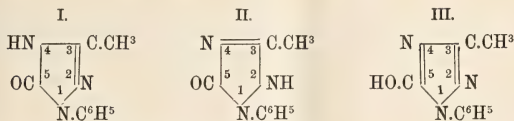
Mentre devono avere la forma imminica i derivati alchilici degli ossi-pirrodiazoli, che si ottengono per azione dei composti alogenati alchilici sui sali di sodio o di potassio degli ossi-pirrodiazoli, oppure direttamente da questi: tali derivati alchilici sono solidi, conservano i caratteri degli ossi-pirrodiazoli da cui derivano, e resistono all'azione degli alcali e degli acidi e nemmeno coll'acido jodidrico bollente a 127° si può distaccare il radicale alcoolico, il quale è tenacemente saldato all'azoto del nucleo pirrodiazolico come se appartenesse ad un'ammina.

Per i derivati alchilici degli ossi-pirrodiazoli la forma più stabile è certamente l'imminica, poichè i rappresentanti della forma ossidrilica si ottengono non solo coi sali di argento in condizioni speciali di temperatura, ma sempre sono accompagnati dai loro isomeri; ciò che ho potuto constatare per i derivati metilici, col metodo di Zeisel, il quale serve egregiamente a determinare in un miscuglio dei due isomeri la quantità dell'isomero facilmente decomponibile.

Inoltre i derivati alchilici degli ossi 5-pirrodiazoli oleosi, instabili, si trasformano nei solidi stabili ad una temperatura superiore 200°. Questa trasformazione per i metilici avviene con una lievissima perdita che non supera un centesimo del loro peso e che è dovuta ad una piccola quantità di sostanza che si decompone; si compie anche a 100° in presenza di alcune sostanze, come il cloruro sodico, e pure col solo riscaldamento a 60° prolungato per molte ore, però in questo caso in modo incompleto, come ho potuto constatare col metodo di Zeisel.

Pertanto si può concludere:

1° Per il fenil-metil-pirrodiazolone, che deriva dall'azione della fenilidrazina sull'acetil-uretano, sono possibili le tre simili forme:

I.	II.	III.
HN —(4 3)— $C.CH^3$	N =(4 3)= $C.CH^3$	N —(4 3)— $C.CH^3$
OC (5 2) N	OC (5 2) NH	HO.C (5 2) N
(1) $N.C^6H^5$	(1) $N.C^6H^5$	(1) $N.C^6H^5$

che si precisano colle seguenti denominazioni:

I, biidro 4,5 fenil 1 metil 3 ossi 5 pirrodiazolo 2.4.

II, biidro 2,5 fenil 1 metil 3 ossi 5 pirrodiazolo 2.4.

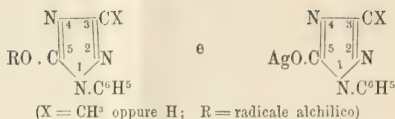
III, fenil 1 metil 3 ossidril 5 pirrodiazolo 2.4.

Mentre il nome fenil 1 metil 3 ossi 5 pirrodiazolo 2,4 indica il composto senza tener conto delle sue tre modificazioni.

2° Quello che ora si è detto per il fenil-metil-pirrodiazolone vale per l'acido fenil-carbo pirrodiazolonico e per il fenil-pirrodiazolone.

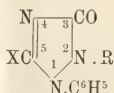
3° Hanno probabilmente la forma ossidrilica gli alchil-pirrodiazol-oni 5 facilmente idrolizzabili ed i sali di argento da cui derivano:

```
     N ——— CX                      N ——— CX
      ‖4  3‖                        ‖4  3‖
RO . C 5  2 N          e     AgO.C 5  2 N
      \ 1 /                          \ 1 /
     N.C⁶H⁵                         N.C⁶H⁵
```

($X = CH^3$ oppure H; R = radicale alchilico)

4° Gli alchil-pirrodiazol-oni 5 stabili ottenuti dai sali di sodio possono essere rappresentati o coll'una, o coll'altra delle due strutture in forma imminica:

```
R . N ——— C . X                 N ═══ C . X
    |4   3‖                     |4   3|
  OC 5   2 N      oppure      OC 5   3 N . R
     \ 1 /                       \ 1 /
    N.C⁶H⁵                      N.C⁶H⁵
```

5° Gli alchil-ossi 3-triazoli di Clève (1) e G. Joung (2), stabili, quantunque ottenuti anche dai sali di argento devono probabilmente essere pure rappresentati colla forma imminica:

```
    N ——— CO
    ‖4   3|
  XC 5   2 N . R
     \ 1 /
    N.C⁶H⁵
```

(X = ad un radicale alcoolico ed aromatico; R = al metile od all'etile)

6° I sali di sodio e di potassio, da cui derivano gli alchil-pirrodiazol-oni stabili, probabilmente devono essere indicati come quelli di argento, colla forma ossidrilica, perchè sembra che non dipenda dalla natura del metallo la formazione dei derivati alchilici di un tipo o dell'altro, ma piuttosto dall'influenza della durata del riscaldamento e del sale che si forma nel doppio scambio fra i composti metallici degli ossi-pirrodiazoli ed i composti alogenati alchilici: il che sarebbe confermato dal fatto, che anche coi sali di argento si ottengono gli alchil derivati stabili, e che col cloruro sodico si agevola la trasformazione degli alchil-pirrodiazol-oni 5 instabili in quelli stabili.

Preferisco però di rappresentare il fenil 1 metil 3 pirrodiazolone 5 colla I struttura, che ho sempre usato, sia perchè essa corrisponde a tutte le reazioni e le trasformazioni del detto composto, come la II struttura, ed anche perchè non si conosce nessun fatto che possa autorizzarmi di sostituirla con questa. Preferisco poi per il detto fenil-metil-pirrodiazolone, per l'acido fenil-carbo-pirrodiazolonico e per il fenil 1 pirrodiazolone la forma imminica a quella ossidrilica, perchè per i pirrodiazoloni la prima sembra essere la forma più stabile.

(1) Loco citato.

(2) G. Joung, Journ. Chem. Soc. Trans., vol. LXXI-LXXII, pag. 200, pag. 311.

Chimica. — *Azione dell'idrazodicarbonamide sul solfato di idrazina.* Nota di A. PURGOTTI, presentata dal Socio CANNIZZARO.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

RELAZIONI DI COMMISSIONI

Il Corrispondente FAVERO, relatore, a nome anche del Socio BLASERNA, legge una Relazione sulla Memoria del dott. L. LOMBARDI, intitolata: *Ricerche teoriche e sperimentali sul trasformatore di fase Ferraris-Arnò*, concludendo col proporre l' inserzione del lavoro negli Atti accademici.

Le conclusioni della Commissione esaminatrice, messe ai voti dal Presidente, sono approvate dalla Classe, salvo le consuete riserve.

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Il Segretario BLASERNA presenta le pubblicazioni giunte in dono, segnalando quelle inviate dai Soci stranieri KLEIN e KÖLLIKER e una bella raccolta di fotografie lunari eseguite all' Osservatorio Lick e donate all'Accademia dall' Università di California.

OPERE PERVENUTE IN DONO ALL'ACCADEMIA

presentate nella seduta del 5 giugno 1897.

Battelli A. — Rapporti fra le azioni fotografiche all' interno e all' esterno dei tubi a vuoto. Pisa, 1897. 8°.

Bertelli T. — Studî storici intorno allo Scandaglio marittimo. Roma, 1897. 8°.

Bianchi-Mariotti G. B. e *Ducceschi V.* — Sui proteici del siero sanguigno nei cani anemizzati e stiroidati. s. l. 1896. 8°.

Bosi I. — Sulla resistenza elettrica delle soluzioni saline in movimento. Pisa, 1897. 8°.

Bottazzi F. — Sullo sviluppo embrionale della funzione motoria negli organi e cellule muscolari. Firenze, 1897. 8°.

Id. — Sur le mécanisme d'action des sels de potassium sur le cœur. Paris, 1896. 8°.

Bottazzi F. — The oscillations of the auricular tonus in the batrachian heart with a Theory on the Function of Sarcoplasma in muscular tissues. Baltimore, 1897. 8°.

Id. — Ueber die « postcompensatorische » Systole. Wien, 1896. 8°.

Id. e *Ducceschi V.* — Resistenza degli Eritrociti, alcalinità del plasma e pressione osmotica del siero del sangue nelle differenti classi dei vertebrati. Firenze, 1896. 8°.

Carles C. — Antecedentes administrativos de correos y telégrafos. Buenos Aires, 1895. 8°.

Crepas E. — Teoria dei momenti d' inerzia. Milano, 1897. 16°.

Ducceschi V. — Sui rapporti fra meccanica e chimica della digestione gastrica. Firenze, 1897. 8°.

Id. — Sulle funzioni motrici dello stomaco. Torino, 1897. 8°.

Facciolà L. — Sunto di alcune ricerche su l' organizzazione e lo sviluppo dei Leptocefalidi. Modena, 1897. 8°.

Fano G. — Per la solenne commemorazione di M. Schiff. s. l. 1897. 8°.

Id. — Résumé des travaux de l'année 1896 (Laboratoire de Physiologie de l' Institut d' Études supérieures à Florence. Turin, 1897. 8°.

Feral G. — Observations mètèorologiques sur les pluies générales et les tempètes. Albi, 1897. 8°.

Fink E. — Précis d'analyse chimique. I. Analyse qualitative. II. Analyse quantitative. Paris, 1896. 16°.

Gambera V. — Tettonica dei terreni dell' iglesiente. Cagliari, 1897. 8°.

Galois E. — Oeuvres mathématiques. Paris, 1897. 8°.

Haller A. & *Müller Th.* — Traité élémentaire de chimie. 2 vol. Paris, 1896. 8°.

Herlitzka A. — Sullo sviluppo di embrioni completi da blastomeri isolati di uova di Tritone (Molge cristata). Leipzig, 1897. 8°.

Klein C. — Ueber Leucit und Analcim und ihre gegenseitigen Beziehungen. Berlin, 1897. 8°.

Kölliker A. — Die Energiden von v. Sachs im Lichte der Gewebelehre der Thiere. Würzburg, 1897. 8°.

Luzzatto O. — Contributo allo studio dei proteici del siero sanguigno, nella putrefazione. Firenze, 1896. 8°.

Martini T. — Intorno al calore che si sviluppa nella umettazione delle polveri. Venezia, 1897. 8°.

Natural history of New York. Palaeontology. Vol. VIII. Albany, 1894. 4°.

Sars G. O. — An account of the Crustacea of Norvay. Bergen, 1897. 8°.

Saya G. — Le proiezioni centrobariche. Torino, 1897. 8°.

Socolow S. — Nouvelles recherches astronomiques. Moscou, 1896. 8°.

Studier (Zoologiska). Festskrift Wilhelm Lilljeborg tillegnad af Svenska Zoologer. Upsala, 1896. 4°.

Tichy A. — Graphische Logarithmen Tafeln. Wien, 1897. 8°.

P. B.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 20 giugno 1897.

A. MESSEDAGLIA Vicepresidente.

MEMORIE E NOTE

DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Fisica. — *Sulla scarica elettrica nei gas e sopra alcuni fenomeni di elettrolisi.* Nota del Corrispondente VITO VOLTERRA [1].

I.

1. In due Note presentate a quest' Accademia nelle sedute del 26 aprile e del 17 maggio dell' anno scorso, i signori Sella e Maiorana esposero i risultati di una loro notevole osservazione sopra l' azione dei raggi ultravioletti e dei raggi Röntgen sulla scarica esplosiva nell' aria.

Essi trovarono che non sempre l' azione dei detti raggi facilita la scarica; ma talvolta il fenomeno si inverte, per modo che l' azione dei raggi stessi talora impedisce anzichè facilitare il prodursi delle scintille esplosive.

Un esame accurato dell' andamento del fenomeno fece loro conoscere che, allorquando la distanza fra le palline di uno spinterometro è inferiore ad un dato limite, l' azione della luce ultravioletta o dei raggi Röntgen tende a facilitare la scarica, e ciò quando la detta azione si esercita nella regione adiacente a quella pallina che funge da catodo, mentre, allorchè la distanza esplosiva è superiore al limite stesso, il fenomeno si inverte e la produzione delle scintille viene impedita; purchè l' azione dei raggi ultravioletti o di quelli Röntgen si eserciti all' anodo. Quel limite che separa le distanze in cui il fenomeno si manifesta nella prima maniera (*diretta*) da quello in cui esso si inverte, i signori Sella e Maiorana chiamarono *distanza neutra,* e

[1] Presentata nella seduta del 5 giugno 1897.

riconobbero che, sebbene difficile a determinarsi praticamente, pure essa è dell' ordine stesso di grandezza del raggio di curvatura degli elettrodi fra cui avviene la scarica.

Gli stessi autori trovarono pure che il fenomeno diretto si manifesta più intensamente allorchè si ingrandiscono i detti raggi di curvatura, mentre il fenomeno inverso si presenta più spiccatamente, coll' impiccolire dei raggi di curvatura stessi.

Accennerò ancora che il prof. Garbasso nel luglio dell' anno scorso ha ottenuto un resultato analogo al precedente, alterando l' aria adiacente alle palline dello spinterometro, anzichè coll' azione dei raggi ultravioletti o di Röntgen, mediante i prodotti della combustione.

2. È ben noto, ora, che da varî autori si ammette che il passaggio della elettricità attraverso gli aeriformi sia un fenomeno della stessa natura della elettrolisi. Nel 2° Capitolo avente per titolo: *The passage of electricity through gases* dell'opera: *Notes on recent researches in electricity and magnetism*, del prof. J. J. Thomson, può trovarsi la enumerazione ed una sottile discussione degli argomenti che stanno in favore di questa importante analogia [1].

Si presenta quindi spontanea la questione di cercare se esiste nessun fenomeno elettrolitico il cui andamento si presenti in maniera analoga a quello, secondo cui i sigg. Sella e Maiorana riconobbero avvenire il fenomeno della scarica sotto l' influenza dei raggi ultravioletti o dei raggi Röntgen. Onde procedere a questa ricerca bisognerà evidentemente immaginare di avere, anzichè uno spinterometro, un voltametro, ed all' azione perturbatrice che i signori Sella e Maiorana esercitavano mediante i raggi ultravioletti o i raggi Röntgen sul gas che circondava le palline dello spinterometro, basterà immaginare sostituita una perturbazione dell' elettrolita adiacentemente al catodo od all' anodo, la quale ne alteri la conducibilità alterando la dissociazione, o la concentrazione, o la natura dell' elettrolita stesso.

Ora gli effetti di una simile perturbazione nel voltametro si calcolano facilmente, giacchè essa, oltre ad alterare la conducibilità, fa nascere una forza elettromotrice la cui sede è lungo la superficie di separazione o di contatto, della parte perturbata con quella non perturbata, ed altera inoltre la forza elettromotrice di contatto fra elettrodo e soluzione [2].

Riesce quindi facile vedere quale perturbazione si ha nella corrente che circola nel voltametro in virtù di quella esercitata nell' elettrolita e discuterne gli effetti, sia che essa avvenga adiacentemente al catodo che all' anodo.

[1] Vedi anche Righi, *Sulla propagazione dell' elettricità nei gas attraversati dai raggi di Röntgen*. Mem. della R. Acc. di Bologna, s. V, t. VI.

[2] È inutile che ricordi le ricerche sulle forze elettromotrici nelle pile a concentrazione, quelle dovute al contatto di soluzioni di uno stesso sale sciolto in due solventi diversi ecc., le quali mostrano che ogni perturbazione dell' elettrolita deve essere in generale accompagnata dalla produzione delle forze elettromotrici accennate.

Si riconosce così che l'*alterazione della corrente avviene con leggi il cui carattere è analogo a quello che Sella e Maiorana trovarono nel fenomeno da essi studiato.*

3. Il calcolo è del tutto elementare quando si ammette che gli elettrodi siano due lastre parallele e la corrente che circola nel voltametro sia ad esse normale, ma in tal modo non si può tener conto delle dimensioni degli elettrodi e del loro effetto sulla intensità del fenomeno. Nessuna difficoltà di analisi però si presenta, quando si prendono come elettrodi due cilindri paralleli e si immagina che nell'elettrolita indefinito che li circonda, la corrente circoli parallelamente ad un piano normale agli assi dei due cilindri, purchè si ammetta di limitare la perturbazione dell'elettrolita entro una superficie equipotenziale che circonda l'uno o l'altro elettrodo. In tal modo si può calcolare l'influenza del raggio dei due cilindri.

Scopo della presente Nota è appunto di esporre i detti calcoli relativi al passaggio dell'elettricità in un elettrolita discutendo l'alterazione prodotta da una perturbazione di questo adiacentemente al catodo ed all'anodo. Non intendo con ciò di aver data una spiegazione di un fenomeno così complesso quale è quello dell'azione della luce sulla scarica esplosiva, ma solo di aver mostrato una analogia dell'andamento di esso rispetto a quelli elettrolitici.

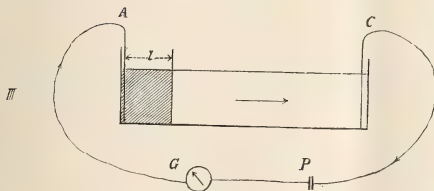
Fig. 1.

Fig. 2.

Fig. 3

[La parte tratteggiata denota la porzione perturbata dell'elettrolita].

II.

1. Supponiamo di lasciar passare la corrente di una pila P in una soluzione contenuta in un voltametro V i cui elettrodi A e C siano rispettivamente l'anodo e il catodo. Misuriamo la intensità della corrente mediante un galvanometro G inserito nel circuito.

Per semplicità ammetteremo che il voltametro sia una vaschetta a base rettangolare e gli elettrodi siano due lastrine disposte verticalmente lungo due pareti opposte alla distanza L, in modo che si possa ritenere che la corrente circoli normalmente ad esse, come indica la fig. I in cui è rappresentata una sezione verticale del voltametro.

2. Si supponga ora che lungo un tratto l del voltametro si induca una perturbazione nell' elettrolita (se ne cambi per esempio la concentrazione, o si alteri il solvente, o in una maniera qualsiasi si alteri il grado di dissociazione dell' elettrolita ecc.). Noi possiamo immaginare che la perturbazione sia avvenuta successivamente nella regione adiacente al catodo e all' anodo. Chiamiamo I_1, I_2, I_3 le intensità della corrente misurata dal galvanometro G nei tre casi rappresentati dalle figure I, II, III; per ottenerne i rapporti denotiamo respettivamente con

R la resistenza dell' elettrolita non perturbato,
R' la resistenza dell' elettrolita perturbato,
E la forza elettromotrice della pila P.

Consideriamo finalmente la coppia così formata:

gli elettrodi essendo costituiti della stessa sostanza di quelli del voltametro V, e diciamo ε la forza elettromotrice di questa coppia, colla convenzione di prendere ε positivo quando chiudendo il circuito la corrente circola nel liquido nel verso della freccia, mentre ε sia negativo se chiudendo il circuito il verso della corrente è opposto. Per intenderci diremo, se ε è positivo, che *la perturbazione rende la soluzione elettropositiva rispetto a quella non perturbata,* e nel caso opposto diremo che *la rende elettronegativa.*

Ciò posto avremo, denotando con s l' area della sezione del voltametro normale alla direzione della corrente, e trascurando la resistenza del circuito metallico, che le tre intensità I_1, I_2, I_3, saranno

$$I_1 = \frac{Es}{LR} \quad , \quad I_2 = \frac{(E + \varepsilon)\, s}{l R' + (L - l) R} \quad , \quad I_3 = \frac{(E - \varepsilon)\, s}{l R' + (L - l) R}$$

da cui segue:

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{1 + \frac{\varepsilon}{E}}{1 - \frac{l}{L}\frac{R - R'}{R}} \quad , \quad \frac{I_3}{I_1} = \frac{1 - \frac{\varepsilon}{E}}{1 - \frac{l}{L}\frac{R - R'}{R}}$$

3. Immaginiamo ε positiva e $R > R'$; avremo allora:

1°) la intensità I_2 è sempre maggiore della intensità I_1; ma il rapporto $\frac{I_2}{I_1}$ andrà diminuendo coll'aumentare della lunghezza L, mantenendo fissa la lunghezza l;

2°) il rapporto $\frac{I_3}{I_1}$ potrà avere valori più grandi e più piccoli di 1, a seconda del rapporto $\frac{l}{L}$, ma sarà sempre minore del rapporto $\frac{I_2}{I_1}$.

Passiamo ora a determinare quando $\frac{I_3}{I_1}$ sarà più grande e quando minore dell'unità. Poniamo perciò

$$\frac{I_3}{I_1} = \frac{1 - \frac{\varepsilon}{E}}{1 - \frac{l}{L}\frac{R - R'}{R}} \gtreqless 1;$$

ne dedurremo:

$$\frac{L}{l} \lesseqgtr \frac{E}{\varepsilon} \cdot \frac{R - R'}{R} = h,$$

cioè se la lunghezza totale L del voltametro supererà h volte la lunghezza l, la intensità I_3 sarà inferiore ad I_1; mentre se la lunghezza L sarà inferiore a h volte la lunghezza l, la intensità I_3 sarà superiore ad I_1. Finalmente se $L = hl$, I_3 sarà eguale ad I_1.

Supponiamo che L sia così grande rispetto ad l da poter trascurare il rapporto $\frac{l}{L}$, avremo allora

$$\frac{I_3}{I_1} = 1 - \frac{\varepsilon}{E}, \quad \frac{I_1}{I_2} = \frac{1}{1 + \frac{\varepsilon}{E}} = \frac{1 - \frac{\varepsilon}{E}}{1 - \frac{\varepsilon^2}{E^2}}$$

cioè il rapporto $\frac{I_3}{I_1}$ sarà più piccolo del rapporto $\frac{I_1}{I_2}$.

Riassumendo, possiamo enunciare il fatto seguente:

Se una corrente elettrica circola in un voltametro, e perturbiamo l'elettrolita lungo un tratto di lunghezza costante, in modo da aumentarne la conducibilità e da rendere la soluzione elettropositiva rispetto alla parte non perturbata

1° *finchè la distanza degli elettrodi sarà inferiore ad un certo valore, il passaggio dell'elettricità verrà facilitato tanto se la perturbazione avviene adiacentemente al catodo che all'anodo; però sarà più efficace l'azione se essa avverrà verso il catodo;*

2° *per una certa distanza degli elettrodi (distanza neutra) l'azione perturbatrice esercitata all'anodo sarà senza influenza sul passaggio dell'elettricità;*

3° *superata la distanza neutra, l'azione perturbatrice esercitata all'anodo si invertirà, cioè anzichè facilitare renderà più difficile il passaggio dell'elettricità;*

4° *l'azione perturbatrice esercitata al catodo faciliterà sempre il passaggio dell'elettricità, però la sua efficacia diminuirà coll'aumentare della distanza degli elettrodi e finirà col divenire inferiore all'azione inversa che si può esercitare all'anodo, allorchè è oltrepassata la distanza neutra.*

La *distanza neutra* dedotta dalle formule precedenti resulta

$$L = l \frac{E}{\varepsilon} \cdot \frac{R - R'}{R} = l \cdot \frac{\left(\frac{R - R'}{R}\right)}{\left(\frac{\varepsilon}{E}\right)} \tag{1}$$

ed evidentemente L ed l resulteranno dello stesso ordine di grandezza, se i rapporti $\frac{\varepsilon}{E}$, $\frac{R - R'}{R}$ saranno pure dello stesso ordine di grandezza.

Noi abbiamo supposto $\varepsilon > 0$, $R > R'$, sarebbe facile vedere ciò che si avrebbe se invece di queste condizioni ne fossero verificate altre; così per esempio se si avesse $\varepsilon < 0$, $R > R'$, la precedente proposizione varrebbe, purchè si permutassero fra loro le parole *anodo* e *catodo*.

4. È ovvio che le leggi enunciate precedentemente nell'ipotesi $\varepsilon > 0$, $R > R'$, presentano una notevole analogia con quelle che i sigg. Sella e Maiorana stabilirono per la scarica esplosiva nell'aria alla pressione ordinaria, quando si ammetta che la facilitazione nella produzione della scarica esplosiva corrisponda alla facilitazione del passaggio della elettricità attraverso il voltametro.

Si osservi inoltre che la scoperta di Righi e di Hallwachs della tendenza che ha una superficie metallica esposta alla luce ultravioletta di caricarsi positivamente [1], fa avvicinare il caso di Sella e Maiorana a quello in cui sia $\varepsilon > 0$, mentre tutto fa ritenere che debba anche aversi nel caso stesso $R > R'$.

Osserverò finalmente che la formula (1) prova che la distanza neutra può conservarsi sufficientemente piccola anche se ε è piccolissimo rispetto ad E, purchè anche la corrispondente variazione di resistenza $R - R'$ sia piccola comparativamente a quella iniziale.

[1] Sembra probabile, sebbene non ancora definitivamente provato, che i raggi Röntgen si comportino, anche sotto questo rapporto, analogamente ai raggi ultravioletti, come per primo ha osservato il prof. Righi,

5. Chiuderemo quest' articolo con due esempî pratici:

1° Supponiamo che il voltametro V contenga una soluzione di solfato di rame con elettrodi di rame e la perturbazione dell' elettrolita consista in una maggior concentrazione della soluzione. Sia la densità della soluzione iniziale 1,020, e quella della soluzione perturbata 1,175. Potremo prendere approssimativamente (1)

$$\varepsilon = 0,^{\text{volta}}16 \qquad (\varepsilon > 0)$$

$$R = \frac{10^8}{76}, \qquad R' = \frac{10^8}{399} \qquad (R > R')$$

se supponiamo $E = 1$ volta, avremo che la distanza neutra resulterà circa

$$L = 5\,l,$$

e l' inversione nel fenomeno avverrà eseguendo la perturbazione adiacentemente all' anodo.

2° Supponiamo che il voltametro contenga una soluzione alcoolica diluita di cloruro di calcio con elettrodi di platino, e la perturbazione consista nel cambiare il solvente sostituendo l' acqua all' alcool e non variando la concentrazione. Prenderemo approssimativamente (2)

$$\varepsilon = -0,^{\text{volta}}3 \quad , \qquad \frac{R}{R'} = \frac{750}{47}$$

e avremo che, se $E = 1$, la distanza neutra sarà circa

$$L = 3,1\,l$$

e, siccome $\varepsilon < 0$, l' inversione del fenomeno avverrà eseguendo la perturbazione adiacentemente al catodo.

III.

1. Supponiamo che un elettrolita indefinito sia attraversato da una corrente elettrica stazionaria, e gli elettrodi siano costituiti da due cilindri indefiniti, paralleli, di raggio eguale, immersi in esso. Potremo esaminare la corrente in un piano σ, normale agli assi dei due cilindri, parallelamente al quale la corrente stessa passerà.

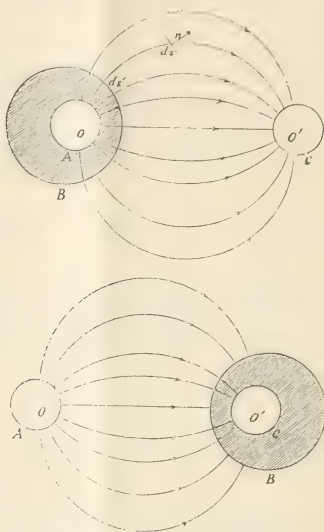
Consideriamo le intersezioni dei due cilindri col detto piano, e immaginiamo che i due cerchi A e C così ottenuti facciano parte di un sistema di linee coordinate *dipolari* (3).

(1) Wiedemann, *Die Lehre von der Electr.* II Auflage. Bd. I. s. 777.

(2) Cfr. Campetti, *Sulla differenza di potenziale fra le soluzioni alcooliche ed acquose di un medesimo sale* (Atti della R. Accademia di Torino, vol. XXIX).

(3) Betti, *Teoria delle forze newtoniane.* Cap. II, § VI.

Se ammettiamo che il potenziale abbia un valore costante sopra ciascuna superficie dei due elettrodi, allora tutte le circonferenze passanti per i due *poli* O,O′ costituiranno le linee di corrente e tutte le circonferenze normali ad esse saranno le linee equipotenziali.

Fig 1.

[La parte tratteggiata denota la porzione perturbata dell'elettrolita].

Indichiamo con r, r' le distanze di un punto generico dai due poli O, O′; il potenziale sarà dato da

$$\Phi = a \log \frac{r}{r'}$$

in cui a denota una costante. Sia ora m la minima distanza del polo O dalla circonferenza A e l la distanza fra i due poli. I valori di Φ sopra A e sopra C saranno rispettivamente

$$\Phi_A = a \log \left(\frac{m}{l - m}\right) , \quad \Phi_C = a \log \left(\frac{l - m}{m}\right)$$

da cui segue che la forza elettromotrice resulterà

$$E = - 2\, a \log \left(\frac{l - m}{m}\right)$$

e quindi, essendo A l'anodo e C il catodo

$$\Phi = \frac{E}{2\,R \log\left(\frac{l-m}{m}\right)} \log \frac{r'}{r}.$$

Se chiamiamo *ids* la quantità di elettricità che fluisce normalmente all'elemento *ds* nell'unità di tempo, avremo [1]

$$i = \frac{E}{2\,R \log\left(\frac{l-m}{m}\right)} \frac{d}{dn} \log \frac{r}{r'} \tag{2}$$

essendo n la normale a ds ed R la resistenza dell'elettrolita.

2. Supponiamo ora di perturbare l'elettrolita adiacentemente all'anodo A in modo che questa perturbazione avvenga internamente ad un cilindro che lo avvolge, parallelo ad esso. Per semplicità ammetteremo che l'intersezione di questo cilindro col piano σ sia una circonferenza B ortogonale alle precedenti linee di corrente: in tale ipotesi le linee stesse non verranno alterate.

Denotiamo con R′ la resistenza perturbata e con ε la forza elettromotrice della coppia:

supponendo gli elettrodi costituiti della stessa sostanza della quale sono formati i cilindri A e C.

Chiamiamo p la minima distanza del polo O della circonferenza B.

Il potenziale nello spazio incluso fra A e B sarà dato da

$$\Phi_1 = a_1 \log \frac{r}{r'} + b,$$

e nello spazio compreso fra B e C, da

$$\Phi_2 = a_2 \log \frac{r}{r'},$$

in cui a_1, a_2, b sono quantità costanti.

Sopra B avremo che i valori di Φ_1 e Φ_2 saranno rispettivamente

$$\Phi_{1,B} = a_1 \log \frac{p}{l-p} + b \quad , \quad \Phi_{2,B} = a_2 \log \frac{p}{l-p}$$

[1] Kirchhoff, *Vorlesungen über Electricität uud Magnetismus, neunte Vorlesung.*

d' onde

$$\varepsilon' = \Phi_{1,B} - \Phi_{2,B} = (a_1 - a_2) \log \frac{p}{l-p} + b \tag{3}$$

Sopra A e C i valori di Φ_1 e Φ_2 diverranno

$$\Phi_{1,A} = a_1 \log \frac{m}{l-m} + b \quad , \quad \Phi_{2,C} = a_2 \log \frac{l-m}{m}$$

e perciò

$$E - \varepsilon'' = \Phi_{1,A} - \Phi_{2,C} = (a_1 + a_2) \log \frac{m}{l-m} + b\,. \tag{4}$$

Se la forza elettromotrice della corrente primaria è rimasta inalterata dovremo avere

$$\varepsilon' + \varepsilon'' = \varepsilon\,,$$

e quindi sottraendo membro a membro la (3) dalla (4)

$$E - \varepsilon'' - \varepsilon' = E - \varepsilon = a_1 \log \frac{m\,(l-p)}{p\,(l-m)} + a_2 \log \frac{mp}{(l-m)(l-p)}\,.$$

La quantità di elettricità che arriva normalmente all' elemento ds' del cerchio B dall' interno di esso sarà

$$\frac{a_1}{R'} \frac{d}{dn} \log \frac{r}{r'}\, ds'$$

e quella che esce dall' elemento stesso diretta verso lo spazio esterno

$$\frac{a_2}{R} \frac{d}{dn} \log \frac{r}{r'}\, ds'\,.$$

Dovendo la corrente esser stazionaria, avremo

$$\frac{a_1}{R'} = \frac{a_2}{R} = \frac{a_1 \log \dfrac{m\,(l-p)}{p\,(l-m)} + a_2 \log \dfrac{mp}{(l-m)(l-p)}}{R' \log \dfrac{m\,(l-p)}{p\,(l-m)} + R \log \dfrac{mp}{(l-m)(l-p)}}$$

$$= \frac{E - \varepsilon}{R' \log \dfrac{m\,(l-p)}{p\,(l-m)} + R \log \dfrac{mp}{(l-m)(l-p)}}$$

Se dunque la quantità di elettricità che fluisce attraverso l' elemento generico ds dell' elettrolita nell' unità di tempo è $i'\,ds$, otterremo

$$i' = \frac{E - \varepsilon}{R' \log \dfrac{p\,(l-m)}{m\,(l-p)} + R \log \dfrac{(l-m)(l-p)}{mp}} \frac{d}{dn} \log \frac{r}{r'}\,,$$

e quindi (vedi (2))

$$k' = \frac{i'}{i} = \frac{1 - \frac{\varepsilon}{\mathrm{E}}}{1 - \left(\frac{\mathrm{R} - \mathrm{R}'}{2\,\mathrm{R}}\right)(1-x)} \tag{5}$$

avendo posto

$$x = \frac{\log\left(\frac{l-p}{p}\right)}{\log\left(\frac{l-m}{m}\right)} . \tag{6}$$

Ciò dimostra che *la densità della corrente è cambiata in ogni punto dell' elettrolita nello stesso rapporto* k'.

3. Supponiamo ora che quella stessa perturbazione che abbiamo prodotta nella regione adiacente all' anodo abbia invece luogo nella regione simmetrica adiacente al catodo; l' effetto di essa potrà calcolarsi sostituendo nella formula precedente $-\mathrm{E}$ in luogo di E. Quindi se $i''\,ds$ denota la quantità di elettricità che fluisce nell' unità di tempo attraverso all' elemento generico ds in seguito a questa perturbazione, avremo

$$k'' = \frac{i''}{i} = \frac{1 + \frac{\varepsilon}{\mathrm{E}}}{1 - \frac{\mathrm{R} - \mathrm{R}'}{2\,\mathrm{R}}(1-x)} \tag{7}$$

ossia *la densità della corrente sarà cambiata in ogni punto dell' elettrolita nello stesso rapporto* k''.

4. Per discutere i valori di k' e k'', converrà studiare la funzione x. Osserviamo intanto che essendo

$$l > 2p > 2m$$

resulterà

$$1 > x > 0 .$$

Poniamo $l = 2\,\mathrm{L}$ e chiamiamo r il raggio dei cerchi A e C, ed r' quello di B; si avrà

$$\frac{l-p}{p} = \frac{\mathrm{L} + \sqrt{\mathrm{L}^2 + r'^2}}{r'} , \qquad \frac{l-m}{m} = \frac{\mathrm{L} + \sqrt{\mathrm{L}^2 + r^2}}{r}$$

e se chiamiamo D la distanza degli assi degli elettrodi sarà

$$\mathrm{L} = \sqrt{\mathrm{D}^2 - r^2} .$$

Scriviamo [1]

$$\operatorname{senh} u' = \frac{\mathrm{L}}{r'} , \tag{8}$$ $$\operatorname{senh} u = \frac{\mathrm{L}}{r} ; \tag{8'}$$

[1] Cfr. Betti, op. cit., pag. 189 e segg.

otterremo

$$\frac{l-p}{p}=e^{u'}, \quad \frac{l-m}{m}=e^{u}$$

onde

(9)
$$x=\frac{u'}{u}.$$

Si riconosce subito che x è una *funzione crescente di* L. Avremo infatti in virtù delle (9), (8) e (8')

(10)
$$\frac{dx}{dL}=\frac{\operatorname{tgh} u \operatorname{tgh} u'}{L u^2}\left(\frac{u}{\operatorname{tgh} u}-\frac{u'}{\operatorname{tgh} u'}\right).$$

Ma $\frac{u}{\operatorname{tgh} u}$ è una funzione crescente, e siccome $u > u'$, giacchè $r' > r$, così $\frac{u}{\operatorname{tgh} u} > \frac{u'}{\operatorname{tgh} u'}$ e perciò

$$\frac{dx}{dL} > 0 .$$

Facendo crescere in uno stesso rapporto L, r, r', la x non cambia, dunque *mantenendo fisso* L *e facendo crescere* r *ed* r', *nello stesso rapporto*, x varierà come se la sola L decrescesse, e per ciò x *diminuirà*.

Diminuiamo r, r', L in uno stesso rapporto, in modo che u, u', x non cambino. Dalla (10) segue che $\frac{dx}{dL}$ *crescerà nel rapporto inverso a quello in cui diminuiscono* r, r', L.

5. Ciò premesso possiamo esaminare come variano k' e k'' col mutare di r, r', L. Limitiamoci a supporre $\varepsilon > 0$, $R > R'$, giacchè sarebbe facile vedere quali modificazioni subirebbero i resultati se invece di queste fossero soddisfatte altre condizioni (cfr. art. II, § 3).

Dalla (7) potremo ricavare $k'' > 1$, onde:

Una perturbazione nella regione adiacente al catodo che aumenta la conducibilità e rende la soluzione perturbata elettropositiva, facilita il passaggio dell' elettricità nell' elettrolita.

Siccome x cresce con L e decresce con r e r', avremo che *il fenomeno sarà tanto più sensibile quanto più vicini saranno gli elettrodi e quanto più grandi ne saranno i raggi e la corrispondente regione perturbata dell' elettrolita.*

Quanto a k', esso potrà essere maggiore o minore dell' unità a seconda della distanza degli elettrodi.

Per ottenere la distanza in cui $k'=1$, basterà prendere

$$x=1-2\,\frac{\left(\frac{\varepsilon}{E}\right)}{\left(\frac{R-R'}{R}\right)}$$

onde *se* $\frac{2\varepsilon}{E} < \frac{R - R'}{R}$, *mentre queste quantità sono dello stesso ordine di grandezza, l sarà dello stesso ordine di grandezza dei raggi degli elettrodi* (1).

Siccome x è crescente con L, così avremo:

Se la perturbazione ha luogo nella regione adiacente all'anodo, allora esiste una distanza (distanza neutra) *per cui il passaggio dell'elettricità non subisce alterazione; per distanze più piccole il passaggio stesso viene facilitato, e per distanze più grandi il fenomeno si inverte.*

La distanza neutra corrisponde sempre ad uno stesso valore di x, quindi *impiccolendo il raggio degli elettrodi e proporzionalmente la regione perturbata, la distanza neutra diminuirà,* e siccome $\frac{dx}{dL}$ cresce nel rapporto inverso a quello secondo cui decrescono i raggi, così *la intensità del fenomeno aumenterà.*

Chimica. — *Esperienze crioscopiche con gli acetilderivati degli eteri tartrici.* Nota del Socio E. Paternò e C. Manuelli.

È noto che la determinazione del peso molecolare dei composti racemici ha presentato delle grandi difficoltà, e che anzi col metodo crioscopico i composti racemici danno lo stesso peso molecolare dei loro componenti, evidentemente perchè in soluzione essi si disassociano con la maggior facilità, come hanno provato del resto Berthelot e Iungfleisch calorimetricamente (2).

Rammenteremo che Raoult (3) ha trovato che le soluzioni acquose dell'acido tartrico destrogiro e del suo sale sodico-ammonico, producono lo stesso abbassamento molecolare dell'acido racemico e del corrispondente sale. R. Anschütz (4) ha similmente provato, operando col metodo di Raoult in soluzione acetica, che l'etere dimetilico dell'acido diacetiltartrico destrogiro ha lo stesso peso molecolare del composto racemico corrispondente.

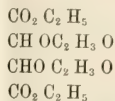
Non potendo questi fatti trovare altra spiegazione se non quella che i composti racemici nella loro soluzione si scindono completamente nei loro costituenti di potere rotatorio opposto, ci è venuto il pensiero di studiare crioscopicamente i derivati racemici, adoperando come solvente lo stesso composto nella sua forma destrogira o levogira. Avevamo in principio scelto per le nostre esperienze l'etilsantonito etilico $C_{14} H_{18} (OC_2 H_5) (CO OC_2 H_5)$ che è stato preparato da A. Andreocci (5), nelle sue forme racemica fusibile a 54°, e destro e levogira fusibili a 32°; ma adoperando come solvente la forma destrogira, di cui potevamo disporre di certa quantità, ci è stato impossibile

(1) Se fosse $\frac{2\varepsilon}{E} > \frac{R - R'}{R}$, x resulterebbe negativo e quindi $l < 2p$. Sarebbe facile interpretare questo resultato.

(2) Comptes Rendus, t. LXXVIII. (3) Zeitschrift für Phys. Chemie, t. I, p. 186. (4) Annalen, t. CXLVII, p. 111. (5) Gazz. chim. t. XXV, I, 452.

condurre il nostro lavoro a buon fine, perchè la sostanza presenta in tal grado il fenomeno della sorfusione da rendere impossibile ogni determinazione crioscopica.

Abbiamo allora ricorso ai derivati biacetilici dell' etere etiltartrico

$$\begin{array}{l} CO_2\,C_2\,H_5 \\ CH\,OC_2\,H_3\,O \\ CHO\,C_2\,H_3\,O \\ CO_2\,C_2\,H_5 \end{array}$$

che si prestano assai bene allo scopo, e dei quali il destro ed il levogiro hanno il punto di fusione a 67°, il racemo invece fonde a 50°, 5.

Naturalmente non era necessario al nostro scopo preparare tanto il destro che il levoderivato, essendo sufficiente avere uno dei due per adoperarlo quale solvente ed il derivato racemico per esaminare il comportamento in esso. Abbiamo preferito il derivato dell' acido tartrico comune per la sua più facile preparazione.

L' etere biacetildestrotartrico fu ottenuto per l' azione del cloruro di acetile in eccesso sul destrotartrato bietilico. Non è necessario di operare in tubi chiusi come dicono Perkin (1) e Wislicenus (2) ma basta riscaldare per 3 ore in un apparecchio a ricadere. Raffreddato il prodotto della reazione si diluisce con molto alcool, poi si precipita con acqua, si raccoglie il prodotto che si separa in sottili aghi, e si ha puro ricristallizzandolo dall' alcool diluito. L' etere racemico fu preparato seguendo le indicazioni di Anschütz e Pictet (3), per la preparazione del derivato destrogiro, e purificato per distillazione nel vuoto fu trasformato come il precedente nel derivato biacetilico. Ottenuti così i due composti, abbiamo prima di tutto determinato la costante dell' abbassamento molecolare nell' etere diacetildestrotartrico, e poi abbiamo esaminato il comportamento in esso del derivato racemico, ed abbiamo ottenuto dei risultati che conducono pel derivato racemico ad una formola doppia. Credevamo quindi di aver risoluto il problema, se non che ad esperienze finite ci siamo accorti che la conseguenza era prematura.

Ed invero nelle condizioni in cui noi abbiamo operato, sia che il composto racemico resti intatto, sia che si scinda nei suoi componenti, i risultati sperimentali debbono essere gli stessi, o meglio debbono differire così poco da rientrare nei limiti degli errori di osservazione. Supponiamo infatti che la molecola del composto racemico resti inalterata, allora l' abbassamento termometrico dovrà essere, rispetto alla concentrazione, metà di quello che sarebbe se si scindesse in due molecole di potere rotatorio opposto; ma dall' altro lato se questa scissione avviene, la molecola destrogira andrà ad au-

(1) Annalen, Suppl. V, 286.
(2) Annalen, 129, 187.
(3) Berichte, 18, 1176.

mentare il solvente, senza per altro modificare sensibilmente la proporzione, e si avrà l'abbassamento prodotto dall'altra molecola, cioè da un peso metà di sostanza, e quindi le cose apparentemente si passeranno dallo stesso modo, cioè come se si trattasse di una sostanza a peso molecolare doppio.

Le nostre esperienze adunque anzichè risolvere, come ci eravamo in principio illusi, lasciano il problema nello stesso stato di prima. Il fatto però che i composti racemici hanno un punto di fusione sempre ben determinato e spesso più elevato dei loro componenti, è prova che i composti racemici non solo allo stato solido, ma anche allo stato di fusione e senza essere diluiti in un liquido o in un gaz [1] hanno la molecola complessa, perchè ove così non fosse, avverata la fusione, il racemato dovrebbe comportarsi come un miscuglio ed il suo punto di fusione e solidificazione dovrebbe essere molto al di sotto di quello dei suoi componenti.

Premesso ciò, crediamo sempre utile riferire le esperienze compiute, le quali se non altro rappresentano lo studio sommario di un nuovo solvente.

I. Esperienze adoperando l' etere bietilbiecetildestrotartrico quale solvente.

Toluol.

Punto di congelamento del solvente 65°,95.

N. d'ord.	concentr.	abbass. termom.	coeffic. abbassam.	abbassam. molecolare
1	0,462	0,55	1,190	109,48
2	1,230	1,60	1,300	119,60
3	2,797	3,29	1,176	108,19
4	4,993	5,55	1,111	102,21
5	5,925	6,79	1,146	105,43
6	6,911	7,27	1,051	96,69
7	8,528	8,57	1,007	92,64
8	11,235	9,80	0,872	80,22
9	16,338	15,33	0,944	86,32

Paraxilene

Punto di congelamento del solvente 65°,90.

N. d'ord.	concentr.	abbass. termom.	coeffic. abbassam.	abbassam. molecolare.
10	0,407	0,62	1,523	161,12
11	0,793	1,00	1,226	146,88
12	1,329	1,44	1,083	114,00
13	2,149	2,40	1,116	122,96
14	3,562	3,78	1,061	112,36
15	3,253	5,44	1,041	109,18
16	6,407	6,50	1,014	107,48

[1] Bennert (Berichte XVIII, p. 1399) trovò che la densità di vapore del racemato bietilico nel vapore di benzoato di amile, è semplice.

Naftalina

Punto di congelamento del solvente 60°,01.

N. d'ord.	concentr.	abbass. termom.	coeffic. abbassam.	abbassam. molecolare.
17	0,381	0,38	0,997	127,51
18	1,801	1,78	0,993	127,10
19	2,692	2,65	0,985	126,08
20	3,949	3,87	0,980	125,40
21	6,533	5,76	0,881	112,76

Nitrobenzina

Punto di congelamento del solvente 65°,95.

N. d'ord.	concentr.	abbass. termom.	coeffic. abbassam.	abbassam. molecolare.
22	0,376	0,54	1,461	179,60
23	0,956	1,10	1,150	141,45
24	1,937	2,21	1,139	140,09
25	2,831	2,96	1,045	128,53
26	4,439	4,61	1,038	127,07
27	6,520	6,34	0,972	119,55
28	7,358	6,90	0,915	112.54
29	8,400	7,99	0,905	111,71
30	10,068	9,50	0,943	115,98
31	12,500	10,34	0.827	101,72
32	13,181	11,85	0,823	101,22
33	14,077	12,13	0,862	106,02
34	16,446	13,55	0,823	101,22

Ossalato etilico.

Punto di congelamento del solvente 65°,97.

N. d'ord.	concentr.	abbass. termom.	coeffic. abbassam.	abbassam. molecolare.
35	0,405	0,44	1,086	158,55
36	0,968	1,00	1,032	151,67
37	1,927	1,78	0,923	134,75
38	3,443	2,94	0,853	124,59
39	5,503	4,70	0,854	124,66
40	6,307	5,02	0,795	116,07

Etere bietilico dell' acido acetil malico.

Punto di congelamento del solvente 66°,04.

N. d'ord.	concentr.	abbass. termom.	coeffic. abbassam.	abbassam. molecolare.
41	0,508	0,38	0,753	174,69
42	1,643	1,01	0,614	144,44
43	2,776	1,73	0,625	145,00
44	4,031	2,35	0,582	134,95
45	5,204	2,89	0,555	128,76
46	6,295	3,56	0,565	131,08
47	7,168	3,90	0,544	126,84
48	8,012	4,56	0,569	132,08

Per dedurre da questi dati la costante d'abbassamento molecolare nell'etere biacetilbietiltartrico, bisogna prima di tutto considerare che le esperienze con toluene e con lo xilene sono poco attendibili trattandosi di sostanze il cui punto di ebollizione è assai vicino a quello di fusione del solvente. Per le altre sostanze si ha:

Naftalina — media delle esp. n. 17 a 20	126,5
Nitrobenzina — media delle esp. 23 a 26	134,5
Ossalato etilico — media delle esp. 36 a 38	137,0
Etere bietilacetilmalico — media delle esp. 42 a 48. . .	134,7
Media generale	133,2

II. Esperienze col derivato racemico.

N. d'ord.	concentr.	abbass. termom.	coeffic. abbassam.	abbassam. molecolare.
49	1,611	0,47	0,291	85,22
50	2,791	0,70	0,250	71,53
51	3,684	0,92	0,249	72,21
52	5,605	1,27	0,241	68,92
53	6,803	1,62	0,235	67,21
54	7,517	1,72	0,229	65,49
55	9,040	2,07	0,217	62,06
56	14,754	2,99	0,202	57,72
57	15,107	3,17	0,209	59,77

III. Comportamento in altri solventi.

Etere bietilico dell'acido diacetil racemico in benzina.

Punto di congelamento del solvente 5°,68.

N. d'ord.	concentr.	abbass. termom.	coeffic. abbassam.	abbassam. molecolare.
58	2,225	0,40	0,179	50,194
59	3,557	0,64	0,179	50,194
60	3,902	0,715	0,183	52,338
61	6,427	1,17	0,182	52,052
62	15,348	2,77	0,180	51,480

L'abbassamento molecolare venne calcolato prendendo pel peso molecolare il valore *286* corrispondente alla molecola semplice.

Etere bietilico dell' acido diacetil destro tartrico in benzina.

N. d'ord.	concentr.	abbass. termom.	coeffic. abbassam.	abbassam. molecolare
63	2,713	0,54	0,199	56,91
64	2,918	0,56	0,191	54,62
65	4,577	0,74	0,161	46,04

Matematica. — *Sul genere lineare di una superficie e sulla classificazione a cui esso dà luogo* (¹). Nota di G. CASTELNUOVO, presentata dal Socio CREMONA.

6. Riprendiamo la espressione

$$\omega = n + \pi' - 3(\pi - 1) \tag{2}$$

formata col *grado* n e col *genere* π di un sistema lineare di curve $|C|$, scelto comunque sulla superficie F che si considera; e sia $|C'|$ il sistema aggiunto a $|C|$, sistema avente il *genere* π'. Il valore di ω dipende dal sistema $|C|$ su cui si opera, è una funzione di $|C|$; noi vogliamo dimostrare che la funzione possiede un *massimo* finito, qualunque sia la superficie F su cui si ragiona (²).

Limitiamoci per ora a considerare quei sistemi $|C|$ irriducibili, almeno ∞^2, per i quali è verificata la relazione

$$n \leq 2\pi - 2. \tag{3}$$

Noi sappiamo dal paragrafo precedente che alla (3) si può sempre soddisfare, sopra una superficie F qualsiasi; anzi se la superficie appartiene alla prima famiglia, la (3) è soddisfatta da *ogni* sistema $|C|$.

Ciò premesso, per raggiungere lo scopo propostoci, esaminiamo anzitutto se il sistema $|C|$ è contenuto nel proprio aggiunto $|C'|$, ed in caso affermativo costruiamo il sistema differenza $|C' - C|$. Quest'ultimo sistema (da cui si tolgano eventualmente le curve eccezionali che formano parte di ognuna delle sue curve), se esiste, non dipende dal sistema $|C|$ su cui si opera. Esso (sistema *canonico*) è un *invariante* della superficie F, e la sua dimensione aumentata di una unità, dà il genere geometrico p_g di F. In generale, se, scelto un numero i intero positivo qualsiasi, si formano i sistemi $|iC|$ ed $|iC'|$ multipli di $|C|$ e $|C'|$ secondo i, e si costruisce poi la differenza $|iC' - iC|$, quest'ultimo sistema (sistema *i.canonico*), quando esiste, è legato invariantivamente colla superficie, e la dimensione $P_i - 1$ di esso dà un nuovo invariante della superficie, rispetto alle trasformazioni birazionali; $(P_1 = p_g)$. Ora partendo dai caratteri (grado, genere e dimensione) dei sistemi $|C|$ e $|C'|$, si ha un modo per fissare un limite inferiore a P_i, giacchè basta calcolare i caratteri di $|iC|$ ed $|iC'|$, esaminare la serie di gruppi che $|iC'|$ sega sulla

(¹) V. pag. 372.

(²) Sarebbe facile dimostrare, ma a noi non interessa, che la funzione ω non ha minimo finito.

curva generica di $|iC|$, ecc. Per questa via, che qui è semplicemente accennata, si arriva, tenendo conto della (3), alla relazione

$$\text{(4)} \qquad P_i \geqq p_n + \frac{i(i-1)}{2}(\omega - 1),$$

dove p_n è il *genere numerico* della superficie F (carattere che gode proprietà invariante), ed ω ha il significato indicato dalla (2).

Ora basta osservare che nella (4), sia P_i, sia p_n, hanno valori indipendenti del sistema $|C|$ su cui si opera; ω invece varia con $|C|$. Ma è chiaro che ω non potrà crescere oltre ad un certo limite, che la (4) fissa. Dunque il numero intero ω ammette un *valore massimo;* e ciò non solo sopra le superficie aventi $P_i > 0$, alle quali poteva già applicarsi il ragionamento del sig. Enriques (n. 3), ma pure sulle superficie aventi $P_i = 0$, che a quel ragionamento sfuggivano. Arriviamo così al seguente teorema:

Se coi caratteri di tutti i sistemi lineari di curve, almeno ∞^2, *che appartengono ad una data superficie e soddisfanno alla relazione*

$$\text{(3)} \qquad n \leqq 2\pi - 2,$$

si calcola la espressione

$$\text{(2)} \qquad \omega = n + \pi' - 3(\pi - 1),$$

si ottengono infiniti valori di ω, *i quali ammettono un massimo finito.*

Quel valore massimo non varia evidentemente, quando alla superficie F si applica una trasformazione birazionale, è un *invariante* della superficie. Noi lo indicheremo con $p^{(1)}$, e lo chiameremo *genere lineare* della superficie, poichè esso coincide col carattere noto sotto questo nome, nei casi in cui è applicabile la definizione del sig. Nöther, o quella del sig. Enriques.

Ma la nostra definizione di $p^{(1)}$, a differenza delle precedenti, si estende a *tutte* le superficie algebriche.

7. La definizione che abbiamo dato del carattere $p^{(1)}$, ha pure il vantaggio di mostrare in quale relazione stia il valore di $p^{(1)}$ colle proprietà della superficie. Infatti, nella formola (4) noi possiamo scrivere in luogo della variabile ω, la costante $p^{(1)}$, che è uno dei valori assunti da quella variabile: ed abbiamo così la relazione

$$\text{(5)} \qquad P_i \geqq p_n + \frac{i(i-1)}{2}(p^{(1)} - 1).$$

Ora questa ci mostra subito che se il genere lineare della superficie considerata supera l'unità ($p^{(1)} > 1$), l'invariante P_i risulta certo positivo in corrispondenza a tutti i valori di i superiori ad un certo limite; per quei valori di i la superficie possiede dunque il sistema i.canonico. E tanto basta per affermare che la superficie appartiene alla *prima* delle due famiglie considerate nel § 5.

Se però la superficie ha il genere lineare $p^{(1)} = 1$, la relazione (5) non dice più nulla. Il sistema i.canonico $|iC' - iC|$ può mancare, per quanto grande sia i; almeno noi non riusciamo ad escludere questo caso. Cerchiamo invece se, nella ipotesi $p^{(1)} = 1$, esista il sistema $|iC' - (i-1)C|$, il quale può differire soltanto per qualche curva fissa dal sistema $|C^{(i)}|$, i^{esimo} aggiunto di $|C|$. Seguendo la via accennata nel paragrafo precedente, e tenendo conto della (3), noi troviamo che la condizione sufficiente per l'esistenza di $|C^{(i)}|$ è espressa dalla relazione

$$(6) \qquad p_n + \pi + \frac{i(i-1)}{2}(\omega - 1) + (i-1)(2\pi - 2 - n) > 0.$$

Ora si può sempre porre in luogo di ω il valore $p^{(1)} = 1$, purchè si scelga convenientemente il sistema $|C|$, soddisfacente alla (3). E si riconosce che questa scelta può farsi in modo, che il genere π di $|C|$ risulti superiore a $-p_n$. Si vede allora che la (6) è certo soddisfatta qualunque sia i; esiste dunque sulla superficie ($p^{(1)} = 1$) un sistema $|C|$, avente *tutti* i sistemi successivi aggiunti, in numero infinito. E tanto basta per affermare che la superficie appartiene ancora alla *prima* famiglia. Arriviamo così al teorema seguente:

Se il genere lineare $p^{(1)}$ di una superficie è superiore a zero, la superficie appartiene alla prima famiglia; vale a dire, sopra di essa la operazione di aggiunzione può applicarsi senza limite. In modo più preciso:

a) *se $p^{(1)} > 1$, la superficie ammette il sistema i.canonico per ogni valore di i superiore ad un certo limite* (ed è $P_i > 0$);

b) *se $p^{(1)} = 1$, la superficie può ammettere il sistema i.canonico (per i assai alto); e questo sistema, dato che esista, o possiede una sola curva* ($P_i = 1$)*, od ha la curva generica composta di più curve ellittiche variabili in un fascio. Ma l'esistenza del sistema i.canonico, non può esser affermata a priori.* E si può ammettere che esistano superficie con $p^{(1)} = 1$, prive di sistemi pluricanonici ($P_i = 0$ per ogni valore di i), sebbene nessun esempio di siffatte superficie sia noto sinora.

Fatta eccezione per quest'ultimo caso, di ciascuno dei tipi di superficie nominati qui sopra si posseggono esempi.

8. Viceversa, *ogni superficie della prima famiglia ha il genere lineare* $p^{(1)} \geqq 1$. Si giustifica questa affermazione ricordando anzitutto che, sopra una superficie della prima famiglia, la relazione (3), ossia $n \leqq 2\pi - 2$, è verificata da ogni sistema lineare di curve appartenente alla superficie; ed è pur verificata (n. 5) la relazione $\pi \leqq \pi'$. Se adunque si considera un sistema $|C|$ di genere π, e si formano i successivi aggiunti $|C'|, |C''| \ldots$, di generi $\pi', \pi'' \ldots$, si può scrivere la catena, composta di infiniti termini:

$$(7) \qquad \pi \leqq \pi' \leqq \pi'' \leqq \ldots$$

Insieme alle relazioni (7) ci giova, per dimostrare il nostro teorema, scrivere un' altra serie di disuguaglianze, a cui arriveremo colla seguente considerazione. Alla espressione della variabile ω, che noi abbiamo scritto sinora sotto la forma (2), si può dare un altro aspetto notevole, purchè il valore di ω si calcoli, non più coi caratteri del sistema $|C|$ scelto ad arbitrio sulla superficie, bensì coi caratteri del sistema $|C'|$ aggiunto a $|C|$. Notando che $|C'|$ ha il grado $n' = \pi + \pi' - 2$ ed il genere π', noi deduciamo subito dalla (2) la formola

$$\omega - 1 = (\pi - \pi') - (\pi' - \pi''), \tag{8}$$

formola valida per una superficie qualsiasi, e feconda di risultati.

Ora, tornando al nostro teorema, ammettiamo, se è possibile, che una superficie della prima famiglia abbia $p^{(1)} \leqq 0$. Poichè per definizione è $\omega \leqq p^{(1)}$, risulta dalla (8)

$$\pi - \pi' < \pi' - \pi'' < \pi'' - \pi''' < \ldots;$$

e questa serie di disuguaglianze tra numeri interi ci dice che le differenze tra i generi di due sistemi aggiunti successivi, da un certo termine in poi, sono positive. Ma ciò è in contraddizione colle (7). E tanto basta per giustificare il teorema sopra enunciato.

9. Le superficie di genere lineare $p^{(1)} \leqq 0$, di cui dobbiamo ancora occuparci, sono dunque le superficie della *seconda* famiglia, sulle quali ogni sistema di curve ha un numero *finito* di successivi aggiunti. Ora sopra una superficie della seconda famiglia, oltre a sistemi di curve soddisfacenti alla relazione (3), vi sono pure sistemi soddisfacenti alla relazione opposta

$$n > 2\pi - 2 \tag{9}$$

(od alla equivalente $\pi > \pi'$). Con questi ultimi sistemi noi dobbiamo calcolare i valori della espressione ω data dalla (2), o dalla (8); e dobbiamo dimostrare che tra i nuovi valori di ω così ottenuti, vi è pure un *massimo* finito. Ora il procedimento che ci ha condotto a determinare il massimo $p^{(1)}$ di ω relativo ai sistemi soddisfacenti alla (3), e che consisteva nell' esaminare se il sistema $|i\,C'|$ contenesse il sistema $|i\,C|$, non si applica più quando il sistema $|C|$ soddisfa alla (9). Qui invece conviene esaminare se il sistema $|i\,C|$ possa contenere il sistema $|iC'|$. Ma per maggiore semplicità ci limiteremo al caso $i = 1$. Si riconosce subito che il sistema $|C|$ contiene il sistema $|C'|$ (sotto la ipotesi (9)) se

$$p_n + \omega - 1 \geqq 0; \tag{10}$$

ed il primo membro della (10) fissa un limite inferiore alla dimensione del sistema $|C - C'|$. Ora si dimostra che la curva generica dell' ultimo sistema, supposto esistente, ha il genere 1. D'altronde è noto che una superficie, la

quale contenga un sistema lineare, almeno ∞^2, di curve ellittiche, può trasformarsi birazionalmente in un piano o in una rigata ellittica. E poichè su queste due superficie si può determinare direttamente il massimo valore di ω (rispett. 10 ed 1), così si conclude:

Se coi caratteri dei sistemi lineari di curve che appartengono ad una data superficie, e soddisfano alla relazione

$$(9) \qquad n > 2\pi - 2,$$

si calcola la espressione

$$(2) \qquad \omega = n + \pi' - 3(\pi - 1),$$

si ottengono infiniti valori di ω, i quali ammettono un massimo finito.

Questo massimo ci dà un nuovo invariante della superficie, che noi chiameremo *genere lineare secondario*, ed indicheremo con $\mathbf{p}^{(1)}$. Esso, a differenza del genere lineare *principale* $p^{(1)}$, va considerato soltanto sopra una parte delle superficie algebriche, e precisamente sulle superficie della seconda famiglia $(p^{(1)} \leqq 0)$; infatti la relazione (9) non può verificarsi sopra le altre superficie.

Avuto riguardo ai valori di $\mathbf{p}^{(1)}$, le superficie della seconda famiglia si possono suddividere in due categorie:

a) superficie per cui $\mathbf{p}^{(1)} > 1$;

b) superficie per cui $\mathbf{p}^{(1)} \leqq 1$.

Cerchiamo di determinare i caratteri salienti delle due categorie.

10. Ci occuperemo anzitutto della seconda categoria, poichè qui riusciremo ad esaurire la ricerca.

Noi supponiamo adunque che la superficie su cui ragioniamo abbia il carattere $p^{(1)} \leqq 0$, ed il carattere $\mathbf{p}^{(1)} \leqq 1$. Ricordando che il valore variabile ω, funzione del sistema di curve che si fissa sulla superficie, non può superare per definizione il maggiore dei due numeri $p^{(1)}$ e $\mathbf{p}^{(1)}$, concludiamo che sulla nostra superficie è sempre $\omega \leqq 1$. Quindi se indichiamo con $|C|$ un sistema lineare qualsiasi di curve sulla superficie, e formiamo la serie (certo *limitata*, poichè $p^{(1)} \leqq 0$) dei successivi aggiunti $|C'|, |C''|, \ldots, |C^{(i)}|$, tra i generi $\pi, \pi', \pi'', \ldots, \pi^{(i)}$ dei sistemi così introdotti, passano le relazioni, conseguenze della (8),

$$(11) \qquad \pi - \pi' \leqq \pi' - \pi'' \leqq \ldots \leqq \pi^{(i-1)} - \pi^{(i)}$$

Ora poichè la nostra superficie appartiene alla seconda famiglia, si può sempre supporre di aver scelto il sistema $|C|$ in guisa che sia $\pi > \pi'$; anzi la scelta di $|C|$ può farsi in modo, che la differenza $\pi - \pi'$ superi un numero D grande assegnato ad arbitrio

$$\pi - \pi' > D,$$

giacchè si soddisfa a tale condizione, sostituendo, ove occorra, al sistema primitivo un suo multiplo abbastanza elevato. Segue ora dalla (11)

$$\pi^{(i-1)} - \pi^{(i)} > D. \tag{12}$$

D'altra parte, essendo $|C^{(i)}|$ il sistema aggiunto a $|C^{(i-1)}|$, che ha il genere $\pi^{(i-1)}$, la dimensione $r^{(i)}$ di $|C^{(i)}|$ sarà espressa da

$$r^{(i)} = \pi^{(i-1)} - 1 - \delta,$$

dove δ soddisfa alle disuguaglianze

$$0 \leqq \delta \leqq -p_n;$$

(per la superficie che stiamo considerando è $p_n \leqq 0$). E così la (12) può scriversi sotto la forma

$$r^{(i)} - \pi^{(i)} > D', \tag{13}$$

indicando con D' un numero che si può prendere grande ad arbitrio, purchè si determini convenientemente il sistema $|C|$.

Consideriamo ora il sistema $|C^{(i)}|$, col quale, secondo la nostra ipotesi, si arresta la operazione di aggiunzione applicata a $|C|$ tante volte, quanto era possibile. Poichè $|C^{(i)}|$ non possiede sistema aggiunto, deve essere

$$\pi^{(i)} \leqq -p_n.$$

Ma vanno ancora distinti due casi, secondo che $|C^{(i)}|$ è irriducibile, o riducibile.

Occupiamoci anzitutto del primo caso. Si può supporre di aver scelto nella (13) D' così grande ($D' > -3\,p_n + 6$), che risulti

$$r^{(i)} > 3\,\pi^{(i)} + 6.$$

Ma un teorema del sig. Enriques [1] ci dice che, se tra la dimensione $r^{(i)}$ ed il genere $\pi^{(i)}$ di un sistema di curve passa una siffatta disuguaglianza, la superficie contiene un fascio di curve razionali, e può anzi trasformarsi birazionalmente in una rigata. Così questo primo caso è completamente esaurito.

Veniamo ora al secondo caso. Se $|C^{(i)}|$ è riducibile, la sua curva generica si spezza, o in una parte fissa e in una parte variabile, o in più (almeno $r^{(i)}$) parti variabili in un fascio. Ma la prima ipotesi si discute collo stesso ragionamento fatto nel caso del sistema irriducibile. Nella seconda ipotesi si osservi che l'insieme di $r^{(i)}$ (o più) curve di quel fascio deve dare, secondo la (13), una curva composta di genere $\pi^{(i)} < r^{(i)}$; ciò esige che la curva generica del fascio sia razionale od ellittica; ma dei due nuovi casi l'ultimo

[1] *Sulla massima dimensione...*, Atti dell'Acc. d. Sc. di Torino, vol. 29.

si esclude con un ragionamento minuzioso, sul quale non possiamo qui dilungarci. Così si ritorna nuovamente al caso del fascio di curve razionali. Arriviamo dunque al seguente risultato:

Se il genere lineare secondario di una superficie ha il valore

$$\mathrm{p}^{(1)} \leqq 1$$

(*ed è quindi* $p^{(1)} \leqq 0$), *la superficie contiene un fascio di curve razionali. e può trasformarsi per conseguenza in una rigata o in una superfcie con* ∞^1 *coniche.*

Inversamente, un calcolo diretto mostra che se una superficie contiene ∞^1 curve razionali (che possono supporsi rette o coniche), formanti un fascio di genere $p > 0$, il genere lineare secondario della superficie vale

$$\mathrm{p}^{(1)} = -8(p-1) + 1 \leqq 1.$$

11. Così rimangono da considerare soltanto le superficie per cui $\mathrm{p}^{(1)} > 1$. Un esempio di siffatte superficie è offerto intanto dal piano, ossia dalle superficie razionali. Infatti si trova direttamente che per il piano è

$$\mathrm{p}^{(1)} = 10 \quad (\text{e } p^{(1)} = 0).$$

Ma potranno esistere altre superficie aventi il carattere $\mathrm{p}^{(1)} > 1$?

Di siffatte superficie non si conosce finora nessun esempio. Però sarebbe arrischiato l'affermare che non esistono; e per poter fare qualche previsione in proposito, si deve attendere che vengano risolute alcune questioni strettamente connesse coll'argomento. Accenniamole brevemente.

Si dimostra che una superficie contenente infinite curve razionali, tali che per ogni punto passi più di una curva, ha il carattere $\mathrm{p}^{(1)} > 1$. Ora ogni superficie razionale ha la proprietà enunciata; ma all'infuori delle superficie razionali, esisteranno altre superficie aventi la stessa proprietà?

Alla domanda stessa si riduce la questione che segue. Consideriamo una superficie rigata irrazionale Φ, ed una seconda superficie F, i cui punti abbiano coordinate esprimibili razionalmente mediante le coordinate dei punti di Φ. Allora ad ogni punto di Φ corrisponde un punto di F; ma ad ogni punto di F possono corrispondere uno o più punti di Φ. Nell'ultima ipotesi, che cosa possiamo dire della F? Si vede subito che la F contiene ∞^1 curve razionali; se queste formano un fascio ricadiamo nel tipo delle superficie rigate. Ma se quelle curve non formano un fascio, ci troviamo nella categoria di superficie sopra considerate ($\mathrm{p}^{(1)} > 1$); la F dovrà essere razionale? In altri termini: sopra una rigata irrazionale Φ può esistere una involuzione, la quale non sia riferibile birazionalmente nè ad una rigata, nè ad un piano? Non sappiamo ancora rispondere alla domanda.

Una ultima questione. Se una superficie ammette una serie continua di trasformazioni birazionali in sè, serie la quale (mediante moltiplicazione) dia

luogo ad un gruppo transitivo dipendente da *infiniti* parametri, la superficie contiene infinite curve razionali. A parte il caso che le dette curve formino un fascio di genere 1, ricadiamo nelle superficie aventi $p^{(1)} > 1$. Ora si domanda: all' infuori delle superficie razionali, e delle rigate ellittiche, esistono altre superficie possedenti un tal gruppo infinito di trasformazioni birazionali?

Anche l' ultima importante questione, sulla quale i sigg. Picard e Painlevé hanno recentemente richiamato l' attenzione dei geometri, aspetta ancora una risposta.

Matematica. — *Sul determinante Wronskiano.* Nota di G. Peano, presentata dal Corrispondente S. Pincherle.

Siano $x_1 \, x_2 \dots x_n$ funzioni reali d' una variabile reale t. Se fra esse passa la relazione

$$c_1 x_1 + c_2 x_2 + \cdots + c_n x_n = 0 ,$$

ove $c_1 \, c_2 \dots c_n$ sono costanti non tutte nulle, è noto che il Wronskiano, cioè il determinante formato colle x, $\mathrm{D}x$, $\mathrm{D}^2 x$, ... $\mathrm{D}^{n-1} x$ è identicamente nullo.

La proposizione inversa, contrariamente ad un' opinione diffusa, richiede qualche restrizione. Invero, se le funzioni sono semplicemente due, x ed y, per dedurre dall' equazione

$$x\,dy - y\,dx = 0$$

che il rapporto di x ad y è costante, si suol dividere per xy, e poi integrare; si dovrà perciò supporre mai nulle le funzioni x ed y. Si potrebbe dividere per y^2, o per $x^2 + y^2$, e si dimostra la proposizione, supposta mai nulla la funzione y, ovvero rispettivamente che non esista alcun valore della variabile che annulli ad un tempo x ed y.

Che l' inversa della proposizione citata non sussista senz' altro, risulta dall' esempio (¹)

$$x = t^2 \qquad y = t \bmod t ,$$

ove il determinante Wronskiano è sempre nullo, mentre il rapporto x/y vale $+1$ o -1 secondochè t è positivo o negativo.

Lo scopo di questa Nota è di enunciare e dimostrare il seguente

Teorema. « Se per tutti i valori della variabile t appartenenti ad un certo intervallo, il Wronskiano delle funzioni $x_1 \, x_2 \dots x_n$ è nullo, *ma non esiste alcun valore di t, nell' intervallo considerato, che annulli tutti i*

(¹) Diedi quest' esempio nel Mathesis, a. 1889, pag. 110.

suddeterminanti dell' ultima orizzontale, allora fra le funzioni considerate passa una relazione lineare omogenea, a coefficienti costanti, non tutti nulli ».

Facendo uso dei numeri complessi d'ordine n, e dei prodotti alternati, di Grassmann, la proposizione si può enunciare coi simboli di Logica, e dimostrare facilmente. L'intervallo entro cui varia la variabile indipendente si può supporre, senza ledere alla generalità, che sia l'intervallo da 0 ad 1, indicato nel Formulaire col simbolo θ. Il prodotto alternato dei numeri complessi $x, y, \ldots z$, in numero $\leq n$, si indica con $[x . y . \ldots . z]$; e se il numero dei fattori è n, esso è il determinante formato cogli elementi di questi complessi. E allora la proposizione si enuncia

$$x \varepsilon \mathrm{q}_n \mathrm{f}\theta : t \varepsilon \theta . \supset_t . [x . \mathrm{D}x . \ldots . \mathrm{D}^{n-1}x]_t = 0 . [x . \mathrm{D}x . \ldots . \mathrm{D}^{n-2}x]_t \sim = 0 : \supset .$$

$$\exists \, \mathrm{q}_n (\sim \iota 0) \, \overline{c\varepsilon} \, [t \varepsilon \theta . \supset_t . \textstyle\sum_{i=1}^{i=n} (c_i x_i)_t = 0 .$$

« Sia x un numero complesso d'ordine n, funzione definita d'una variabile nell'intervallo θ; e suppongasi che per ogni valore di t il determinante Wronskiano sia nullo, ma sia diversa da zero la matrice formata colle $n - 1$ prime orizzontali. Allora esiste un numero complesso d'ordine n, differente da zero, e tale che $c_1 x_1 + \cdots + c_n x_n = 0$ ».

Infatti pongasi $m = \mathrm{mod}[x . \mathrm{D}x . \ldots . \mathrm{D}^{n-2}x]$, cioè chiamisi m la radice quadrata della somma dei quadrati dei determinanti minori dell'ultima orizzontale; e si consideri il complesso

$$c = \frac{1}{m} [x . \mathrm{D}x . \ldots . \mathrm{D}^{n-2}x]$$

esso è un complesso d'ordine n, finito, perchè per ipotesi il divisore m non è nullo; c non è nullo, poichè il suo modulo è 1. La somma $\sum c_i x_i$ vale $\frac{1}{m} [x . \mathrm{D}x . \ldots . \mathrm{D}^{n-2}x . x]$ che è nulla, perchè due fattori sono identici. Resta a riconoscere che c è costante; e basta perciò calcolare la derivata. Dispongo il calcolo come segue: dalla definizione di c risulta

$$[x . \mathrm{D}x . \ldots . \mathrm{D}^{n-2}x] = mc$$

derivo:

$$[x . \mathrm{D}x . \ldots . \mathrm{D}^{n-3}x . \mathrm{D}^{n-1}x] = (\mathrm{D}m) c + m \mathrm{D}c .$$

Faccio il prodotto regressivo dei due membri. Il termine con $\mathrm{D}m$ si annulla e si ha:

$$[x . \mathrm{D}x . \ldots . \mathrm{D}^{n-3}x . \mathrm{D}^{n-2}x . \mathrm{D}^{n-1}x] . [x . \mathrm{D}x . \ldots . \mathrm{D}^{n-2}x] = m^2 [c . \mathrm{D}c]$$

e siccome il Wronskiano è nullo, si ricava

$$[c . \mathrm{D}c] = 0$$

d'altra parte, essendo $c^2 = 1$, si ricava $c|Dc = 0$. Ora l'identità

$$(c^2)(Dc)^2 = [c \, . \, Dc]^2 + [c|Dc]^2$$

tenendo conto dell'annullarsi dei due termini del secondo membro, dà $(Dc)^2 = 0$, onde $c =$ costante.

Si ha così una condizione sotto cui si può invertire la proposizione sui Wronskiani. Sarebbe interessante trovarne delle altre, a causa dell'importanza di questi determinanti in Analisi.

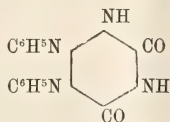
Geodesia. — *Sulla teoria delle proiezioni quantitative.* Nota di V. Reina, presentata dal Socio V. Cerruti.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Chimica. — *Azione dell' idrazodicarbonamide sul solfato di idrazina.* Nota di A. Purgotti [1], presentata dal Socio Cannizzaro [2].

È noto come Pinner [3] dapprima per azione della fenilidrazina sull'urea, ottenesse una sostanza triazotata, che chiamò fenilurazolo e che appartiene, come lo mostrò in seguito il prof. Pellizzari nei suoi bei lavori sull'urazolo, alla serie del triazolo.

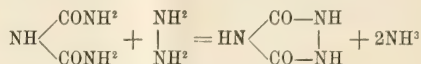
Lo stesso fenilurazolo fu ottenuto poi da Skinner e Ruhemann [4] per azione del biureto sulla fenilidrazina; e Pinner [5] che ottenne anche l'orto ed il paratolilurazolo, nella stessa Memoria a pag. 1225 dice, che per il riscaldamento della fenilsemicarbazide a 160° si ha sviluppo di ammoniaca ed una sostanza a cui spetta la composizione di $C^7H^6N^2O$.

Ritornando sullo stesso argomento [6], alla sostanza $C^7H^6N^2O$ assegna una formola doppia dandole la seguente costituzione

e chiamandola difenilurazina.

[1] Presentata nella seduta del 5 giugno 1897.
[2] Lavoro eseguito nel laboratorio di Chimiea Generale della R. Università di Pavia.
[3] Ber. 20, 2358.
[4] » » 3372.
[5] » 21, 1219.
[6] Ber. 21, 2329.

Il Pellizzari poi [1] facendo agire l'urea sui sali d'idrazina ottenne come composto intermedio l'idrazodicarbonamide, che per ulteriore riscaldamento perdendo una molecola di ammoniaca fornì l'urazolo.

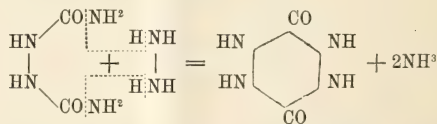
Analogamente a Skinner e Ruhemann che, per azione del biureto sulla fenilidrazina ottennero il fenilurazolo, il Pellizzari ottenne ancora l'urazolo facendo agire il biureto sul solfato d'idrazina. La reazione è rappresentata dalla seguente equazione:

$$NH\begin{cases} CONH^2 \\ CONH^2 \end{cases} + \begin{matrix} NH^2 \\ | \\ NH^2 \end{matrix} = HN\begin{cases} CO-NH \\ \quad\quad | \\ CO-NH \end{cases} + 2NH^3$$

Se noi ora confrontiamo la formola del biureto con quella dell'idrazodicarbonamide, vi possiamo agevolmente scorgere una certa analogia o relazione

$$HN\begin{cases} CONH^2 \\ CONH^2 \end{cases} \quad - \quad \begin{matrix} HN-CONH^2 \\ | \\ HN-CONH^2 \end{matrix}$$

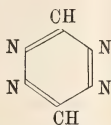
Infatti nell'idrazodicarbonamide i gruppi $-CONH^2$ sono uniti a due gruppi imidici e questa differisce appunto dal biureto per contenere un $=NH$ in più. E poichè nell'azione del biureto sull'idrazina sono i gruppi ammidici che reagiscono perdendo i due $-NH^2$ sotto forma di ammoniaca a spese di due atomi d'idrogeno dell'idrazina, si poteva ritenere con qualche fondamento, che l'idrazodicarbonamide dovesse forse reagire con l'idrazina analogamente al biureto; appunto perchè i due gruppi $-CONH^2$ si trovano collegati, nell'idrazodicarbonamide in condizioni molto simili a quelle in cui si trovano nel biureto.

Qualora la reazione avvenisse nel senso indicato, si dovrebbe ottenere un composto analogo all'urazolo, contenente un $=NH$ in più e costituito da una catena esagonale a 4 atomi di azoto e due di carbonio come meglio lo dimostra il seguente schema:

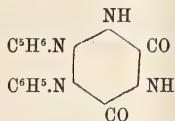
$$\begin{matrix} HN-CO\vdots NH^2 \\ | \\ HN-CO\vdots NH^2 \end{matrix} + \begin{matrix} H\vdots NH \\ | \\ H\vdots NH \end{matrix} = \begin{matrix} & CO & \\ HN & & NH \\ | & & | \\ HN & & NH \\ & CO & \end{matrix} + 2NH^3$$

Se l'idrazodicarbonamide reagisse come nell'equazione suesposta, si avrebbe una sostanza appartenente evidentemente alla serie dei composti tetrazinici, e sopratutto presenterebbe delle relazioni con la difenilurazina di Pinner sopra menzionata.

[1] Gazz. chim. ital., vol. 24 I, pag. 499.

Le esperienze eseguite hanno confermato le mie previsioni e la nuova sostanza si dovrà riguardare come un derivato dell' α tetrazina cui spetterebbe la seguente costituzione:

```
          CH
    N ⟋     ⟍ N
     |       ‖
    N ⟍     ⟋ N
          CH
```

Questa tetrazina non è ancora conosciuta, ma di essa esistono alcuni derivati, come quelli ottenuti da Ruhemann [1] per azione del cloroformio sull' idrazine aromatiche. Fra questi il più importante è quello preparato dalla fenilidrazina identica alla n difeniltetrazolina avuta da Pellizzari [2] per il riscaldamento della formilfenilidrazina. Oltre a questi sono da menzionarsi la difenildiidrotetrazina e la difeniltetrazina ottenuti da Pinner [3] per azione dell' idrazina sugli imido eteri.

Al mio composto conformemente al nome di difenilurazina dato da Pinner al composto

```
                 NH
    C5H6.N ⟋        ⟍ CO
          |          |
    C6H5.N ⟍        ⟋ NH
                 CO
```

si potrà dare il nome di paraurazina, ma forse meglio sarebbe chiamarla paradichetoesaidrotetrazina.

Pubblico i risultati delle mie prime esperienze a fine di prender data, riserbandomi di continuare in queste ricerche, sia preparando dei derivati di questa sostanza e cercare per questa via di arrivare all' α tetrazina, sia estendendo la reazione dell' idrazodicarbonamide alle idrazine aromatiche.

Ricerche sperimentali.

Il solfato d' idrazina finamente polverizzato fu mescolato con l' idrazodicarbonamide [4] impiegando pesi proporzionali ad una molecola dell' una e dell' altra sostanza.

(1) Bull. 3, tom. II, pag. 679.

(2) Gazz. chim. ital., tom. 26, vol. II, pag. 430.

(3) Ber. 27, pag. 987.

(4) L' idrazodicarbonamide fu preparato con il metodo proposto dal Pellizzari, ossia riscaldamento a 120° di un miscuglio di urea e solfato d' idrazina: metodo sotto tutti i rapporti migliore di quello fondato sull' azione del cianato di potassio sul solfato d' idrazina.

Il miscuglio posto in una bevuta fu riscaldato a bagno d'olio ad una temperatura fra 210°-215°.

A questa temperatura il miscuglio si rammollisce e forma una massa semisolida, che si rigonfia, ma non si fonde completamente.

Si sviluppa una notevole quantità di ammoniaca ed idrogeno solforato.

Si rimuove la massa con una bacchetta e quando, dopo circa 20 o 30 minuti, lo sviluppo di gas è meno copioso e la massa più non si rigonfia ed è meno pastosa, si cessa dal riscaldare.

Si lascia raffreddare e si riprende il prodotto, che è divenuto solido e duro con acqua calda riscaldando a bagno maria.

La soluzione raffreddata è leggermente torbida; viene perciò filtrata e ridotta a bagno maria a piccolo volume.

Si ottiene così per raffreddamento una massa bianca cristallizzata, che raccolta e asciugata viene nuovamente cristallizzata.

Con un paio di cristallizzazioni si ottiene un prodotto sufficientemente puro.

I cristalli polverizzati ed asciugati si fondono fra 266°-267° con sviluppo di bollicine gassose: essi presentano i seguenti caratteri.

Sono piccoli cristalli, brillantissimi, incolori, appartenenti al sistema monoclino, frequentemente riuniti fra loro in associazione parallela.

Presentano costantemente la combinazione delle forme $\{001\} . \{100\} . \{110\}$ e sono sempre tabulari secondo le faccie di $\{001\}$ e qualche volta allungati secondo [010].

Al goniometro si ebbe:

$$(100):(001) = 87^0\, 55'$$
$$(100):(110) = 49^0\, 12'$$
$$(001):(110) = 88^0\, 37'$$

e quindi dai due primi angoli:

$$a:b:c = 1,159:1:?$$
$$\beta = 87^0\, 55'$$

Il piano degli assi ottici è parallelo al piano di simmetria. La sostanza è discretamente solubile in acqua fredda, assai nella calda, pochissimo solubile in alcool ordinario freddo, mediocremente nel caldo: però nell'alcool assoluto anche bollente se ne disciolgono minime quantità.

È insolubile in etere, pochissimo solubile in acido acetico bollente.

Le analisi compiute dettero i seguenti risultati:

I. Gr. 0,1741 di sostanza dettero gr. 0,1313 di CO^2 e gr. 0,056 di H^2O.

II. Gr. 0,229 di sostanza fornirono gr. 0,172 di CO^2 e gr. 0,075 di H^2O.

III. Gr. 0,1276 svilupparono cc. 53,4 di azoto (raccolto in potassa al 40%) alla temp. di 14° ed alla Pressione di mm. 746,3 da cui V a 0° e 760 cc. 49,30.

IV. Gr. 0,1181 fornirono cc. 49,5 di azoto (raccolto come sopra) alla temp. di 15°,5 ed alla pressione di 753 mm. da cui V a 0° e 760 mm. 45,78.

Per cui rassumendo i calcoli fatti si ha sopra 100 parti di sostanza:

	Trovato		Calcolato per $C^2 O^2 N^4 H^4$
	I	II	
C	20,55	20,48	20,68
H	3,56	3,63	3,44
N	48,34	48,49	48,27

Allo scopo di determinare la grandezza molecolare della sostanza si fece il seguente saggio per mezzo dell' apparecchio a ebollizzione del Beckmann impiegando come solvente l' acqua, e si ebbero risultati concordanti con la formola suddetta.

Sostanza gr. 0,1935
Solvente " 20,684

Innalzamente termometrico 0°,04, calcolando con la nota formola si ha:

	Trovato	Calcolato
P. M.	121	116

Causa le piccole quantità di sostanza di cui disponevo, non ho potuto fare ulteriori saggi.

La paraurazina presenta delle reazioni analoghe a quelle dell' urazolo: infatti sciolta in acido solforico concentrato per aggiunta di acido nitrico dà una colorazione rosso violacea; con acido nitrico concentratissimo, senza previa soluzione in acido solforico, una forte effervescenza ed una fugace colorazione rosso viola. Anche con il clorruro ferrico, una soluzione concentrata di paraurazina, dà una colorazione rossa; però, si distingue dall' urazolo perchè con bicromato di potassio ed acido solforico, con l' acqua di bromo, e con l' ipoclarito di calcio non fornisce nessuna colorazione, ma bensì un notevole sviluppo di bollicine gassose.

Arrossa debolmente la carta di tornasole e decompone a caldo i carbonati; si comporta perciò come un acido.

Riduce a freddo la soluzione ammoniacale di nitrato di argento, ma è senza azione sul reattivo cupropotassico anche a caldo. Con la soluzione di nitrato di argento da un precipitato bianco.

Sale di Argento $C^2 O^2 N^4 H^3 Ag$

È stato ottenuto trattando una soluzione di paraurazina con nitrato di argento. Il precipitato fu raccolto su filtro, lavato con acqua ed esiccato sotto la campana ad acido solforico.

È una polvere bianca pochissimo solubile in acqua, solubile in ammoniaca.

Si determinò la quantità di argento combinato e si trovò che gr. 0,5256 di sostanza fornirono gr. 0,2553 di argento; per cui su 100 parti si ha:

	Trovato	Calcolato per $C^2 O^2 N^4 H^3 Ag$
Ag	48,57	48,43

La paraurazina si discioglie abbastanza bene nell' ammoniaca; ma il sale di ammonio non fu potuto analizzare perchè diseccandosi perde ammoniaca.

La soluzione però assolutamente priva di ammoniaca libera, trattata con diversi sali metallici dette dei precipitati che avevano i caratteri seguenti:

Con solfato di rame precipitato verde giallastro.

Con solfato di zinco e cadmio un precipitato bianco.

Con cloruro mercurico un precipitato bianco; con il nitrato mercurioso un precipitato bianco che imbrunisce dopo qualche tempo.

Con il solfato di cobalto un precipitato roseo; con il solfato di nikel un precipitato bianco verdastro.

Con acetato di piombo un precipitato bianco: con il nitrato di uranio un precipitato giallo e con il solfato di manganese un precipitato bianco che si forma dopo qualche tempo.

Dall' analisi del sale di argento appare che la paraurazina si comporta come un acido monobasico, ma per concludere sulla sua basicità sarà necessario preparare altri sali.

Sulla paraurazina e sull' azione dell' idrozodicarbonamide sulle idrazine aromatiche ho in corso altre ricerche che mi riserbo di continuare a comunicare in seguito.

Chimica fisica. — *Sopra la conducibilità termica dei vapori rossi.* Nota di G. Magnanini e G. Malagnini, presentata dal Socio G. Ciamician.

Chimica. — *Sull'azione dell'acido nitroso sopra la canforossima.* Nota del dott. Angelo Angeli, presentata dal Socio G. Ciamician.

Chimica. — *Sul comportamento crioscopico dell' ortonitrofenol.* Nota di G. Ampola e C. Rimatori, presentata dal Socio Paternò.

Chimica. — *Sopra alcuni derivati del guaicol.* Nota di Stefano di Boscagnanole, presentata dal Socio Paternò.

Queste Note saranno pubblicate nei prossimi fascicoli.

Mineralogia. — *Sopra alcuni minerali di Nebida* [1]. Nota del dott. C. Riva, presentata dal Socio Struever.

Le numerose monografie cristallografiche sui minerali sardi, e principalmente gl' importanti studî del vom Rath, del Sella, del Lovisato, dell' Artini, del Negri e del Goldschmidt, sembra che dovrebbero escludere la possibilità di dare su questo argomento notizie nuove. Ma nessuno di questi autori si è occupato in modo particolare della miniera di Nebida, che, specialmente in questi ultimi anni, ha preso un notevole sviluppo, così che credo che i minerali provenienti da questa miniera non siano ancor stati studiati dal lato cristallografico, e spero non vorrà essere considerata del tutto inutile la breve descrizione che segue [2]. Il Congresso della Società Geologica Italiana in Sardegna nella primavera del 1896, mi offerse modo di visitare questa miniera e di raccoglervi un interessante materiale. Mi è grato ricordare l' egregio ing. Umberto Cappa, il quale mi fu cortese guida nelle mie escursioni, e che volle gentilmente accrescere il materiale da me raccolto mandando al Gabinetto Mineralogico dell' Università di Pavia pregevoli esemplari cristallizzati specialmente di cerussite. I minerali cristallizzati della miniera di Nebida, dei quali faccio seguire una breve descrizione, sono la *cerussite*, l' *anglesite*, la *baritina* e la *calamina*.

La *baritina* si presenta in piccoli cristalli tabulari. Essa si annida entro fessure e geodine di pezzi costituiti da un carbonato giallo rossiccio che si sfalda facilmente secondo grossi romboedri a facce relativamente piane e lucenti, e nel quale l' analisi ha rivelata la presenza di Mg, Ca, Fe e Zn, ma con notevole prevalenza di Mg e Ca e con tracce di Mn. Le fessure e le geodine sono ricoperte da piccoli romboedri giallicci della stessa composizione del carbonato ora descritto.

La baritina, in sottili tavolette splendenti, è tabulare secondo }001{; i cristalli, a differenza di quelli di Montevecchio studiati dal Negri [3], sono poveri di forme, e ne constatai le seguenti:

}001{, }010{, }110{, }130{, }011{, }102{, }111{, }112{.

Le forme }001{, }102{, }110{ si presentano in tutti i cristalli; poco frequenti sono il prisma }130{ e la piramide }112{.

[1] Lavoro eseguito nel Gabinetto di mineralogia della R. Università di Pavia.

[2] Lo Jervis, accennando alla miniera di Nebida, cita tra i minerali che vi si trovano la galena argentifera, la cerussite, la calamina, la smithsonite e tracce di blenda (I tesori sotterranei dell' Italia. Parte III, pag. 80).

[3] G. B. Negri, *Sopra le forme cristalline della baritina di Montevecchio* (*Sardegna*) *e di Millesimo* (*Liguria*). Rivista ital. di Mineralogia etc., vol. XII, 1893.

Espongo gli angoli misurati messi a confronto con quelli calcolati in base al rapporto parametrico stabilito dall' Helmhacker e accettato dal Dana:

$$a:b:c = 0.81520:1:1.31359$$

Spigoli misurati	Medie, val. mis.	η	Angoli calcolati
	° ′		° ′ ″
110:1$\bar{1}$0	78.15	2	78.22.26
110:010	50.53	5	50.48.47
130:010	22.17	1	22.19.30
102:10$\bar{2}$	102.13	5	102.17.4
102:001	38.52	10	38.51.28
102:110	60.47	2	60.54
011:010	37.19	4	37.17
111:001	64.15	2	64.19
112:001	46.7	2	46.6
112:110	43.53	2	43.52

Cerussite. Tra i minerali cristallizzati da me raccolti a Nebida, il più abbondante è la cerussite. Si presenta in due modi ben distinti. Nella maggior parte dei pezzi esaminati i cristalli sono impiantati sulla galena alterata, accompagnata da una sostanza terrosa gialla che ho determinata per ossido di piombo. Questi cristalli sono tabulari secondo }010{, allungati secondo l' asse z, talvolta lunghi mm. 5-7, raramente più grossi. Questo è il modo più frequente con cui si presenta la cerussite di Nebida. Altri pezzi sono costituiti da carbonati di zinco in prevalenza, attraversati da venette di galena, e con notevole quantità di limonite, e i cristalli di cerussite si annidano in geodine nel carbonato di zinco. Sono cristalli assai piccoli e splen-

Fig. 1.

dentissimi ricchi di facce, con abito nettamente prismatico, allungati secondo l' asse x, secondo l' abito rappresentato dalla fig. 1 e non di rado variamente compenetrati.

Rarissimi sono i cristalli semplici; quasi sempre sono geminati, e, tra questi, frequentissimi i trigeminati. Tra i geminati predominano assai quelli

in cui il piano di geminazione è una faccia di }110{; molto meno frequenti gli altri in cui il piano di geminazione è una faccia di }130{.

Le forme da me osservate nella cerussite di Nebida sono le seguenti:

}100{, }010{, }001{, }110{, }130{, }101{, }102{, }302{*, }012{, }011{, }021{
}031{, }041{, }051{, }061{, }081{*, }111{, }112{, }113{, }121{.

Dunque soltanto 20 delle 29 forme osservate dall' Artini per la cerussite di Sardegna.

Le forme }302{ e }081{ sono, da quanto mi consta, nuove per la cerussite sarda.

La forma }302{ si presenta con una sola faccia nettissima e relativamente ampia in un geminato secondo }110{ assai ricco di facce e molto splendente, rappresentato dalla figura 1. Nello stesso cristallo si trova il prisma }081{ a facce molto strette.

Le forme }010{, }110{, }130{, }102{, }111{ sono sempre presenti, come pure alcuni prismi }okl{ e specialmente }021{, }011{, }012{. Talvolta è il prisma }013{ che ha il massimo sviluppo. Alcune facce di questa zona sono striate, e pare, come ha già osservato l' Artini ([1]), che questa striatura aumenti avvicinandosi al pinacoide }010{. La }100{ non è sempre presente; è specialmente rara nei cristalli tabulari secondo }010{ e allungati secondo z. Manca raramente, invece, nei cristalli prismatici allungati secondo x. Le facce di questa forma sono sempre piane e brillantissime. Fra le piramidi la }111{ è quella che è maggiormente sviluppata. Le sue facce, talora ampie, sono splendenti. Meno frequenti sono le altre piramidi.

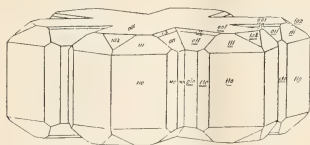



Fig. 2.

La monografia dell' Artini mi esonera dall' entrare in altri dettagli intorno all' aspetto e allo sviluppo delle forme della cerussite di Nebida, poichè i cristalli da me studiati corrispondono, per questo rapporto, con alcuni di quelli descritti dall' Artini stesso.

I geminati secondo }110{ mostrano aspetto assai vario; predominano quelli a compenetrazione, come ne dà esempio il trigeminato della fig. 2.

([1]) Artini E., *Studio cristallografico della cerussite di Sardegna.* Reale Accad. dei Lincei, Mem. della Cl. di sc. fis. mat., e nat. vol. V, 1888.

In questo caso, come sovente avviene, il pinacoide }001{ è assai ampio, sì che il cristallo pare quasi appiattito. In altri individui la forma }001{ manca od è assai stretta. La fig. 3 rappresenta un abito abbastanza comune dei trigeminati della cerussite di Nebida. Rari sono, invece, i semplici geminati di

Fig. 3.

contatto. Bell' esempio ci offre la fig. 1. Un grosso geminato secondo }130{ è quello della fig. 4.

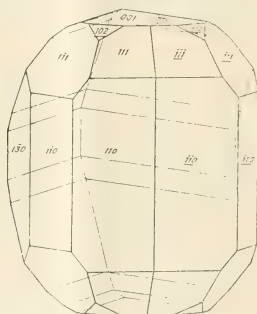



Fig. 4.

I cristalli misurati sono numerosissimi, ma riporto soltanto i principali valori, messi a confronto coi valori calcolati partendo dalle costanti date dall' Artini per la cerussite sarda, e che perfettamente si adattano anche per la cerussite di Nebida.

$a:b:c = 0.610128:1:0.722929$.

Spigoli misurati	Medie ang. mis.	η	Angoli calcolati
	° ′		° ′ ″
110:010	58.37	40	58.36.41
130:010	28.35	26	28.38.57
130:110	29.57½	31	29.57.44
102:001	30.40	2	30.38.39
102:110	64.12	1	64.12.30
102:011	45.47½	2	45.47.40
102:111	31.7	6	31. 8.7
302:100	29.22	1	29.21.50
302:110	41.56	2	41.55.43
302:111	27.5½	2	27. 5.33
012:001	19.52	6	19.52.23
012:011	16.1	12	15.59.28
012:012	39.46	1	39.44.46
012:021	35.28	6	35.27.29
012:031	45.27	1	45.22.23
011:010	54.7½	3	54. 8.9
011:001	35.58	1	35.51.51
011:021	19.26½	11	19.28.1
021:010	34.41	12	34.40.8
021:031	9.53	6	9.54.54
031:010	24.44½	5	24.45.14
031:041	5.43	2	5.40.40
041:051	3.37	2	3.36.43
051:010	15.28	1	15.27.51
061:011	41.8	1	41. 9.13
081:010	9.25	1	9.48.35
081:061	3.35	1	3.10.21
111:010	65.00	16	65.00.7
111:001	54.14	6	54.13.44
111:110	35.46	12	35.46.16
111:012	45.49	1	46. 6.3
111:111	49.59	10	49.59.46
112:010	72.42	2	72.43.30
112:111	19.27½	4	19.28.5
112:102	17.17	2	17.16.30
113:112	9.53	3	9.55.56
121:010	47.00	5	46.59.58
121:111	18.00	7	12.00.8

Geminati secondo }110{:

Spigoli misurati	Medie ang. mis.	η	Angoli calcolati
$010:\underline{0\bar{1}0}$	62.46	7	62.46.38
$010:\underline{\bar{1}\bar{1}0}$	4.9	22	4. 9.57
$010:\underline{\bar{1}\bar{3}0}$	34.7	2	34. 7.41
$021:\underline{\bar{1}\bar{1}\bar{1}}$	3.35½	2	3.34.37
$111:\underline{\bar{1}\bar{1}\bar{1}}$	43.32	1	43.34.27

Geminati secondo }130{:

$110:\underline{\bar{1}\bar{1}0}$	$5.27\frac{1}{2}$	2	5.28.44
$102:\underline{0\bar{1}\bar{2}}$	17.13	1	17.16.10
$111:\underline{\bar{1}\bar{1}\bar{1}}$	4.26	1	4.26.40

Anglesite. Una geode in un grosso pezzo di Galena, attraversato da filoncini di quarzo, è tapezzata da numerosi e splendenti cristalli di anglesite di parecchi millimetri di lunghezza impiantati secondo una delle estremità dell'asse y. L'abito dei cristalli è assai uniforme ed è rappresentato dalla fig. 5; ricorda quello dei cristalli di Anglesea descritti dal von Lang ([1]).

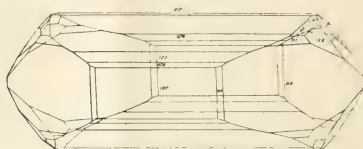



Fig. 5.

Le forme osservate sono le seguenti:

}100{, }001{, }210{, }110{, }102{, }103{, }104{, }011{, }111{
}113{, }122{, }124{

già tutte osservate dal Sella ([2]), il quale, però, come è noto, non fa per l'anglesite di Sardegna, menzione di località speciali.

Le forme maggiormente sviluppate sono }100{, }104{, }110{. Anche la }001{ e }011{ mancano raramente. Le piramidi, invece, sono presenti soltanto in pochi cristalli.

I valori misurati e calcolati appariscono dalla seguente tabella. Gli angoli sono calcolati in base alle costanti date dal Kokscharow, e riportate dal Dana.

([1]) Victor von Lang, *Versuch einer Monographie des Bleivitriols.* Akad. d. Wiss. Win. Bd. XXXVI.

([2]) Sella, *Delle forme cristalline dell'anglesite di Sardegna.* Atti della R. Acc. dei Lincei, Transunti, vol. III, serie 3ª, 1879.

$a:b:c = 0.78516:1:1.28939$

Spigoli misurati	Medie ang. mis.	η	Valori calcolati
100:110	38°.7′	9	38°. 8′.15″
110:210	16.36	1	16.42
210:100	21.28	1	21.26
102:100	50.35	6	50.36 ½
102:103	10.46	8	10.41 ½
104:110	72.33	1	72.37
104:104	44.37	1	44.38 ½
104:001	22.19	12	22.19
104:103	6.22	12	6.22 ½
011:001	52.4	1	52.12.15
111:100	44.28	1	44.49
111:110	25.35	6	25.35 ½
111:001	64.12	1	64.24 ½
111:104	48.4	1	48.0
122:100	63.12	1	63.17
122:110	57.52	1	57.52
122:104	47.21	1	47.23
122:011	26.41	2	26.43
122:111	18.28	1	18.28
113:100	63.23	2	63.18.5
113:110	56.44	3	55. 9.48
113:104	21.35	3	21.34.38
124:001	37.15	1	37.23
124:100	70.53	1	70.58
124:104	30.47	1	30.49
124:122	19.22	1	19.25

Calamina. Il maggior prodotto minerario di Nebida è dato dai minerali di zinco, calamina e smithsonite che si trovano in masse compatte e concrezionate. Molte volte formano croste non nettamente cristalline; di quando in quando accompagnate da idrozincite che si trova anche in grosse masse compatte bianchissime. La calamina è rarissima in netti cristalli, e questi pochi, limpidi ed incolori, talvolta aggruppati a rosetta, sono annidati nelle cavità delle masse concrezionate della calamina stessa, e sono piantati nella matrice per l'estremità antiloga dell'asse z. Sono piccolissimi, talvolta appena visibili ad occhio nudo e poco si prestano ad essere misurati. Presentano le seguenti forme semplici:

}010{ }110{ }101{ }301{ }011{ }031{

Partendo dal rapporto parametrico dato dallo Schrauf, pongo a riscontro le medie dei valori misurati con quelli calcolati.

$a:b:c = 0.78340:1:0.47782$

Spigoli misurati	Medie ang. mis.	Valori calcolati
	° ′	° ′
110:010	51.55	51.55 ½
110:011	74.18	74.35
101:011	39.47	39.36 ½
011:0$\bar{1}$1	51.5	51.5
011:010	64.22	64.27 ½
301:$\bar{1}$01	92.39 ½	92.43
031:010	35.4	34.44

Patologia vegetale. — *L' Exobasidium vitis* (Viala et Boyer) Prill. et Del. *in Italia.* Nota del dott. Vittorio Peglion, presentata dal Corrispondente R. Pirotta.

Botanica. — *Ossservazioni sul Phyllosiphon Arisari.* Nota preventiva del dott. Luigi Buscalioni, presentata dal Corrispondente R. Pirotta.

Fisiologia. — *Le leggi delle contrazioni.* Nota del dott. U. Dutto, presentata dal Socio Luciani.

Queste Note saranno pubblicate nei prossimi fascicoli.

PERSONALE ACCADEMICO

Pervenne all'Accademia la dolorosa notizia della morte del Corrispondente prof. Arminio Nobile, mancato ai vivi il 14 giugno corr., apparteneva il defunto all'Accademia dal 18 luglio 1891.

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Il Socio Cerruti presenta una pubblicazione del dott. G. Vailati, avente per titolo: *Del concetto del centro di gravità nella Statica di Archimede*, e ne discorre.

Il Socio Betocchi offre una pubblicazione dell'ing. A. Polidori intitolata: *I lavori di sistemazione del ponte Elio o S. Angelo in Roma.*

P. B.

INDICE DEL VOLUME VI, SERIE 5ª. — RENDICONTI

1897 — 1° Semestre.

INDICE PER AUTORI

A

B

L

M

N

O

P

R

INDICE DEL VOLUME VI, SERIE 5ª. — RENDICONTI

1897 — 1° Semestre.

INDICE DELLE MATERIE

A

B

C

G

I

M

N

P

Z

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCXCIV.

1897

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 3 gennaio 1897.

Volume VI.° — Fascicolo 1°

1° SEMESTRE

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1897

ESTRATTO DAL REGOLAMENTO INTERNO

PER LE PUBBLICAZIONI ACCADEMICHE

I.

Col 1892 si è iniziata la *Serie quinta* delle pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei. Inoltre i *Rendiconti* della nuova serie formano una pubblicazione distinta per ciascuna delle due Classi. Per i *Rendiconti* della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali valgono le norme seguenti:

1. I *Rendiconti* della Classe di scienze fisiche matematiche e naturali si pubblicano regolarmente due volte al mese; essi contengono le Note ed i titoli delle Memorie presentate da Soci e estranei, nelle due sedute mensili dell'Accademia, nonchè il bollettino bibliografico.

Dodici fascicoli compongono un volume, due volumi formano un'annata.

2. Le Note presentate da Soci o Corrispondenti non possono oltrepassare le 12 pagine di stampa. Le Note di estranei presentate da Soci, che ne assumono la responsabilità, sono portate a 8 pagine.

3. L'Accademia dà per queste comunicazioni 50 estratti gratis ai Soci e Corrispondenti, e 25 agli estranei · qualora l'autore ne desideri un numero maggiore, il sovrappiù della spesa è posta a suo carico.

4. I *Rendiconti* non riproducono le discussioni verbali che si fanno nel seno dell'Accademia; tuttavia se i Soci, che vi hanno preso parte, desiderano ne sia fatta menzione, essi sono tenuti a consegnare al Segretario, seduta stante, una Nota per iscritto.

II.

1. Le Note che oltrepassino i limiti indicati al paragrafo precedente, e le Memorie propriamente dette, sono senz'altro inserite nei Volumi accademici se provengono da Soci o da Corrispondenti. Per le Memorie presentate da estranei, la Presidenza nomina una Commissione la quale esamina il lavoro e ne riferisce in una prossima tornata della Classe.

2. La relazione conclude con una delle seguenti risoluzioni. - *a*) Con una proposta di stampa della Memoria negli Atti dell'Accademia o in sunto o in esteso, senza pregiudizio dell'art. 26 dello Statuto. - *b*) Col desiderio di far conoscere taluni fatti o ragionamenti contenuti nella Memoria. - *c*) Con un ringraziamento all'autore. - *d*) Colla semplice proposta dell'invio della Memoria agli Archivi dell'Accademia.

3. Nei primi tre casi, previsti dall'art. precedente, la relazione è letta in seduta pubblica nell'ultimo in seduta segreta.

4. A chi presenti una Memoria per esame è data ricevuta con lettera, nella quale si avverte che i manoscritti non vengono restituiti agli autori, fuorchè nel caso contemplato dall'art. 26 dello Statuto.

5. L'Accademia dà gratis 75 estratti agli autori di Memorie, se Soci o Corrispondenti, 50 se estranei. La spesa di un numero di copie in più che fosse richiesto, è messa a carico degli autori.

Pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei.

Serie 1ª — Atti dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei. Tomo I-XXIII.
Atti della Reale Accademia dei Lincei. Tomo XXIV-XXVI.

Serie 2ª — Vol. I. (1873-74).
Vol. II. (1874-75).
Vol. III. (1875-76). Parte 1ª TRANSUNTI.
2ª MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
3ª MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.*
Vol. IV. V. VI. VII. VIII.

Serie 3ª — TRANSUNTI. Vol. I-VIII. (1876-84).
MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I (1, 2). — II. (1, 2). — III-XIX.
MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-XIII.

Serie 4ª — RENDICONTI Vol. I-VII. (1884-91).
MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I-VII.
MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-X.

Serie 5ª — RENDICONTI *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I-VI. (1892-97) 1° Sem. Fasc. 1°.
RENDICONTI *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-V. (1892-96) Fasc. 10°.
MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I.
MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-III.

CONDIZIONI DI ASSOCIAZIONE

AI RENDICONTI DELLA CLASSE DI SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

I Rendiconti della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali della R. Accademia dei Lincei si pubblicano due volte al mese. Essi formano due volumi all'anno, corrispondenti ognuno ad un semestre.

Il prezzo di associazione per ogni volume è per tutta l'Italia di L. **10**; per gli altri paesi le spese di posta in più.

Le associazioni si ricevono esclusivamente dai seguenti editori-librai:

ERMANNO LOESCHER & C.° — *Roma, Torino* e *Firenze.*
ULRICO HOEPLI. — *Milano, Pisa* e *Napoli.*

INDICE

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 3 gennaio 1897.

MEMORIE E NOTE DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

(*) Queste Note saranno pubblicate nel prossimo fascicolo.

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCXCIV.

1897

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 17 gennaio 1897.

Volume VI.° — Fascicolo 2°

1° SEMESTRE

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1897

ESTRATTO DAL REGOLAMENTO INTERNO

PER LE PUBBLICAZIONI ACCADEMICHE

I.

Col 1892 si è iniziata la *Serie quinta* delle pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei. Inoltre i *Rendiconti* della nuova serie formano una pubblicazione distinta per ciascuna delle due Classi. Per i *Rendiconti* della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali valgono le norme seguenti:

1. I *Rendiconti* della Classe di scienze fisiche matematiche e naturali si pubblicano regolarmente due volte al mese; essi contengono le Note ed i titoli delle Memorie presentate da Soci e estranei, nelle due sedute mensili dell'Accademia, nonchè il bollettino bibliografico.

Dodici fascicoli compongono un volume, due volumi formano un'annata.

2. Le Note presentate da Soci o Corrispondenti non possono oltrepassare le 12 pagine di stampa. Le Note di estranei presentate da Soci, che ne assumono la responsabilità, sono portate a 8 pagine.

3. L'Accademia dà per queste comunicazioni 50 estratti gratis ai Soci e Corrispondenti, e 25 agli estranei · qualora l'autore ne desideri un numero maggiore, il sovrappiù della spesa è posta a suo carico.

4. I *Rendiconti* non riproducono le discussioni verbali che si fanno nel seno dell'Accademia; tuttavia se i Soci, che vi hanno preso parte, desiderano ne sia fatta menzione, essi sono tenuti a consegnare al Segretario, seduta stante, una Nota per iscritto.

II.

1. Le Note che oltrepassino i limiti indicati al paragrafo precedente, e le Memorie propriamente dette, sono senz'altro inserite nei Volumi accademici se provengono da Soci o da Corrispondenti. Per le Memorie presentate da estranei, la Presidenza nomina una Commissione la quale esamina il avoro e ne riferisce in una prossima tornata della Classe.

2. La relazione conclude con una delle seguenti risoluzioni. - *a*) Con una proposta di stampa della Memoria negli Atti dell'Accademia o in sunto o in esteso, senza pregiudizio dell' art. 26 dello Statuto. - *b*) Col desiderio di far conoscere taluni fatti o ragionamenti contenuti nella Memoria. - *c*) Con un ringraziamento all' autore. - *d*) Colla semplice proposta dell' invio della Memoria agli Archivi dell' Accademia.

3. Nei primi tre casi, previsti dall' art. precedente, la relazione è letta in seduta pubblica nell' ultimo in seduta segreta.

4. A chi presenti una Memoria per esame è data ricevuta con lettera, nella quale si avverte che i manoscritti non vengono restituiti agli autori, fuorchè nel caso contemplato dall'art. 26 dello Statuto.

5. L'Accademia dà gratis 75 estratti agli autori di Memorie, se Soci o Corrispondenti, 50 se estranei. La spesa di un numero di copie in più che fosse richiesto, è messa a carico degli autori.

Pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei.

Serie 1ª — Atti dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei. Tomo I-XXIII.
Atti della Reale Accademia dei Lincei. Tomo XXIV-XXVI.

Serie 2ª — Vol. I. (1873-74).
Vol. II. (1874-75).
Vol. III. (1875-76). Parte 1ª TRANSUNTI
2ª MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
3ª MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche*
Vol. IV. V. VI. VII. VIII.

Serie 3ª — TRANSUNTI. Vol. I-VIII. (1876-84).
MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I. (1, 2). — II. (1, 2). — III-XIX.
MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-XIII.

Serie 4ª — RENDICONTI Vol. I-VII. (1884-91).
MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I-VII.
MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-X.

Serie 5ª - RENDICONTI *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I-VI. (1892-97) 1° Sem. Fasc. 2°.
RENDICONTI *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-V. (1892-96) Fasc. 10°.
MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I.
MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-III.

CONDIZIONI DI ASSOCIAZIONE

AI RENDICONTI DELLA CLASSE DI SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

I Rendiconti della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali della R. Accademia dei Lincei si pubblicano due volte al mese. Essi formano due volumi all'anno, corrispondenti ognuno ad un semestre.

Il prezzo di associazione per ogni volume è per tutta l'Italia di L. **10**; per gli altri paesi le spese di posta in più.

Le associazioni si ricevono esclusivamente dai seguenti editori-librai:

ERMANNO LOESCHER & C.° — *Roma, Torino* e *Firenze.*
ULRICO HOEPLI. — *Milano, Pisa* e *Napoli.*

INDICE

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 17 gennaio 1897.

MEMORIE E NOTE DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

(*) Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCXCIV.

1897

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 7 febbraio 1897.

Volume VI.° — Fascicolo 3°

1° SEMESTRE

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1897

ESTRATTO DAL REGOLAMENTO INTERNO

PER LE PUBBLICAZIONI ACCADEMICHE

I.

Col 1892 si è iniziata la *Serie quinta* delle pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei. Inoltre i *Rendiconti* della nuova serie formano una pubblicazione distinta per ciascuna delle due Classi. Per i *Rendiconti* della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali valgono le norme seguenti:

1. I *Rendiconti* della Classe di scienze fisiche matematiche e naturali si pubblicano regolarmente due volte al mese; essi contengono le Note ed i titoli delle Memorie presentate da Soci e estranei, nelle due sedute mensili dell'Accademia, nonchè il bollettino bibliografico.

Dodici fascicoli compongono un volume, due volumi formano un'annata.

2. Le Note presentate da Soci o Corrispondenti non possono oltrepassare le 12 pagine di stampa. Le Note di estranei presentate da Soci, che ne assumono la responsabilità, sono portate a 8 pagine.

3. L'Accademia dà per queste comunicazioni 50 estratti gratis ai Soci e Corrispondenti, e 25 agli estranei · qualora l'autore ne desideri un numero maggiore, il sovrappiù della spesa è posta a suo carico.

4. I *Rendiconti* non riproducono le discussioni verbali che si fanno nel seno dell'Accademia; tuttavia se i Soci, che vi hanno preso parte, desiderano ne sia fatta menzione, essi sono tenuti a consegnare al Segretario, seduta stante, una Nota per iscritto.

II.

1. Le Note che oltrepassino i limiti indicati al paragrafo precedente, e le Memorie propriamente dette, sono senz' altro inserite nei Volumi accademici se provengono da Soci o da Corrispondenti. Per le Memorie presentate da estranei, la Presidenza nomina una Commissione la quale esamina il avoro e ne riferisce in una prossima tornata della Classe.

2. La relazione conclude con una delle seguenti risoluzioni. - *a*) Con una proposta di stampa della Memoria negli Atti dell'Accademia o in sunto o in esteso, senza pregiudizio dell' art. 26 dello Statuto. - *b*) Col desiderio di far conoscere taluni fatti o ragionamenti contenuti nella Memoria. - *c*) Con un ringraziamento all' autore. - *d*) Colla semplice proposta dell' invio della Memoria agli Archivi dell' Accademia.

3. Nei primi tre casi, previsti dall' art. precedente, la relazione è letta in seduta pubblica, nell' ultimo in seduta segreta.

4. A chi presenti una Memoria per esame è data ricevuta con lettera, nella quale si avverte che i manoscritti non vengono restituiti agli autori, fuorchè nel caso contemplato dall'art. 26 dello Statuto.

5. L' Accademia dà gratis 75 estratti agli autori di Memorie, se Soci o Corrispondenti, 50 se estranei. La spesa di un numero di copie in più che fosse richiesto, è messa a carico degli autori.

Pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei.

Serie 1ª — Atti dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei. Tomo I-XXIII.
Atti della Reale Accademia dei Lincei. Tomo XXIV-XXVI.

Serie 2ª — Vol. I. (1873-74).
Vol. II. (1874-75).
Vol. III. (1875-76). Parte 1ª Transunti.
2ª Memorie *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
3ª Memorie *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.*
Vol. IV. V. VI. VII. VIII.

Serie 3ª — Transunti. Vol. I-VIII. (1876-84).
Memorie *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I. (1, 2). — II. (1, 2). — III-XIX.
Memorie *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-XIII.

Serie 4ª — Rendiconti Vol. I-VII. (1884-91).
Memorie *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I-VII.
Memorie *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-X.

Serie 5ª - Rendiconti *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I-VI. (1892-97) 1° Sem. Fasc. 3°.
Rendiconti *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-V. (1892-96) Fasc. 11°-12°.
Memorie *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I.
Memorie *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-III.

CONDIZIONI DI ASSOCIAZIONE

AI RENDICONTI DELLA CLASSE DI SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

I Rendiconti della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali della R. Accademia dei Lincei si pubblicano due volte al mese. Essi formano due volumi all'anno, corrispondenti ognuno ad un semestre.

Il prezzo di associazione per ogni volume è per tutta l'Italia di L. **10**; per gli altri paesi le spese di posta in più.

Le associazioni si ricevono esclusivamente dai seguenti editori-librai:

Ermanno Loescher & C.° — *Roma, Torino* e *Firenze.*
Ulrico Hoepli. — *Milano, Pisa* e *Napoli.*

INDICE

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 7 febbraio 1897.

MEMORIE E NOTE DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

PERSONALE ACCADEMICO

PRESENTAZIONE DI LIBRI

CONCORSI A PREMI

CORRISPONDENZA

(*) Queste Note saranno pubblicate nel prossimo fascicolo.

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCXCIV.

1897

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 21 febbraio 1897.

Volume VI.° — Fascicolo 4°

1° SEMESTRE

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1897

ESTRATTO DAL REGOLAMENTO INTERNO

PER LE PUBBLICAZIONI ACCADEMICHE

I.

Col 1892 si è iniziata la *Serie quinta* delle pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei. Inoltre i *Rendiconti* della nuova serie formano una pubblicazione distinta per ciascuna delle due Classi. Per i *Rendiconti* della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali valgono le norme seguenti:

1. I *Rendiconti* della Classe di scienze fisiche matematiche e naturali si pubblicano regolarmente due volte al mese; essi contengono le Note ed i titoli delle Memorie presentate da Soci e estranei, nelle due sedute mensili dell'Accademia, nonchè il bollettino bibliografico.

Dodici fascicoli compongono un volume, due volumi formano un'annata.

2. Le Note presentate da Soci o Corrispondenti non possono oltrepassare le 12 pagine di stampa. Le Note di estranei presentate da Soci, che ne assumono la responsabilità, sono portate a 8 pagine.

3. L'Accademia dà per queste comunicazioni 50 estratti gratis ai Soci e Corrispondenti, e 25 agli estranei · qualora l'autore ne desideri un numero maggiore, il sovrappiù della spesa è posta a suo carico.

4. I *Rendiconti* non riproducono le discussioni verbali che si fanno nel seno dell'Accademia; tuttavia se i Soci, che vi hanno preso parte, desiderano ne sia fatta menzione, essi sono tenuti a consegnare al Segretario, seduta stante, una Nota per iscritto.

II.

1. Le Note che oltrepassino i limiti indicati al paragrafo precedente, e le Memorie propriamente dette, sono senz' altro inserite nei Volumi accademici se provengono da Soci o da Corrispondenti. Per le Memorie presentate da estranei, la Presidenza nomina una Commissione la quale esamina il avoro e ne riferisce in una prossima tornata della Classe.

2. La relazione conclude con una delle seguenti risoluzioni. - *a)* Con una proposta di stampa della Memoria negli Atti dell'Accademia o in sunto o in esteso, senza pregiudizio dell' art. 26 dello Statuto. - *b)* Col desiderio di far conoscere taluni fatti o ragionamenti contenuti nella Memoria. - *c)* Con un ringraziamento all' autore. - *d)* Colla semplice proposta dell' invio della Memoria agli Archivi dell' Accademia.

3. Nei primi tre casi, previsti dall' art. precedente, la relazione è letta in seduta pubblica nell' ultimo in seduta segreta.

4. A chi presenti una Memoria per esame è data ricevuta con lettera, nella quale si avverte che i manoscritti non vengono restituiti agli autori, fuorchè nel caso contemplato dall'art. 26 dello Statuto.

5. L' Accademia dà gratis 75 estratti agli autori di Memorie, se Soci o Corrispondenti, 50 se estranei. La spesa di un numero di copie in più che fosse richiesto, è messa a carico degli autori.

Pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei.

Serie 1ª — Atti dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei. Tomo I-XXIII.
Atti della Reale Accademia dei Lincei. Tomo XXIV-XXVI.

Serie 2ª — Vol. I. (1873-74).
Vol. II. (1874-75).
Vol. III. (1875-76). Parte 1ª TRANSUNTI.
2ª MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
3ª MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche*
Vol. IV. V. VI. VII. VIII.

Serie 3ª — TRANSUNTI. Vol. I-VIII. (1876-84).
MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I. (1, 2). — II. (1, 2). — III-XIX.
MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-XIII.

Serie 4ª — RENDICONTI Vol. I-VII. (1884-91).
MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I-VII.
MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-X.

Serie 5ª — RENDICONTI *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I-VI. (1892-97) 1° Sem. Fasc. 4°.
RENDICONTI *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-V. (1892-96) Fasc. 11°-12°.
MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I.
MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-III.

CONDIZIONI DI ASSOCIAZIONE

AI RENDICONTI DELLA CLASSE DI SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

I Rendiconti della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali della R. Accademia dei Lincei si pubblicano due volte al mese. Essi formano due volumi all'anno, corrispondenti ognuno ad un semestre.

Il prezzo di associazione per ogni volume è per tutta l'Italia di L. **10**; per gli altri paesi le spese di posta in più.

Le associazioni si ricevono esclusivamente dai seguenti editori-librai:

ERMANNO LOESCHER & C.° — *Roma, Torino* e *Firenze.*
ULRICO HOEPLI. — *Milano, Pisa* e *Napoli.*

INDICE

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 21 febbraio 1897.

MEMORIE E NOTE DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

(*) Note che saranno pubblicate nel prossimo fascicolo.

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCXCIV.

1897

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 7 marzo 1897.

Volume VI.° — Fascicolo 5°

1° Semestre

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1897

ESTRATTO DAL REGOLAMENTO INTERNO

PER LE PUBBLICAZIONI ACCADEMICHE

I.

Col 1892 si è iniziata la *Serie quinta* delle pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei. Inoltre i *Rendiconti* della nuova serie formano una pubblicazione distinta per ciascuna delle due Classi. Per i *Rendiconti* della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali valgono le norme seguenti:

1. I *Rendiconti* della Classe di scienze fisiche matematiche e naturali si pubblicano regolarmente due volte al mese; essi contengono le Note ed i titoli delle Memorie presentate da Soci e estranei, nelle due sedute mensili dell'Accademia, nonchè il bollettino bibliografico.

Dodici fascicoli compongono un volume, due volumi formano un'annata.

2. Le Note presentate da Soci o Corrispondenti non possono oltrepassare le 12 pagine di stampa. Le Note di estranei presentate da Soci, che ne assumono la responsabilità, sono portate a 8 pagine.

3. L'Accademia dà per queste comunicazioni 50 estratti gratis ai Soci e Corrispondenti, e 25 agli estranei · qualora l'autore ne desideri un numero maggiore, il sovrappiù della spesa è posta a suo carico.

4. I *Rendiconti* non riproducono le discussioni verbali che si fanno nel seno dell'Accademia; tuttavia se i Soci, che vi hanno preso parte, desiderano ne sia fatta menzione, essi sono tenuti a consegnare al Segretario, seduta stante, una Nota per iscritto.

II.

1. Le Note che oltrepassino i limiti indicati al paragrafo precedente, e le Memorie propriamente dette, sono senz' altro inserite nei Volumi accademici se provengono da Soci o da Corrispondenti. Per le Memorie presentate da estranei, la Presidenza nomina una Commissione la quale esamina il avoro e ne riferisce in una prossima tornata della Classe.

2. La relazione conclude con una delle seguenti risoluzioni. - *a)* Con una proposta di stampa della Memoria negli Atti dell'Accademia o in sunto o in esteso, senza pregiudizio dell' art. 26 dello Statuto. - *b)* Col desiderio di far conoscere taluni fatti o ragionamenti contenuti nella Memoria. - *c)* Con un ringraziamento all' autore. - *d)* Colla semplice proposta dell' invio della Memoria agli Archivi dell' Accademia.

3. Nei primi tre casi, previsti dall' art. precedente, la relazione è letta in seduta pubblica nell' ultimo in seduta segreta.

4. A chi presenti una Memoria per esame è data ricevuta con lettera, nella quale si avverte che i manoscritti non vengono restituiti agli autori, fuorchè nel caso contemplato dall'art. 26 dello Statuto.

5. L' Accademia dà gratis 75 estratti agli autori di Memorie, se Soci o Corrispondenti, 50 se estranei. La spesa di un numero di copie in più che fosse richiesto, è messa a carico degli autori.

Pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei.

Serie 1ª — Atti dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei. Tomo I-XXIII.
Atti della Reale Accademia dei Lincei. Tomo XXIV-XXVI

Serie 2ª — Vol. I. (1873-74).
Vol. II. (1874-75).
Vol. III. (1875-76). Parte 1ª TRANSUNTI.
2ª MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
3ª MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche*
Vol. IV. V. VI. VII. VIII.

Serie 3ª — TRANSUNTI. Vol. I-VIII. (1876-84).
MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I. (1, 2). — II. (1, 2). — III-XIX.
MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-XIII.

Serie 4ª — RENDICONTI Vol. I-VII. (1884-91).
MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I-VII.
MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche* Vol. I-X.

Serie 5ª — RENDICONTI *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I-VI. (1892-97) 1° Sem. Fasc. 5°.
RENDICONTI *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-VI. (1892-97) Fasc. 1°.
MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I.
MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-III.

CONDIZIONI DI ASSOCIAZIONE

AI RENDICONTI DELLA CLASSE DI SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

I Rendiconti della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali della R. Accademia dei Lincei si pubblicano due volte al mese. Essi formano due volumi all'anno, corrispondenti ognuno ad un semestre.

Il prezzo di associazione per ogni volume e per tutta l'Italia di L. **10**; per gli altri paesi le spese di posta in più.

Le associazioni si ricevono esclusivamente dai seguenti editori-librai:

ERMANNO LOESCHER & C.° — *Roma, Torino* e *Firenze.*
ULRICO HOEPLI. — *Milano, Pisa* e *Napoli.*

INDICE

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 7 marzo 1897.

MEMORIE E NOTE DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

RELAZIONI DI COMMISSIONI

PERSONALE ACCADEMICO

CONCORSI A PREMI

PRESENTAZIONE DI LIBRI

CORRISPONDENZA

ERRATA-CORRIGE

(Vol. V., 2° sem. 1896, fascicolo 12°)

Pag. 443, riga 6 dal basso, leggi $\frac{\xi_i}{R_i}$

» 444, » 13 dall'alto, » $q = 0, 1, 2, \ldots \frac{1}{2} n$

» id. » 14 » » $q = 0, 1, 2, \ldots \frac{1}{2} n - 1$

(*) Note che saranno pubblicate nel prossimo fascicolo.

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCXCIV.

1897

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Volume VI.° — Fascicolo 6°

1° Semestre

Comunicazioni pervenute all'Accademia prima del 21 marzo 1897

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1897

ESTRATTO DAL REGOLAMENTO INTERNO

PER LE PUBBLICAZIONI ACCADEMICHE

I.

Col 1892 si è iniziata la *Serie quinta* delle pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei. Inoltre i *Rendiconti* della nuova serie formano una pubblicazione distinta per ciascuna delle due Classi. Per i *Rendiconti* della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali valgono le norme seguenti:

1. I *Rendiconti* della Classe di scienze fisiche matematiche e naturali si pubblicano regolarmente due volte al mese; essi contengono le Note ed i titoli delle Memorie presentate da Soci e estranei, nelle due sedute mensili dell'Accademia, nonchè il bollettino bibliografico.

Dodici fascicoli compongono un volume, due volumi formano un'annata.

2. Le Note presentate da Soci o Corrispondenti non possono oltrepassare le 12 pagine di stampa. Le Note di estranei presentate da Soci, che ne assumono la responsabilità, sono portate a 8 pagine.

3. L'Accademia dà per queste comunicazioni 50 estratti gratis ai Soci e Corrispondenti, e 25 agli estranei · qualora l'autore ne desideri un numero maggiore, il sovrappiù della spesa è posta a suo carico.

4. I *Rendiconti* non riproducono le discussioni verbali che si fanno nel seno dell'Accademia; tuttavia se i Soci, che vi hanno preso parte, desiderano ne sia fatta menzione, essi sono tenuti a consegnare al Segretario, seduta stante, una Nota per iscritto.

II.

1. Le Note che oltrepassino i limiti indicati al paragrafo precedente, e le Memorie propriamente dette, sono senz' altro inserite nei Volumi accademici se provengono da Soci o da Corrispondenti. Per le Memorie presentate da estranei, la Presidenza nomina una Commissione la quale esamina il avoro e ne riferisce in una prossima tornata della Classe.

2. La relazione conclude con una delle seguenti risoluzioni. - *a*) Con una proposta di stampa della Memoria negli Atti dell'Accademia o in sunto o in esteso, senza pregiudizio dell' art. 26 dello Statuto. - *b*) Col desiderio di far conoscere taluni fatti o ragionamenti contenuti nella Memoria. - *c*) Con un ringraziamento all' autore. - *d*) Colla semplice proposta dell' invio della Memoria agli Archivi dell' Accademia.

3. Nei primi tre casi, previsti dall' art. precedente, la relazione è letta in seduta pubblica, nell' ultimo in seduta segreta.

4. A chi presenti una Memoria per esame è data ricevuta con lettera, nella quale si avverte che i manoscritti non vengono restituiti agli autori, fuorchè nel caso contemplato dall'art. 26 dello Statuto.

5. L'Accademia dà gratis 75 estratti agli autori di Memorie, se Soci o Corrispondenti, 50 se estranei. La spesa di un numero di copie in più che fosse richiesto, è messa a carico degli autori.

Pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei.

Serie 1ª — Atti dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei. Tomo I-XXIII.
Atti della Reale Accademia dei Lincei. Tomo XXIV-XXVI.

Serie 2ª — Vol. I. (1873-74).
Vol. II. (1874-75).
Vol. III. (1875-76). Parte 1ª Transunti.
2ª Memorie *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
3ª Memorie *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.*
Vol. IV. V. VI. VII. VIII.

Serie 3ª — Transunti. Vol. I-VIII. (1876-84).
Memorie *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I. (1, 2). — II. (1, 2). — III-XIX.
Memorie *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-XIII.

Serie 4ª — Rendiconti Vol. I-VII. (1884-91).
Memorie *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I-VII.
Memorie *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-X.

Serie 5ª — Rendiconti *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I-VI. (1892-97) 1° Sem. Fasc. 6°.
Rendiconti *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-VI. (1892-97) Fasc. 1°.
Memorie *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I.
Memorie *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-III.

CONDIZIONI DI ASSOCIAZIONE

AI RENDICONTI DELLA CLASSE DI SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

I Rendiconti della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali della R. Accademia dei Lincei si pubblicano due volte al mese. Essi formano due volumi all'anno, corrispondenti ognuno ad un semestre.

Il prezzo di associazione per ogni volume è per tutta l'Italia di L. **10**; per gli altri paesi le spese di posta in più.

Le associazioni si ricevono esclusivamente dai seguenti editori-librai:

Ermanno Loescher & C.° — *Roma, Torino* e *Firenze.*
Ulrico Hoepli. — *Milano, Pisa* e *Napoli.*

INDICE

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Comunicazioni pervenute all'Accademia prima del 21 marzo 1897.

MEMORIE E NOTE DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCXCIV.

1897

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 4 aprile 1897.

Volume VI.° — Fascicolo 7°

1° SEMESTRE

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1897

ESTRATTO DAL REGOLAMENTO INTERNO

PER LE PUBBLICAZIONI ACCADEMICHE

I.

Col 1892 si è iniziata la *Serie quinta* delle pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei. Inoltre i *Rendiconti* della nuova serie formano una pubblicazione distinta per ciascuna delle due Classi. Per i *Rendiconti* della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali valgono le norme seguenti:

1. I *Rendiconti* della Classe di scienze fisiche matematiche e naturali si pubblicano regolarmente due volte al mese; essi contengono le Note ed i titoli delle Memorie presentate da Soci e estranei, nelle due sedute mensili dell'Accademia, nonchè il bollettino bibliografico.

Dodici fascicoli compongono un volume, due volumi formano un'annata.

2. Le Note presentate da Soci o Corrispondenti non possono oltrepassare le 12 pagine di stampa. Le Note di estranei presentate da Soci, che ne assumono la responsabilità, sono portate a 8 pagine.

3. L'Accademia dà per queste comunicazioni 50 estratti gratis ai Soci e Corrispondenti, e 25 agli estranei · qualora l'autore ne desideri un numero maggiore, il sovrappiù della spesa è posta a suo carico.

4. I *Rendiconti* non riproducono le discussioni verbali che si fanno nel seno dell'Accademia; tuttavia se i Soci, che vi hanno preso parte, desiderano ne sia fatta menzione, essi sono tenuti a consegnare al Segretario, seduta stante, una Nota per iscritto.

II.

1. Le Note che oltrepassino i limiti indicati al paragrafo precedente, e le Memorie propriamente dette, sono senz' altro inserite nei Volumi accademici se provengono da Soci o da Corrispondenti. Per le Memorie presentate da estranei, la Presidenza nomina una Commissione la quale esamina il avoro e ne riferisce in una prossima tornata della Classe.

2. La relazione conclude con una delle seguenti risoluzioni. - *a*) Con una proposta di stampa della Memoria negli Atti dell'Accademia o in sunto o in esteso, senza pregiudizio dell' art. 26 dello Statuto. - *b*) Col desiderio di far conoscere taluni fatti o ragionamenti contenuti nella Memoria. - *c*) Con un ringraziamento all' autore. - *d*) Colla semplice proposta dell' invio della Memoria agli Archivi dell' Accademia.

3. Nei primi tre casi, previsti dall' art. precedente, la relazione è letta in seduta pubblica nell' ultimo in seduta segreta.

4. A chi presenti una Memoria per esame è data ricevuta con lettera, nella quale si avverte che i manoscritti non vengono restituiti agli autori, fuorchè nel caso contemplato dall'art. 26 dello Statuto.

5. L' Accademia dà gratis 75 estratti agli autori di Memorie, se Soci o Corrispondenti, 50 se estranei. La spesa di un numero di copie in più che fosse richiesto, è messa a carico degli autori.

Pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei.

Serie 1ª — Atti dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei. Tomo I-XXIII.
Atti della Reale Accademia dei Lincei. Tomo XXIV-XXVI.

Serie 2ª — Vol. I. (1873-74).
Vol. II. (1874-75).
Vol. III. (1875-76). Parte 1ª TRANSUNTI
2ª MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali*
3ª MEMORIE *della Classe di scienze morali storiche e filologiche*
Vol. IV. V. VI. VII. VIII.

Serie 3ª — TRANSUNTI. Vol. I-VIII. (1876-84).
MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I. (1, 2). — II. (1, 2). — III-XIX.
MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-XIII.

Serie 4ª — RENDICONTI Vol. I-VII. (1884-91).
MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I-VII.
MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-X.

Serie 5ª — RENDICONTI *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I-VI. (1892-97) 1° Sem. Fasc. 7°.
RENDICONTI *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-VI. (1892-97) Fasc. 1°.
MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I.
MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-III.

CONDIZIONI DI ASSOCIAZIONE

AI RENDICONTI DELLA CLASSE DI SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI
DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

I Rendiconti della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali della R. Accademia dei Lincei si pubblicano due volte al mese. Essi formano due volumi all'anno, corrispondenti ognuno ad un semestre.

Il prezzo di associazione per ogni volume è per tutta l'Italia di L. **10**; per gli altri paesi le spese di posta in più.

Le associazioni si ricevono esclusivamente dai seguenti editori-librai:

ERMANNO LOESCHER & C.° — *Roma, Torino* e *Firenze.*
ULRICO HOEPLI. — *Milano, Pisa* e *Napoli.*

INDICE

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 4 aprile 1897.

MEMORIE E NOTE DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

PERSONALE ACCADEMICO

PRESENTAZIONE DI LIBRI

CORRISPONDENZA

(*) Note che saranno pubblicate nel prossimo fascicolo.

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCXCIV

1897

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 25 *aprile* 1897.

Volume VI.° — Fascicolo 8°

1° SEMESTRE

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1897

ESTRATTO DAL REGOLAMENTO INTERNO

PER LE PUBBLICAZIONI ACCADEMICHE

I.

Col 1892 si è iniziata la *Serie quinta* delle pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei. Inoltre i *Rendiconti* della nuova serie formano una pubblicazione distinta per ciascuna delle due Classi. Per i *Rendiconti* della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali valgono le norme seguenti:

1. I *Rendiconti* della Classe di scienze fisiche matematiche e naturali si pubblicano regolarmente due volte al mese; essi contengono le Note ed i titoli delle Memorie presentate da Soci e estranei, nelle due sedute mensili dell'Accademia, nonchè il bollettino bibliografico.

Dodici fascicoli compongono un volume, due volumi formano un'annata.

2. Le Note presentate da Soci o Corrispondenti non possono oltrepassare le 12 pagine di stampa. Le Note di estranei presentate da Soci, che ne assumono la responsabilità, sono portate a 8 pagine.

3. L'Accademia dà per queste comunicazioni 50 estratti gratis ai Soci e Corrispondenti, e 25 agli estranei · qualora l'autore ne desideri un numero maggiore, il sovrappiù della spesa è posta a suo carico.

4. I *Rendiconti* non riproducono le discussioni verbali che si fanno nel seno dell'Accademia; tuttavia se i Soci, che vi hanno preso parte, desiderano ne sia fatta menzione, essi sono tenuti a consegnare al Segretario, seduta stante, una Nota per iscritto.

II.

1. Le Note che oltrepassino i limiti indicati al paragrafo precedente, e le Memorie propriamente dette, sono senz' altro inserite nei Volumi accademici se provengono da Soci o da Corrispondenti. Per le Memorie presentate da estranei, la Presidenza nomina una Commissione la quale esamina il avoro e ne riferisce in una prossima tornata della Classe.

2. La relazione conclude con una delle seguenti risoluzioni. - *a)* Con una proposta di stampa della Memoria negli Atti dell'Accademia o in sunto o in esteso, senza pregiudizio dell' art. 26 dello Statuto. - *b)* Col desiderio di far conoscere taluni fatti o ragionamenti contenuti nella Memoria. - *c)* Con un ringraziamento all' autore. - *d)* Colla semplice proposta dell' invio della Memoria agli Archivi dell' Accademia.

3. Nei primi tre casi, previsti dall' art. precedente, la relazione è letta in seduta pubblica nell' ultimo in seduta segreta.

4. A chi presenti una Memoria per esame è data ricevuta con lettera, nella quale si avverte che i manoscritti non vengono restituiti agli autori, fuorchè nel caso contemplato dall'art. 26 dello Statuto.

5. L' Accademia dà gratis 75 estratti agli autori di Memorie, se Soci o Corrispondenti, 50 se estranei. La spesa di un numero di copie in più che fosse richiesto, è messa a carico degli autori.

Pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei.

Serie 1ª — Atti dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei. Tomo I-XXIII.
Atti della Reale Accademia dei Lincei. Tomo XXIV-XXVI.

Serie 2ª — Vol. I. (1873-74).
Vol. II. (1874-75).
Vol. III. (1875-76). Parte 1ª Transunti.
2ª Memorie *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
3ª Memorie *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.*
Vol. IV. V. VI. VII. VIII.

Serie 3ª — Transunti. Vol. I-VIII. (1876-84).
Memorie *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I. (1, 2). — II. (1, 2). — III-XIX.
Memorie *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-XIII.

Serie 4ª — Rendiconti Vol. I-VII. (1884-91).
Memorie *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I-VII.
Memorie *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-X.

Serie 5ª — Rendiconti *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I-VI. (1892-97) 1° Sem. Fasc. 8°.
Rendiconti *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-VI. (1892-97) Fasc. 2°.
Memorie *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I.
Memorie *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-IV.

CONDIZIONI DI ASSOCIAZIONE

AI RENDICONTI DELLA CLASSE DI SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

I Rendiconti della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali della R. Accademia dei Lincei si pubblicano due volte al mese. Essi formano due volumi all'anno, corrispondenti ognuno ad un semestre.

Il prezzo di associazione per ogni volume è per tutta l'Italia di L. **10**; per gli altri paesi le spese di posta in più.

Le associazioni si ricevono esclusivamente dai seguenti editori-librai:

Ermanno Loescher & C.° — *Roma, Torino* e *Firenze.*
Ulrico Hoepli. — *Milano, Pisa* e *Napoli.*

INDICE

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 25 aprile 1897.

MEMORIE E NOTE DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

ERRATA-CORRIGE

(da aggiungere sulla copertina del fascicolo precedente (7°))

(*) Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCXCIV.

1897

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 2 maggio 1897.

Volume VI.° — Fascicolo 9°

1° Semestre

ROMA
TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1897

ESTRATTO DAL REGOLAMENTO INTERNO
PER LE PUBBLICAZIONI ACCADEMICHE

I.

Col 1892 si è iniziata la *Serie quinta* delle pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei. Inoltre i *Rendiconti* della nuova serie formano una pubblicazione distinta per ciascuna delle due Classi. Per i *Rendiconti* della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali valgono le norme seguenti:

1. I *Rendiconti* della Classe di scienze fisiche matematiche e naturali si pubblicano regolarmente due volte al mese; essi contengono le Note ed i titoli delle Memorie presentate da Soci e estranei, nelle due sedute mensili dell'Accademia, nonchè il bollettino bibliografico.

Dodici fascicoli compongono un volume, due volumi formano un'annata.

2. Le Note presentate da Soci o Corrispondenti non possono oltrepassare le 12 pagine di stampa. Le Note di estranei presentate da Soci, che ne assumono la responsabilità, sono portate a 8 pagine.

3. L'Accademia dà per queste comunicazioni 50 estratti gratis ai Soci e Corrispondenti, e 25 agli estranei · qualora l'autore ne desideri un numero maggiore, il sovrappiù della spesa è posta a suo carico.

4. I *Rendiconti* non riproducono le discussioni verbali che si fanno nel seno dell'Accademia; tuttavia se i Soci, che vi hanno preso parte, desiderano ne sia fatta menzione, essi sono tenuti a consegnare al Segretario, seduta stante, una Nota per iscritto.

II.

1. Le Note che oltrepassino i limiti indicati al paragrafo precedente, e le Memorie propriamente dette, sono senz' altro inserite nei Volumi accademici se provengono da Soci o da Corrispondenti. Per le Memorie presentate da estranei, la Presidenza nomina una Commissione la quale esamina il avoro e ne riferisce in una prossima tornata della Classe.

2. La relazione conclude con una delle seguenti risoluzioni. - *a)* Con una proposta di stampa della Memoria negli Atti dell'Accademia o in sunto o in esteso, senza pregiudizio dell' art. 26 dello Statuto. - *b)* Col desiderio di far conoscere taluni fatti o ragionamenti contenuti nella Memoria. - *c)* Con un ringraziamento all' autore. - *d)* Colla semplice proposta dell' invio della Memoria agli Archivi dell' Accademia.

3. Nei primi tre casi, previsti dall' art. precedente, la relazione è letta in seduta pubblica, nell' ultimo in seduta segreta.

4. A chi presenti una Memoria per esame è data ricevuta con lettera, nella quale si avverte che i manoscritti non vengono restituiti agli autori, fuorchè nel caso contemplato dall'art. 26 dello Statuto.

5. L' Accademia dà gratis 75 estratti agli autori di Memorie, se Soci o Corrispondenti, 50 se estranei. La spesa di un numero di copie in più che fosse richiesto, è messa a carico degli autori.

Pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei.

Serie 1ª — Atti dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei. Tomo I-XXIII.
Atti della Reale Accademia dei Lincei. Tomo XXIV-XXVI.

Serie 2ª — Vol. I. (1873-74).
Vol. II. (1874-75).
Vol. III. (1875-76). Parte 1ª Transunti.
2ª Memorie *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
3ª Memorie *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.*
Vol. IV. V. VI. VII. VIII.

Serie 3ª — Transunti. Vol. I-VIII. (1876-84).
Memorie *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I. (1, 2). — II. (1, 2). — III-XIX.
Memorie *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-XIII.

Serie 4ª — Rendiconti Vol. I-VII. (1884-91).
Memorie *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I-VII.
Memorie *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-X.

Serie 5ª — Rendiconti *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I-VI. (1892-97) 1° Sem. Fasc. 9°.
Rendiconti *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-VI. (1892-97) Fasc. 2°.
Memorie *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I.
Memorie *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-IV.

CONDIZIONI DI ASSOCIAZIONE

AI RENDICONTI DELLA CLASSE DI SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI
DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

I Rendiconti della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali della R. Accademia dei Lincei si pubblicano due volte al mese. Essi formano due volumi all'anno, corrispondenti ognuno ad un semestre.

Il prezzo di associazione per ogni volume è per tutta l'Italia di L. **10**; per gli altri paesi le spese di posta in più.

Le associazioni si ricevono esclusivamente dai seguenti editori-librai:

Ermanno Loescher & C.° — *Roma, Torino* e *Firenze.*
Ulrico Hoepli. — *Milano, Pisa* e *Napoli.*

INDICE

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 2 maggio 1897.

MEMORIE E NOTE DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

MEMORIE DA SOTTOPORSI AL GIUDIZIO DI COMMISSIONI

PRESENTAZIONE DI LIBRI

CORRISPONDENZA

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCXCIV.

1897

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 16 maggio 1897.

Volume VI.° — Fascicolo 10°

1° SEMESTRE

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1897

ESTRATTO DAL REGOLAMENTO INTERNO

PER LE PUBBLICAZIONI ACCADEMICHE

I.

Col 1892 si è iniziata la *Serie quinta* delle pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei. Inoltre i *Rendiconti* della nuova serie formano una pubblicazione distinta per ciascuna delle due Classi. Per i *Rendiconti* della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali valgono le norme seguenti:

1. I *Rendiconti* della Classe di scienze fisiche matematiche e naturali si pubblicano regolarmente due volte al mese; essi contengono le Note ed i titoli delle Memorie presentate da Soci e estranei, nelle due sedute mensili dell'Accademia, nonchè il bollettino bibliografico.

Dodici fascicoli compongono un volume, due volumi formano un'annata.

2. Le Note presentate da Soci o Corrispondenti non possono oltrepassare le 12 pagine di stampa. Le Note di estranei presentate da Soci, che ne assumono la responsabilità, sono portate a 8 pagine.

3. L'Accademia dà per queste comunicazioni 50 estratti gratis ai Soci e Corrispondenti, e 25 agli estranei · qualora l'autore ne desideri un numero maggiore, il sovrappiù della spesa è posta a suo carico.

4. I *Rendiconti* non riproducono le discussioni verbali che si fanno nel seno dell'Accademia; tuttavia se i Soci, che vi hanno preso parte, desiderano ne sia fatta menzione, essi sono tenuti a consegnare al Segretario, seduta stante, una Nota per iscritto.

II.

1. Le Note che oltrepassino i limiti indicati al paragrafo precedente, e le Memorie propriamente dette, sono senz'altro inserite nei Volumi accademici se provengono da Soci o da Corrispondenti. Per le Memorie presentate da estranei, la Presidenza nomina una Commissione la quale esamina il lavoro e ne riferisce in una prossima tornata della Classe.

2. La relazione conclude con una delle seguenti risoluzioni. - *a*) Con una proposta di stampa della Memoria negli Atti dell'Accademia o in sunto o in esteso, senza pregiudizio dell'art. 26 dello Statuto. - *b*) Col desiderio di far conoscere taluni fatti o ragionamenti contenuti nella Memoria. - *c*) Con un ringraziamento all'autore. - *d*) Colla semplice proposta dell'invio della Memoria agli Archivi dell'Accademia.

3. Nei primi tre casi, previsti dall'art. precedente, la relazione è letta in seduta pubblica nell'ultimo in seduta segreta.

4. A chi presenti una Memoria per esame è data ricevuta con lettera, nella quale si avverte che i manoscritti non vengono restituiti agli autori, fuorchè nel caso contemplato dall'art. 26 dello Statuto.

5. L'Accademia dà gratis 75 estratti agli autori di Memorie, se Soci o Corrispondenti, 50 se estranei. La spesa di un numero di copie in più che fosse richiesto, è messa a carico degli autori.

Pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei.

Serie 1ª — Atti dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei. Tomo I-XXIII.
Atti della Reale Accademia dei Lincei. Tomo XXIV-XXVI.

Serie 2ª — Vol. I. (1873-74).
Vol. II. (1874-75).
Vol. III. (1875-76). Parte 1ª TRANSUNTI.
2ª MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
3ª MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.*
Vol. IV. V. VI. VII. VIII.

Serie 3ª — TRANSUNTI. Vol. I-VIII. (1876-84).
MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I. (1, 2). — II. (1, 2). — III-XIX.
MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-XIII.

Serie 4ª — RENDICONTI Vol. I-VII. (1884-91).
MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I-VII.
MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-X.

Serie 5ª — RENDICONTI *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I-VI. (1892-97) 1° Sem. Fasc. 10°.
RENDICONTI *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-VI. (1892-97) Fasc. 2°.
MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I.
MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-IV.

CONDIZIONI DI ASSOCIAZIONE

AI RENDICONTI DELLA CLASSE DI SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

I Rendiconti della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali della R. Accademia dei Lincei si pubblicano due volte al mese. Essi formano due volumi all'anno, corrispondenti ognuno ad un semestre.

Il prezzo di associazione per ogni volume e per tutta l'Italia di L. **10**; per gli altri paesi le spese di posta in più.

Le associazioni si ricevono esclusivamente dai seguenti editori-librai:

ERMANNO LOESCHER & C.° — *Roma, Torino* e *Firenze.*
ULRICO HOEPLI. — *Milano, Pisa* e *Napoli.*

INDICE

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 16 maggio 1897.

MEMORIE E NOTE DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCXCIV.

1897

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 5 giugno 1897.

Volume VI.° — Fascicolo 11°

1° SEMESTRE

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1897

ESTRATTO DAL REGOLAMENTO INTERNO

PER LE PUBBLICAZIONI ACCADEMICHE

I.

Col 1892 si è iniziata la *Serie quinta* delle pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei. Inoltre i *Rendiconti* della nuova serie formano una pubblicazione distinta per ciascuna delle due Classi. Per i *Rendiconti* della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali valgono le norme seguenti:

1. I *Rendiconti* della Classe di scienze fisiche matematiche e naturali si pubblicano regolarmente due volte al mese; essi contengono le Note ed i titoli delle Memorie presentate da Soci e estranei, nelle due sedute mensili dell'Accademia, nonchè il bollettino bibliografico.

Dodici fascicoli compongono un volume, due volumi formano un'annata.

2. Le Note presentate da Soci o Corrispondenti non possono oltrepassare le 12 pagine di stampa. Le Note di estranei presentate da Soci, che ne assumono la responsabilità, sono portate a 8 pagine.

3. L'Accademia dà per queste comunicazioni 50 estratti gratis ai Soci e Corrispondenti, e 25 agli estranei · qualora l'autore ne desideri un numero maggiore, il sovrappiù della spesa è posta a suo carico.

4. I *Rendiconti* non riproducono le discussioni verbali che si fanno nel seno dell'Accademia; tuttavia se i Soci, che vi hanno preso parte, desiderano ne sia fatta menzione, essi sono tenuti a consegnare al Segretario, seduta stante, una Nota per iscritto.

II.

1. Le Note che oltrepassino i limiti indicati al paragrafo precedente, e le Memorie propriamente dette, sono senz'altro inserite nei Volumi accademici se provengono da Soci o da Corrispondenti. Per le Memorie presentate da estranei, la Presidenza nomina una Commissione la quale esamina il avoro e ne riferisce in una prossima tornata della Classe.

2. La relazione conclude con una delle seguenti risoluzioni. - *a)* Con una proposta di stampa della Memoria negli Atti dell'Accademia o in sunto o in esteso, senza pregiudizio dell'art. 26 dello Statuto. - *b)* Col desiderio di far conoscere taluni fatti o ragionamenti contenuti nella Memoria. - *c)* Con un ringraziamento all'autore. - *d)* Colla semplice proposta dell'invio della Memoria agli Archivi dell'Accademia.

3. Nei primi tre casi, previsti dall'art. precedente, la relazione è letta in seduta pubblica nell'ultimo in seduta segreta.

4. A chi presenti una Memoria per esame è data ricevuta con lettera, nella quale si avverte che i manoscritti non vengono restituiti agli autori, fuorchè nel caso contemplato dall'art. 26 dello Statuto.

5. L'Accademia dà gratis 75 estratti agli autori di Memorie, se Soci o Corrispondenti, 50 se estranei. La spesa di un numero di copie in più che fosse richiesto, è messa a carico degli autori.

Pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei.

Serie 1ª — Atti dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei. Tomo I-XXIII.
Atti della Reale Accademia dei Lincei. Tomo XXIV-XXVI.

Serie 2ª — Vol. I. (1873-74).
Vol. II. (1874-75).
Vol. III. (1875-76). Parte 1ª TRANSUNTI.
2ª MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
3ª MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.*
Vol. IV. V. VI. VII. VIII.

Serie 3ª — TRANSUNTI. Vol. I-VIII. (1876-84).
MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I. (1, 2). — II. (1, 2). — III-XIX.
MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-XIII.

Serie 4ª — RENDICONTI Vol. I-VII. (1884-91).
MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I-VII.
MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-X.

Serie 5ª — RENDICONTI *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I-VI. (1892-97) 1º Sem. Fasc. 11º.
RENDICONTI *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche* Vol. I-VI. (1892-97) Fasc. 3º e 4º.
MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I.
MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-IV.

CONDIZIONI DI ASSOCIAZIONE

AI RENDICONTI DELLA CLASSE DI SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI
DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

I Rendiconti della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali della R. Accademia dei Lincei si pubblicano due volte al mese. Essi formano due volumi all'anno, corrispondenti ognuno ad un semestre.

Il prezzo di associazione per ogni volume è per tutta l'Italia di L. **10**; per gli altri paesi le spese di posta in più.

Le associazioni si ricevono esclusivamente dai seguenti editori-librai:

ERMANNO LOESCHER & C.º — *Roma, Torino* e *Firenze.*
ULRICO HOEPLI. — *Milano, Pisa* e *Napoli.*

INDICE

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 5 giugno 1897.

MEMORIE E NOTE DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

RELAZIONI DI COMMISSIONI

PRESENTAZIONE DI LIBRI

(*) Note che saranno pubblicate nel prossimo fascicolo.

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCXCIV.

1897

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 20 giugno 1897.

Volume VI.° — Fascicolo 12°

e Indice del volume.

1° Semestre

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1897

ESTRATTO DAL REGOLAMENTO INTERNO

PER LE PUBBLICAZIONI ACCADEMICHE

I.

Col 1892 si è iniziata la *Serie quinta* delle pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei. Inoltre i *Rendiconti* della nuova serie formano una pubblicazione distinta per ciascuna delle due Classi. Per i *Rendiconti* della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali valgono le norme seguenti:

1. I *Rendiconti* della Classe di scienze fisiche matematiche e naturali si pubblicano regolarmente due volte al mese; essi contengono le Note ed i titoli delle Memorie presentate da Soci e estranei, nelle due sedute mensili dell'Accademia, nonchè il bollettino bibliografico.

Dodici fascicoli compongono un volume, due volumi formano un'annata.

2. Le Note presentate da Soci o Corrispondenti non possono oltrepassare le 12 pagine di stampa. Le Note di estranei presentate da Soci, che ne assumono la responsabilità, sono portate a 8 pagine.

3. L'Accademia dà per queste comunicazioni 50 estratti gratis ai Soci e Corrispondenti, e 25 agli estranei · qualora l'autore ne desideri un numero maggiore, il sovrappiù della spesa è posta a suo carico.

4. I *Rendiconti* non riproducono le discussioni verbali che si fanno nel seno dell'Accademia; tuttavia se i Soci, che vi hanno preso parte, desiderano ne sia fatta menzione, essi sono tenuti a consegnare al Segretario, seduta stante, una Nota per iscritto.

II.

1. Le Note che oltrepassino i limiti indicati al paragrafo precedente, e le Memorie propriamente dette, sono senz'altro inserite nei Volumi accademici se provengono da Soci o da Corrispondenti. Per le Memorie presentate da estranei, la Presidenza nomina una Commissione la quale esamina il lavoro e ne riferisce in una prossima tornata della Classe.

2. La relazione conclude con una delle seguenti risoluzioni. - *a*) Con una proposta di stampa della Memoria negli Atti dell'Accademia o in sunto o in esteso, senza pregiudizio dell' art. 26 dello Statuto. - *b*) Col desiderio di far conoscere taluni fatti o ragionamenti contenuti nella Memoria. - *c*) Con un ringraziamento all' autore. - *d*) Colla semplice proposta dell' invio della Memoria agli Archivi dell' Accademia.

3. Nei primi tre casi, previsti dall' art. precedente, la relazione è letta in seduta pubblica, nell' ultimo in seduta segreta.

4. A chi presenti una Memoria per esame è data ricevuta con lettera, nella quale si avverte che i manoscritti non vengono restituiti agli autori, fuorchè nel caso contemplato dall'art. 26 dello Statuto.

5. L'Accademia dà gratis 75 estratti agli autori di Memorie, se Soci o Corrispondenti, 50 se estranei. La spesa di un numero di copie in più che fosse richiesto, è messa a carico degli autori.

Pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei.

Serie 1ª — Atti dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei. Tomo I-XXIII.
Atti della Reale Accademia dei Lincei. Tomo XXIV-XXVI.

Serie 2ª — Vol. I. (1873-74).
Vol. II. (1874-75).
Vol. III. (1875-76). Parte 1ª TRANSUNTI.
2ª MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
3ª MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.*
Vol. IV. V. VI. VII. VIII.

Serie 3ª — TRANSUNTI. Vol. I-VIII. (1876-84).
MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I. (1, 2). — II. (1, 2). — III-XIX.
MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-XIII.

Serie 4ª — RENDICONTI Vol. I-VII. (1884-91).
MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I-VII.
MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-X.

Serie 5ª — RENDICONTI *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I-VI. (1892-97) 1° Sem. Fasc. 12°.
RENDICONTI *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-VI. (1892-97) Fasc. 3° e 4°.
MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I.
MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-IV.

CONDIZIONI DI ASSOCIAZIONE

AI RENDICONTI DELLA CLASSE DI SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

I Rendiconti della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali della R. Accademia dei Lincei si pubblicano due volte al mese. Essi formano due volumi all'anno, corrispondenti ognuno ad un semestre.

Il prezzo di associazione per ogni volume e per tutta l'Italia di L. **10**; per gli altri paesi le spese di posta in più.

Le associazioni si ricevono esclusivamente dai seguenti editori-librai:

ERMANNO LOESCHER & C.° — *Roma, Torino* e *Firenze.*
ULRICO HOEPLI. — *Milano, Pisa* e *Napoli.*

RENDICONTI — Giugno 1897.

INDICE

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 20 giugno 1897.

MEMORIE E NOTE DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

PERSONALE ACCADEMICO

PRESENTAZIONE DI LIBRI

(*) Note che saranno pubblicate nei prossimi fascicoli.